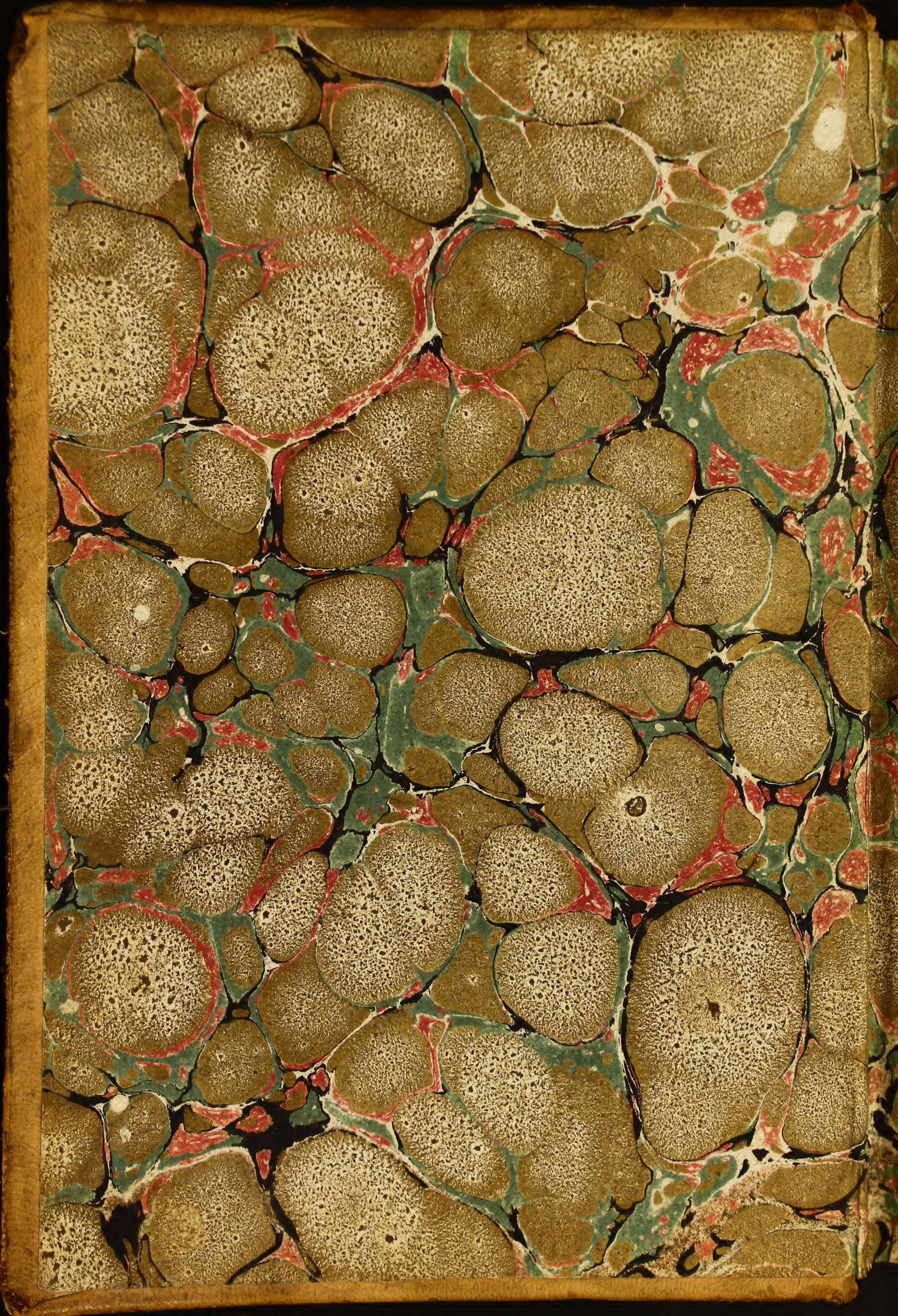
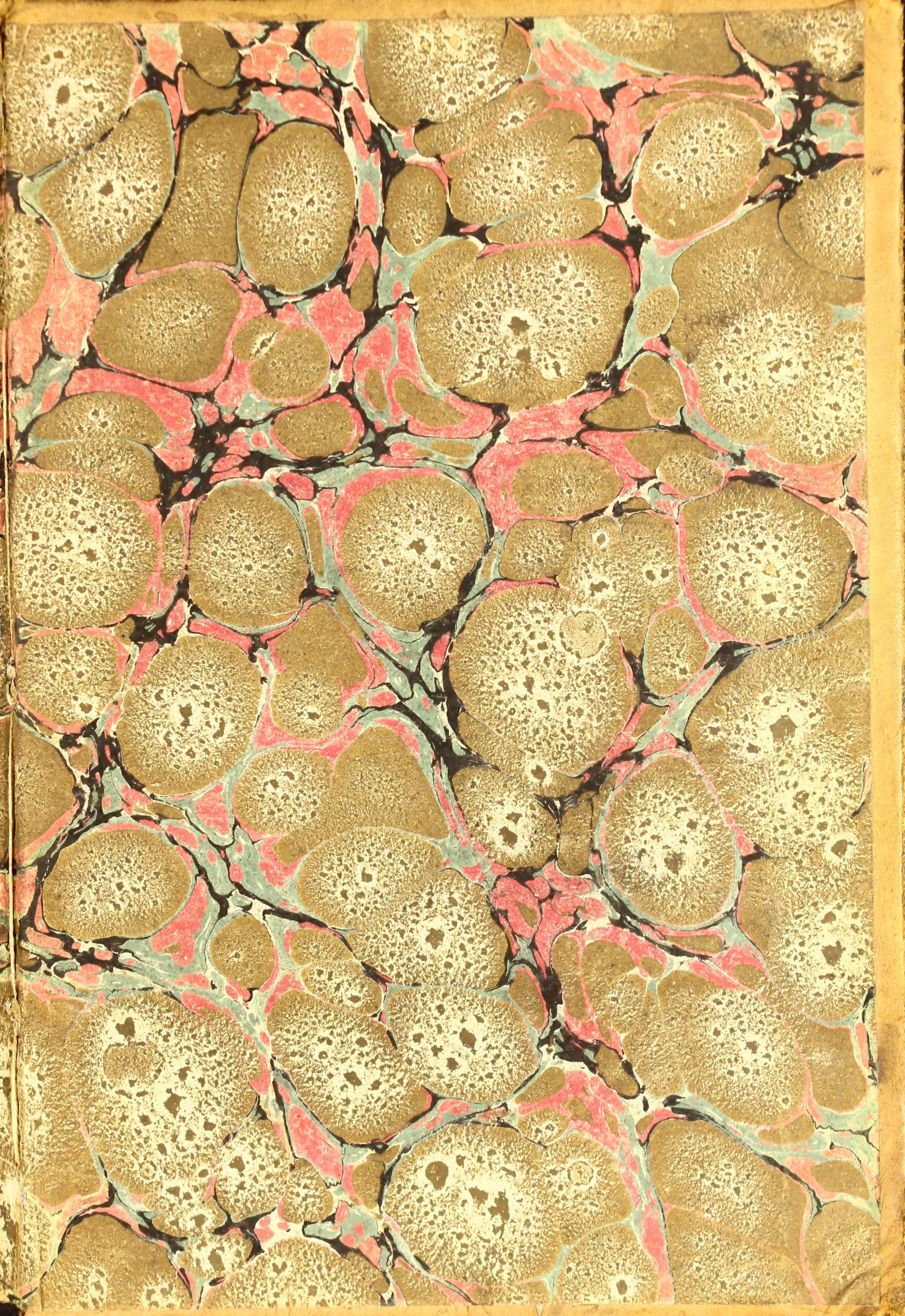














DIBUJO GEOMÉTRICO

APLICADO

Á LAS ARTES.

OBRA ADOPTADA POR EL REAL CONSERVATORIO DE ARTES PARA LA ENSEÑANZA DE *DELINEACION*.

POR D. ISAAC VILLANUEVA,
Profesor de Delineacion en dicho Establecimiento.

PARTE PRIMERA.

Contiene la Geometría y Proyecciones.



Madrid: 1835.

IMPRENTA DE D. JULIAN VIANA RAZOLA.

INTRODUCCION.



Como no tenemos ninguna obra que reuna los elementos generales necesarios al estudio de la Delineacion, he creido seria muy conveniente formar este pequeño tratado, reuniendo en él los casos que tienen aplicaciones mas inmediatas á las artes, con sus correspondientes láminas, cuyas figuras son de un tamaño suficiente para poder conservar en ellas todas las líneas necesarias, y que sirven para trazarlas, á fin de hacer mas fácil su inteligencia.

El objeto que me he propuesto en esta obrita es el de ofreçer á las personas que se dedican á este género de estudio medios seguros y prontos, no solo para comprender un dibujo, y copiarle con toda exactitud, sino para ejecutarle por sí, y trazar despues del tamaño de construccion todas las partes de que se compone. Para esto presento como ejercicios preparatorios

algunos problemas, cuyas soluciones gráficas son muy importantes para familiarizarse con la Geometría, y acostumbrarse al mismo tiempo á manejar los instrumentos que enseñan á trabajar con precision, y pasar despues al método de las proyecciones, penetraciones de varios sólidos, y desarrollo de algunas superficies.

En las proyecciones me detengo algo mas por ser este estudio interesantísimo, y muchas sus aplicaciones á las artes; siendo entre ellas muy notable el trazado de sombras, que será el objeto de la segunda parte, por considerar ésta como el complemento del arte de representar los objetos.

He procurado presentar estos ejercicios con la claridad posible, despojada de grandes teorías, á fin de que esten al alcance de los artesanos, y que en el corto espacio de un curso académico aprendan los elementos necesarios para poder despues aplicarlos á los procedimientos de las artes respectivas de cada uno.

DIBUJO GEOMÉTRICO

APLICADO Á LAS ARTES.

NOCIONES GENERALES.

Todos los objetos que la industria elabora estan terminados por faces, y estas faces tambien terminadas por aristas. Tal se advierte en una piedra, á cuyas faces suelen llamar *caras* á unas, y *paramentos* á otras, ó en un madero, que tiene seis faces, á las cuales llaman en los talleres *caras*, cuatro por lo general mayores y dos menores, que forman los extremos; estas seis caras estan terminadas por doce aristas, cuatro mayores y ocho menores.

Se llaman *cuerpos* los objetos que presenta la naturaleza y los que se ejecutan en las artes; á sus faces ó caras *superficies*, y á sus aristas *líneas*. Estos cuerpos tienen tres dimensiones, *largo*, *ancho* y *grueso*. Las superficies, sobre las cuales se puede aplicar una regla en todos sentidos, se llaman superficies *planas* ó *planos*, y sobre las que no se puede aplicar se llaman *curvas*; tal es la superficie de un cilindro que no se puede aplicar mas que en un sentido, ó el de una esfera que no se puede aplicar en ninguno.

Aunque las superficies no existen sino sobre los cuerpos, cuando se habla de una superficie no se consideran mas que dos dimensiones, largo y ancho, y las líneas que terminan las superficies no tienen mas que una dimension, que es el largo.

Las líneas sobre las cuales se puede aplicar una regla se llaman *rectas*, y sobre las que no *curvas*. Los extremos de las líneas se llaman *puntos*, y punto es la parte mas pequeña que se puede imaginar.

Determinar puntos, trazar líneas, formar con estas superficies, y con las superficies cuerpos; comparar y medir las líneas, las superficies y los cuerpos, y representar estos en forma y posicion, es el objeto de la Geometría, y lo que constituye la ciencia de la Delineacion ó dibujo geométrico; lo cual se consigue con el auxilio de la regla y el compás, y de otros instrumentos de que harémos descripcion.

ÚTILES NECESARIOS
PARA LA DELINEACION.

Los útiles ó instrumentos para delinear suelen venderse en una cajita ó estuche; estos los hay de diferentes formas y tamaños, segun el número de piezas que contiene; pero por ahora nos ocuparémos solo de los mas precisos, que son una *regla*, una *plantilla de escuadra*, otra *plantilla de curvas*, un *compás de piezas*, un *lapicero*, un pedazo de *goma elástica*, *tinta de china* y un *platillo* para desleirla.

El primero de todos, por ser mas general y sencillo, es la *regla*, la cual sirve para trazar líneas rectas; debe ser un poco mas larga que las láminas de esta obra, su ancho mas de dos pulgadas, y de una línea de grueso. Las reglas que generalmente se usan son mas gruesas, y tienen un rebajo ó chaflan, pero son mucho mejores las delgadas; pues siendo mas flexibles, sientan mejor sobre el papel, aun cuando el tablero ó mesa en que se delínea no esté perfectamente plana, y las líneas se trazan con mas exactitud: el chaflan ó rebajo no se necesita para este género de dibujo, pues teniendo cuidado de limpiar la tinta que queda en la parte exterior del tiralíneas no puede aquella correrse. La mejor madera para hacer las reglas es el peral ó cerezo, porque además de ser barata es bastante compacta, y no tiene la parte tinturante que otras maderas, con la cual mancha el papel.

Para hacer una regla bien derecha conviene hacer otras al mismo tiempo, y colocando el canto de una sobre el de la otra de diferentes modos, se ve si coinciden exactamente; pero en caso de no hacer mas que una se traza una línea con un lápiz muy delgado, despues se vuelve el mismo lado de la regla con que se ha trazado,

y si coincide exactamente con la línea es prueba de que está bien derecha.

La plantilla de escuadra sirve para trazar paralelas y perpendiculares, como se verá mas adelante: debe ser de la misma madera que la regla y del mismo grueso, de la forma de un triángulo rectángulo; cuyos dos lados iguales deberán tener de cinco á seis pulgadas, y el lado opuesto ó hipotenusa formará con estos un ángulo de cuarenta y cinco grados, que en los talleres llman ángulo de *inglete*. Para hacer una plantilla de escuadra bien exacta es preciso levantar una perpendicular sobre una recta, y aplicarla en los ángulos rectos que ésta forma, como se ve en la fig. 8; y si coincide el ángulo recto de la plantilla con los ángulos que forman las líneas estará exacta en cuanto al ángulo recto, que en los talleres llaman ángulo á escuadra, y en cuanto al lado de la hipotenusa basta ver si los dos lados del ángulo recto son iguales.

La plantilla de curvas es de la misma madera y del mismo grueso que la regla: sirve para trazar curvas; su uso verémos mas adelante, y su forma, aunque indicada en la fig. 67, puede ser cualquiera, siempre que se componga de varias curvas de diferentes curvaturas, combinadas de modo que sus uniones sean suaves para que formen una curva continuada.

El compás llamado de piezas tiene una pierna movible, la que se sustituye con otra, en la cual se coloca un pedazo de lápiz, y sirve para trazar círculos: tambien tiene otra que se llama tira-líneas, y sirve para trazar círculos de tinta y tambien líneas rectas; pero mejor es tener un tira-líneas para la regla, porque el del compás se usa de diferente modo, y no suele trazar bien las líneas rectas y curvas.

No siendo los tira-líneas de mucho precio, no estan arreglados para poder trazar líneas, y aun cuando lo estubiesen, con el uso se engruesan, y conviene saberlos arreglar. Para esto se tiene un pedacito de pizarra, en

el cual se afila, cuidando de que las dos hojas de acero que forman el tira-líneas esten exactamente iguales de largo, ancho y grueso: por su ancho no debe terminar en punta muy aguzada, sino un poquito redonda, y por su grueso se adelgazan lo posible para que las líneas salgan bien delgadas, teniendo presente que el corte que resulta de afilar las hojitas cortará el papel si no se tiene cuidado de pasar el tira-líneas de punta sobre la piedra, de modo que sin engrosarle mate el filo. Tambien es necesario quitar la rebaba que se forma entre las dos hojas, lo que se consigue pasando entre ellas una hojita de pizarra muy delgada, ó un pedazo de papel de lija, del que se emplea para limpiar los metales. Para conservarle mucho tiempo es necesario limpiar la tinta luego que se concluye de tirar líneas, secándole bien, á fin de que no se oxide con la humedad.

El lápiz que debe usarse es el compuesto, que se vende en barritas redondas de madera, y que se conoce con el nombre de *lapiceros*; conviene que no sean ni muy blandos ni muy duros, porque los primeros trazan las líneas muy gruesas, y los segundos no se pueden borrar con la goma elástica.

La tinta de china para tirar líneas debe ser muy negra, pero si fuese parda (que es la mejor para lavar) se consigue hacerla mas negra dejándola secar de una vez para otra en el platillo; la mas fina suele ser la que tiene un olor que se asemeja al almizcle.

Los platillos en que se deslie la tinta de china suelen ser de porcelana; conviene escoger los que no tengan asperezas, porque estas arrancan pequeñas partículas á la tinta, que se interponen despues entre el tira-líneas y no la dejan correr.

ADVERTENCIAS.

Los signos abreviados que se emplean en esta obra, y que sirven para distinguir muchos puntos señalados con una misma letra, se pronuncian del modo siguiente: A′ se pronuncia A *grande prima*; A″ ó A^2, A *grande segunda*; A‴ ó A^3, A *grande tercera*; *a′*, *a chica prima*, y sucesivamente todas las demás letras.

Los enunciados y nombres nuevos, que importa retener en la memoria, estan impresos con letra bastardilla ó cursiva.

Todas las figuras que se ven en esta obra deben trazarse por el órden numérico que estan colocadas; advirtiendo que los puntos ó figuras que se han determinado primero estan señalados con las letras sin acentuar, y se han ido acentuando sucesivamente segun se han determinado.

Las figuras deben trazarse primero de lápiz y despues de tinta.

EJERCICIOS DE GEOMETRÍA.

LÁMINA 1.ª

FIGURA 1.ª *Trazar una línea recta.*

Para trazar una línea recta no se necesita mas que aplicar una regla sobre el papel ó superficie donde se quiere trazar y correr un lápiz, apoyándole en el canto de la regla, y sin embargo de ser tan fácil es necesario estar acostumbrado para trazarla bien.

Si se dan dos puntos AB para trazar una recta, se necesita colocar la regla de modo que uno de sus cantos coincida con los puntos dados, por los cuales no se puede trazar mas que una recta, porque todas las demás se confundirian; pero se pueden trazar muchas curvas: por esto se dice que la línea recta es el camino mas corto para ir de un punto á otro.

En las artes se hace un uso muy frecuente de la línea recta, pero ocurre tener que trazarlas tan largas que no hay reglas que alcancen; por eso los aserradores las trazan aplicando sobre los maderos una cuerda, impregnada de almazarron, que poniéndola tirante por los extremos, y pinzándola en medio, se estampa de un extremo á otro; y cuando se quieren trazar sobre el terreno se pone una cuerda bien tirante atada por sus extremos á dos piquetes ó clavos, ó bien se colocan piquetes ó jalones á distancias convenientes.

Si se abandona un cuerpo á su propio peso cae recorriendo una línea recta, que si se pudiese prolongar suficientemente pasaria por el centro de la tierra. Esta línea se llama *vertical*; tal es la que traza una cuerda

á cuyo extremo se le pone un peso: á este instrumento llaman en las artes *plomada*.

Tambien se hace uso de la línea recta para medir superficies ú otras líneas; tal es el *pie* que se usa en las artes, que es la tercera parte de la *vara castellana*, el cual se divide en doce partes, llamadas *pulgadas*, y cada una en doce *líneas*, como se ve en la fig. 2.

No solo sirven las líneas para representar un cuerpo ó una arista, sino tambien para indicar el método empleado para trazarle, segun se ve en las líneas trazadas con una serie de rayitas, separadas por puntos, las cuales llamarémos siempre líneas de *operacion*, y los puntos en que dos ó mas líneas se encuentran se llamarán puntos de *interseccion*.

Fig. 3. *Trazado de una línea curva.*

Entre las curvas planas, la que se emplea con mas frecuencia en las artes es la circunferencia del círculo. Llámase con este nombre la curva ABDEF, que traza el extremo D de la línea CD moviéndose alrededor del punto C: al espacio comprendido entre esta línea se llama *círculo*, y á las líneas que como CD van desde el punto C á la circunferencia se llaman *radios* de círculo.

Todos los radios de un círculo son iguales, pues no son otra cosa que la misma línea CD, cuyo extremo traza la circunferencia; de lo cual resulta que todos sus puntos estan á igual distancia del punto C, llamado *centro*. Así para trazar una circunferencia de círculo se colocará una punta del compás en el centro, y haciendo girar la otra alrededor se describirá dicha curva.

Toda línea que, como AB, pase por el centro y toque á la circunferencia en dos puntos, se llama *diámetro*, y dividirá al círculo en dos partes iguales, que se llaman *semicírculos*, y la porcion de curva comprendida entre dos radios, como BD, se llama *arco*.

Fig. 4. *Division de la circunferencia del círculo.*

Toda circunferencia de círculo, sea grande ó pequeña, se divide en 360 partes iguales, que se llaman *grados*: cada grado en 60 partes iguales, que se llaman *minutos*; y cada minuto en 60 partes iguales, que se llaman *segundos* &c.

La señal del grado es. . . . . o
La del minuto. . . . . '
La del segundo. . . . . "

La division de la circunferencia tiene muchas aplicaciones, y sirve tambien para medir los ángulos; con este objeto se hace uso de un instrumento, llamado *trasportador*, que consiste en un semicírculo de laton ó cuerno, dividido en grados y minutos segun se ha explicado, y se ve en la fig. 4.

Fig. 5. *Trazar un ángulo.*

Se llama *ángulo* el espacio comprendido entre dos rectas que se cortan en un punto C, llamado *vértice* del ángulo, y las dos líneas BC y AC se llaman *lados* del ángulo.

Los ángulos se miden por los arcos, y todo ángulo que como BCD (fig. 3) no llegue á 90 grados se llama ángulo *agudo*; todo ángulo, como BCE, que tenga 90 grados se llama *recto*, y todo el que pase de 90 grados, como BCF, se llama *obtuso*. Así, si se coloca el trasportador sobre el ángulo ACB (fig. 5), de modo que el centro C del trasportador coincida exactamente con el vértice C del ángulo, y la línea C *a* con el lado CA, se verá que el lado BC toca en el punto de division *b*, cuyo arco *a b* vale 50 grados, que será el valor del ángulo.

Fig. 6. *Trazar un ángulo igual á otro dado y dividirle.*

Para trazar un ángulo igual á otro bastaria saber el valor del ángulo dado, y colocar el trasportador, como se ha dicho en la figura anterior; pero tambien se puede trazar por medio del arco. Si sobre la línea AC y desde el punto C se traza un arco de círculo con un radio igual á AC (fig. 5), colocando la distancia AB sobre el arco AB (fig. 6) haciendo pasar la línea CB por el punto C y la interseccion de los dos arcos se tendrá el ángulo pedido.

Tambien puede trazarse un ángulo igual á otro con un instrumento que usan los carpinteros, el cual se compone de dos reglas que giran sobre un mismo eje, al cual estan fijas, y es muy cómodo para medir, trazar y trasportar toda clase de ángulos; llaman á este aparato *falsa escuadra*.

Para dividir un ángulo en dos partes iguales se trazará desde el punto A un arco de círculo con una abertura de compás, tomada á voluntad, y con la misma otro arco desde el punto B, y por el punto de interseccion y el vértice del ángulo se trazará la línea CD que dividirá el arco y el ángulo en dos partes iguales.

Fig. 7. *Dividir una recta en dos partes iguales con otra que la sea perpendicular.*

Se llama *perpendicular* á toda línea que como CD cae sobre otra sin inclinarse á ningun lado, y forma con ella ángulos rectos, que valen cada uno 90.°

Desde los puntos AB, con una distancia cualquiera, se trazarán los arcos CD y por sus intersecciones una recta, y esta dividirá la línea dada en dos partes iguales, y además será perpendicular.

Toda línea que como CE se desvie de la perpen-

dicular se llama *oblícua*, y será tanto mas larga cuanto mas se desvie.

Fig. 8. *Levantar una perpendicular desde un punto dado sobre una recta.*

Colóquense á los lados del punto dado C las distancias iguales A y B, y de estos puntos como centros, y con un radio mayor que la mitad, descríbase dos arcos que se cortarán en D, por cuyo punto de interseccion y el punto C se trazará la línea pedida, que será *perpendicular* á AB, con la cual formará dos ángulos rectos iguales. Para probar si una escuadra está perfecta, se colocará, segun se ve en la figura, á un lado y otro de la perpendicular hasta que coincida.

Fig. 9. *Bajar una perpendicular á una recta desde un punto dado fuera de ella.*

Desde el punto dado C, considerado como centro, se describirá un arco de círculo con un radio bastante grande para que pueda cortar la línea dada en dos puntos, como AB, y de estos puntos dos arcos de círculo, que se cortarán en D; por cuyo punto de interseccion, y el punto dado C, se trazará la línea pedida.

Fig. 10. *Levantar una perpendicular en el extremo de una recta que no se pueda prolongar.*

Por un punto cualquiera, tomado como centro encima de la línea dada, por ejemplo C, se traza un círculo que pase por el punto A en donde se quiere levantar la perpendicular y que corte la línea dada en B; por este punto y el centro C se trazará una línea que cortará el círculo en D, por cuya interseccion, y el punto A, se trazará la perpendicular pedida.

Fig. 11. *Trazar una paralela á una recta dada que pase por un punto dado.*

Llámanse *paralelas* á las líneas que como C D y A B tienen todos sus puntos relativos á igual distancia, las cuales prolongadas al infinito no se encontrarian.

Tómese el punto dado C por centro, y con el mayor radio posible se trazará el arco de círculo B D y desde el punto B, con el mismo radio, el arco de círculo A C: la distancia C A se colocará desde B á D, y por el punto de interseccion D y el punto dado se trazará la *paralela* pedida.

Fig. 12. *Aplicacion y uso de la escuadra para trazar perpendiculares y paralelas.*

Sabiendo ya trazar perpendiculares y paralelas geométricamente, se pueden trazar con la escuadra y la regla, cuyo método es mas breve. Para esto no hay mas que apoyar un lado de la escuadra al canto de la regla, como se vé en la fig. 12, de modo que el otro lado coincida exactamente con la línea dada, y correr despues la escuadra, apoyada siempre en el canto de la regla, la cual se tendrá fija con la mano izquierda, hasta el punto por donde se quiera trazar la perpendicular ó paralela.

Fig. 13. *De las paralelas cortadas por una secante.*

Se llama *secante* toda línea que corta á otras: la línea A B corta á dos paralelas, con las cuales forma varios ángulos que es interesante conocer.

Los unos estan entre las paralelas, y se llaman *internos*; tales son los ángulos C D E F: los otros estan fuera de las paralelas, y se llaman *externos*; tales son los ángulos G H I J. Cuando se comparan de dos en dos, ya internos ya externos, se llaman *alternos* los que estan á

distintos lados de la secante; los ángulos C F son *alternos internos*, y tambien los dos E D, y tienen la propiedad de ser iguales entre sí. Los dos ángulos G y J son *alternos externos* é iguales entre sí, y lo mismo los dos H I.

Los dos ángulos que forman las paralelas á un mismo lado de la secante, el uno exterior y el otro interior, como D J, son iguales, y se llaman *correspondientes*, y todos los ángulos que como C H estan opuestos al vértice son iguales entre sí.

FIGURAS RECTILÍNEAS.

Llámase en general *figura* todo espacio cerrado con líneas: si las líneas que la cierran son rectas, se llama figura *rectilínea*; si son curvas, *curvilíneas*; y si son rectas y curvas *mistilíneas*: al conjunto de líneas que la cierran, sean rectas ó curvas, se llama *perímetro*, y el espacio cerrado *área* ó *superficie*: si la superficie tiene todos sus puntos en un mismo plano, se llama *recta* ó *plana*; si no los tiene *curva*, y puede ser cóncava ó convexa. Se llama *convexa* á la parte exterior de una esfera, y *cóncava* á la parte interior. Pero por ahora nos ocuparémos de las figuras planas terminadas por líneas rectas, por ser las mas sencillas.

CLASIFICACION DE LOS TRIÁNGULOS.

Para cerrar un espacio se necesita á lo menos tres líneas que no sean paralelas, y el espacio cerrado por tres líneas se llama *triángulo*: un triángulo tiene tres lados, tres ángulos y tres vértices. Por razon de los lados puede haber tres clases de triángulos, que se distinguen con los nombres de *equilátero*, *isósceles* y *escaleno*. Se llama triángulo equilátero al que tiene sus tres lados iguales (fig. 14): isósceles al que tiene solo dos lados iguales (fig. 15); y escaleno al que tiene los tres lados desiguales (fig. 16).

Tambien por razon de los ángulos se dividen en tres clases, á saber: *rectángulo*, *acutángulo* y *obtusángulo*. Se llama triángulo rectángulo al que tiene un ángulo recto (fig. 18), y el lado opuesto al ángulo recto es el mayor, y se llama *hipotenusa*: se llama acutángulo al que tiene sus tres lados agudos (fig. 14 y 15), y obtusángulo el que tiene un ángulo obtuso (fig. 16).

La suma de los ángulos de un triángulo, cualquiera que sea su forma y magnitud, es igual á dos ángulos rectos ó 180°; de cuya propiedad importantísima para las artes se infiere que en un triángulo no puede haber mas que un ángulo recto ó un ángulo obtuso, y en conociendo el valor de dos ángulos es conocido el del tercero, que será lo que falta á los dos para valer 180°; por lo que conociendo un ángulo es conocida la suma de los otros dos.

Fig. 14 y 15. *Trazar un triángulo, dados sus lados.*

En las artes ocurre con frecuencia tener que trazar un triángulo, del cual se conocen ciertas partes. Conocidos los tres lados, sean iguales ó desiguales, se toma un lado por base, pues puede ser cualquiera, y desde sus ex remos AB, con una abertura de compás igual al largo de cada uno de los otros lados se trazarán dos arcos de círculo, y por su interseccion C y los puntos AB se trazarán dos líneas, que serán los lados del triángulo pedido.

Fig. 16. *Trazar un triángulo dados dos lados y un ángulo.*

Sean los lados y ángulo dado (fig. 17): trácese el lado AB igual al lado dado D, y en su extremo A un ángulo igual al dado por el método indicado (fig. 6), se hará el lado AC igual al otro dado E, y por los puntos C y B se trazará una línea y se tendrá el triángulo pedido.

Fig. 18. *Trazar un triángulo, dados dos ángulos y un lado.*

Trácese la recta AB igual al lado dado, trácese igualmente en sus extremos dos ángulos iguales á los ángulos dados como se ve en la figura, y prolongándolos suficientemente se encontrarán en C, y se tendrá el triángulo pedido.

Por lo que se acaba de explicar se ve que dos triángulos son iguales cuando los tres lados del uno son iguales á los tres del otro, ó lo que es lo mismo, que es el propio triángulo construido en diferente lugar.

Cuando dos triángulos tienen dos lados iguales, y el ángulo comprendido entre ellos tambien es igual, los dos triángulos son iguales: y finalmente cuando dos triángulos tienen dos ángulos, y el lado comprendido entre ellos igual, los dos triángulos son iguales.

Las formas triangulares son de un gran uso en las artes. El triángulo isósceles, llamado tambien *simétrico*, le vemos empleado con frecuencia en los *frontones* de arquitectura: el perfil de los tejados es un triángulo simétrico, pero su altura varía segun la materia que se emplea para cubrirlos, y en los paises del Norte son mucho mas altos que en los del Mediodía, con el objeto de proporcionar un deslizadero fácil y pronto á la mucha nieve que cae en aquellos; de lo contrario pesaria mucho sobre la armadura, y conservaria mas tiempo la humedad.

CLASIFICACION DE LOS CUADRILÁTEROS.

Llámase *cuadrilátero* á toda figura terminada por cuatro líneas: un cuadrilátero tiene cuatro lados, cuatro ángulos y cuatro vértices, y dos *diagonales*, que son las líneas que unen los vértices opuestos (fig. 21 y 22). Por sus diferentes formas se distinguen con los nombres de

trapezoíde, *trapecio* y *paralelógramo*. Se llama trapezoíde á un quadrilátero que no tiene ningun lado paralelo (fig. 19): trapecio al que tiene dos lados paralelos (fig. 20), y paralelógramo al que tiene todos sus lados paralelos dos á dos (fig. 21).

El paralelógramo tiene muchas aplicaciones en las artes; empléase con frecuencia en las máquinas para producir el movimiento paralelo, y se le da diferentes formas, que se distinguen con nombres particulares, á saber; *romboíde*, *rombo*, *rectángulo* y *cuadrado*.

Se llama romboíde á un paralelógramo cuando sus lados y ángulos contiguos son desiguales (fig. 21). Se llama rombo cuando sus lados son iguales, y desiguales los ángulos contiguos (fig. 22). Se llama rectángulo cuando los ángulos son iguales y rectos, y los lados iguales dos á dos (fig. 38); y finalmente, se llama cuadrado cuando los lados y los ángulos son iguales (fig. 40).

El rombo se llama tambien *losange*; es simétrico respecto de cada diagonal, y si se le dobla por cualquiera de ellas, la una parte coincidirá exactamente con la otra: esta propiedad es muy preciosa en las artes; por eso se ve esta figura empleada con frecuencia en los muebles, ornamentos, iluminaciones &c.

El rectángulo tambien tiene un uso continuo en las artes: las puertas, ventanas y balcones son por lo regular rectángulos: la parte superior de una cómoda y de una mesa, la delantera de un armario son formas rectangulares, á las cuales debe darse, siempre que otras causas no lo impidan, doble largo que ancho, por ser esta porporcion la mas bella y agradable á la vista.

El cuadrado se encuentra empleado, como el rectángulo, en un gran número de productos de la industria. Las diagonales en estas dos figuras son iguales, de cuya propiedad notable sacan un gran partido en las artes. Los ebanistas y carpinteros, para poner á escuadra, es decir, que sean rectos los ángulos de un marco, un cajon, ó cualquiera otro abjeto, miden con una regla las

diagonales, y aprietan en los ángulos opuestos de la mayor hasta ponerlas iguales. En todas las figuras de cuatro lados la suma de sus ángulos es igual á cuatro ángulos rectos, y el lado inferior A B será su *base* como en los triángulos; y la perpendicular C (fig. 21), bajada del lado opuesto á la base ó á su prolongacion, será la *altura*.

Fig. 19. *Trazar un trapezoíde.*

Trácese primero la línea AB, que será la base, y en sus extremos los lados que formarán con esta el ángulo que se quiera; fíjese las diferentes alturas C D sobre dichos lados, por cuyos puntos pasará la cuarta línea que terminará el trapezoíde.

Fig. 20. *Trazar un trapecio.*

Esta figura se traza del mismo modo que la anterior, con solo tener cuidado que el lado CD sea paralelo á AB.

Fig. 21. *Trazar un paralelógramo.*

Trácese la base A B, y en sus extremos los lados, teniendo cuidado que sean bien paralelos: sobre uno de ellos se determinará la altura, se trazará la cuarta línea paralela á la base, y se tendrá la figura pedida.

Fig. 22. *Trazar un losange.*

Para trazar el losange se trazarán primero las dos diagonales perpendiculares entre sí, y desde su interseccion C los puntos BD y E F, que terminarán los lados.

Para trazar un rectángulo (fig. 38) se trazará primero la línea A B del largo conveniente, y en sus extremos se levantarán dos perpendiculares C y D, que serán los lados, y sobre estos se fijará la altura, por cuyos puntos se trazará la paralela y se tendrá el rectángulo pedido.

Para trazar el cuadrado (fig. 40) se ejecutará lo mismo que en el rectángulo.

FIG. 23 y 24. *Trazado de polígonos.*

Toda figura terminada por mas de cuatro líneas se llama *polígono*, que quiere decir figura de muchos lados: el que tiene cinco lados se llama *pentágono* (fig. 23); el de seis *exágono* (fig. 24); el de siete *eptágono*; el de ocho *octágono*. Cuando ocurra nombrar una figura de mas lados se hará expresando el número de los que tenga, por ejemplo de nueve, de diez, de veinte &c., pues sus nombres particulares, pasado de ocho lados, es muy dificil retener.

Se llama *polígono regular* cuando tiene iguales todos sus lados y todos sus ángulos; es *irregular* cuando le falta algunas de estas circunstancias. Se llama *ángulo saliente* de un polígono aquel cuyo vértice está fuera de la figura, y *entrante* al que está dentro, como A (fig. 25).

Todo polígono puede estar *inscripto* ó *circunscripto* á un círculo; se llama *inscripta* una figura cuando está trazada dentro de otra. El pentágono (fig. 23) está inscripto en el círculo ABD, y circunscripto al círculo *abc*.

Llámase *centro* de un polígono regular al punto C que está igualmente distante de todos los vértices de los ángulos. Las líneas trazadas desde el centro á los vértices, como B, se llaman *radios oblícuos*, y las líneas perpendiculares á los lados del polígono, como *a* C, se llaman *radios rectos* ó *apotemas*.

Solo hablarémos de los polígonos regulares, pues son los que mas se emplean en las artes: así para trazar un polígono no hay mas que trazar un círculo y dividir su circunferencia en tantas partes como lados deba tener el polígono, y unirlos despues de dos en dos con una recta, como se ve en las fig. 23 y 24: el exágono es mas fácil de trazar por la particularidad de ser el radio igual á sus lados.

Fig. 25. *Trazar un polígono en estrella.*

Divídase la circunferencia del círculo en tantas partes como ángulos salientes debe tener, y con un radio igual á la mitad del primero se trazará otro círculo, cuya circunferencia se dividirá en igual número de partes, á partir de un punto intermedio A, y uniendo los puntos por rectas, como se ve en la figura, se tendrá el polígono pedido.

Esta clase de polígonos se emplean mucho en los pavimentos de mármol y madera y en toda clase de embutidos, y tambien lo usan en las vidrieras llamadas de *labor.*

DE LAS FIGURAS EN GENERAL.

Siempre que en las artes ocurre trazar una figura cualquiera, se refiere á dimensiones y forma determinada; así pueden ocurrir tres casos, á saber: trazar figuras *iguales*, *semejantes* ó *equivalentes.*

Por igualdad se entiende cuando una figura tiene la misma forma y magnitud que otra, de modo que si se pusiese una sobre otra se confundirian exactamente: á este método de comprobar la igualdad se llama *sobreposicion.*

Una figura es semejante á otra cuando tiene la misma forma y diferente magnitud: tambien se llama á estas figuras *proporcionales*, porque los lados de la una deben ser proporcionales á los lados de la otra.

Se dice que una figura es equivalente á otra cuando tiene diferente forma y contiene la misma área.

TRAZADO DE FIGURAS IGUALES.

Para trazar figuras iguales se emplean medios muy variados. Si se coloca una figura sobre un papel, ó cualquiera otra superficie, y se señalan todos sus contornos, se tendrá una figura igual por el método de sobreposicion.

Tal es el medio empleado por los carpinteros, canteros y otros muchos artesanos para hacer una figura igual á una *plantilla* ó modelo dado.

Para hacer un dibujo igual á otro suelen poner un papel trasparente encima del dibujo, y trazar sobre él con lápiz ó tinta; á este método llaman *calcar*. Tambien se emplea el *cisquero*, pero no siempre se puede picar el dibujo. En este caso mejor es emplear la *cuadrícula*, que se reduce á trazar líneas paralelas, que forman unos pequeños cuadros sobre el dibujo: si no se quiere estropear éste, se formarán con hilos atados á los extremos; se trazarán otros iguales sobre el dibujo que se quiere ejecutar, y despues se van copiando fácilmente las partes del dibujo segun estan colocadas en los cuadros. Este método emplean con frecuencia para copiar los mapas geográficos. Vistos ya estos métodos particulares, nos ocuparémos del mas general que nos suministra la Geometría.

Las figuras iguales mas sencillas que pueda ocurrir trazar despues de los ángulos son los triángulos. Para trazar un triángulo igual á otro es necesario tomar los lados del triángulo dado, ó alguno de sus lados y ángulos; en este caso, haciendo aplicacion de los métodos expuestos en las fig. 14, 15, 16, 17 y 18, se tendrán triángulos iguales.

Para trazar un cuadrilátero igual á otro se procederá como en los triángulos. Se tomará uno de sus lados por base, por ejemplo AB, y en los extremos se trazarán los ángulos iguales á los de la figura dada; en la prolongacion de los lados se fijará la altura igual á la de la figura dada, como se ve en la fig. 19. Pero si el cuadrilátero fuese paralelógramo, como esta figura tiene cada dos lados iguales y paralelos, y los ángulos opuestos tambien son iguales, bastará tomar un ángulo y dos lados adyacentes.

Fig. 26. *Trazar un paralelógramo dado un ángulo y dos lados adyacentes.*

Sea el ángulo ABC el dado, y los lados DE y FG: trácese primero la linea A′E′, y sobre ella el ángulo A′B′C′ igual al ángulo dado; hágase el lado A′G′ y E′H′ iguales á FG, y se tendrá el paralelógramo pedido.

Fig. 27. *Trazar un polígono cuyos lados sean iguales á una dimension dada.*

Para trazar un polígono igual á otro dado es claro que en trazando un círculo con igual radio, y dividiendo la circunferencia en igual número de partes que lados tiene el polígono dado, se tendrá el polígono igual.

En las artes ocurre con frecuencia tener que trazar polígonos cuyos lados deben ser iguales á una dimension dada, y la primera dificultad que ocurre es con qué radio se trazará el círculo para inscribir en él el polígono: la Geometría suministra varios medios, y entre ellos he preferido el siguiente por su generalidad y sencillez.

Hemos visto (fig. 24) que el exágono tiene sus lados iguales al radio; luego este no ofrecerá ninguna dificultad, y esta propiedad nos facilitará el trazado de los demás. Con un radio poco mas ó menos como el lado dado AB (fig. 27) se trazará el círculo *abc*, el cual se dividirá en tantas partes como lados deba tener el polígono, por ejemplo en ocho, y por los puntos de division se trazarán otros tantos radios: por dos puntos de division cualquiera se trazará la línea *ab*, y paralela á esta, y entre los radios *ab*, se trazará la línea CD igual al lado dado AB, y con el radio CE la circunferencia CDF, la cual contendrá los lados del polígono pedido.

TRAZADO DE FIGURAS SEMEJANTES.

Para trazar figuras semejantes empezarémos por dividir una línea en partes proporcionales á otra ya dividida, pues esta operacion nos suministrará los medios necesarios para trazar todas las figuras que se quieran.

Fig. 28. *Dividir una recta en partes proporcionales á otra ya dividida.*

Supongamos una recta AE dividida en un número de partes cualquiera, y A E′ una línea que se quiere dividir en partes proporcionales á la AE ya dividida; colóquense de modo que formen un ángulo cualquiera, y trácese una recta que una los dos extremos E E′, y por los puntos de division BCD unas paralelas á esta, las cuales dividirán á A E′ por los puntos B′ C′ D′ en partes proporcionales á AE.

Fig. 29 y 30. *Trazar un triángulo semejante á otro.*

Si se quiere ahora trazar un triángulo semejante al de la fig. 16, cuya base sea *a b* (fig. 30), se trazará primero un ángulo cualquiera (fig. 29); se colocará en este el lado CB del triángulo dado (fig. 16) desde A′ á D′, y el lado AC en A′C′, y finalmente la base AB en A′B′: colóquese ahora la base dada *ab* en A′ *b*′, y trácese la recta B′ *b*′, y por los puntos C′ D′ unas paralelas que determinarán en *c d* los demás lados del triángulo. Ya hemos visto que en teniendo los tres lados se puede trazar un triángulo: luego si con la distancia A′ *c*, y sobre la base dada *a b* (fig. 30) se traza desde *a* un arco de círculo, y con la distancia A′ *d*, y á partir de *b* otro arco, y por su interseccion *d*′ los dos lados, se tendrá un triángulo cuyos ángulos serán iguales, sus lados proporcionales, y en todo semejante al triángulo dado (fig. 16).

FIG. 31 y 32. *Trazar un trapezoíde semejante á otro.*

Para trazar un trapezoíde semejante á la fig. 19 se procederá del mismo modo que en la figura anterior. Se determinará el largo que deberá tener uno de los lados, y sea por ejemplo la base *ab*; trácese el ángulo (fig. 32) y colóquense los lados C D de la fig. 19 desde A′ á E′, AD de A′ á D′, BC de A′ á C′, y finalmente la base AB de A′ á B′. Colóquese ahora la base dada *ab* desde A′ á *b*′, trácese la recta B′*b*′, y por todos los demás puntos paralelas á esta y se tendrán los cuatro lados proporcionales del trapezoíde; pero como para trazar esta figura no basta tener los lados, sino que es necesario tener algun ángulo, se trasladarán los dos ángulos, cuyos vértices son AB (fig. 19) en *ab* (fig. 31), y se colocarán despues los lados respectivos como se explicó en el trazado de figuras iguales y segun se ve en el dibujo.

FIG. 33 y 34. *Trazar un paralelógramo semejante á otro dado.*

Para trazar un paralelógramo semejante á la fig. 26, cuya base dada es *ae* (fig. 33), se tendrá presente que teniendo esta figura sus lados iguales dos á dos, bastará tomar dos lados adyacentes, y teniendo ya uno de los dos que se necesitan para trazar la figura pedida, no resta mas que encontrar el otro lado: esto es lo que se llama en Geometría *hallar una cuarta proporcional á tres líneas dadas*. Para esto se trazará el ángulo (fig. 34), en el cual se colocarán los dos lados adyacentes del paralelógramo dado (fig. 26), el menor de A á G, y el mayor de A á E, y el lado dado *ae* de A á *e*′; trácese la recta E*e*′, y paralela á esta la recta G*g*, y el punto *g* determinará la cuarta proporcional desde *a* á *g*, que será el lado que faltaba; trácese ahora en el extremo *a* de la línea dada *ae* (fig. 33) el ángulo *abc* igual

al de la figura dada, hágase el lado *ag'* igual á Ag, y paralelamente á estos los otros dos lados, y se tendrá el paralelógramo semejante.

Si se quisiese un rectángulo semejante á otro, se aplicará el mismo método que en el paralelógramo.

Para trazar un polígono semejante á otro no se necesita mas que conocer uno de sus lados, y aplicar el método explicado en la fig. 27, porque todos los polígonos regulares de un mismo número de lados son semejantes, pues tienen sus ángulos iguales, y los lados proporcionales á sus radios.

Las circunferencias de los círculos son proporcionales á los radios y á los diámetros, y son considerados como figuras semejantes, pues las líneas de un círculo semejantemente situadas á otro son proporcionales. Tambien se considera á un círculo como un polígono de muchos lados, pues á medida que los lados de un polígono se multiplican se diferencia menos del círculo en que está inscripto.

FIG. 35. *Trazar una circunferencia igual á una línea dada.*

En las artes ocurre con frecuencia tener que trazar un círculo, cuya circunferencia debe ser igual á una medida dada. Para poderla trazar con exactitud seria necesario conocer á punto fijo la razon del diámetro á la circunferencia, pero esta no se conoce sino por aproximacion; y sirviéndonos de la razon encontrada por Arquímedes, que es la de 7 á 22, se procederá de este modo. Si la medida dada fuese por ejemplo la línea AB (fig. 35), se dividirá esta línea en 22 partes iguales, de las cuales se tomarán 7, que será el diámetro A'B', con la mitad de esta línea por radio se trazará el círculo A'B'C (fig. 35), cuyo diámetro A'B' es igual á 7 partes de la línea dada AB, y su circunferencia al todo de dicha línea.

TRAZADO DE FIGURAS EQUIVALENTES.

Todos los triángulos que tengan la misma base y la misma altura como ABC y ABC′, son equivalentes, pues tienen la misma área y distinta forma.

El rectángulo ABCD y el paralelógramo ABC′D′ (fig. 37) tambien son equivalentes, pues tienen la misma base y la misma altura.

Fig. 36. *Trazar un rectángulo equivalente á un triángulo cualquiera.*

A la mitad de la altura del triángulo se trazará la recta *ab* paralela á la base, y por los puntos AB se levantarán dos perpendiculares, que serán los lados del rectángulo AB y *ab*, equivalente al triángulo; pues si bien se examina, se verá que el triángulo C*dc* es igual á la parte A*ca* que se ha añadido á la parte inferior del triángulo para rectángulo, y lo mismo sucede con el triángulo C*de*, que tambien es igual á la parte B*eb*. Si el rectángulo en que se quiere convertir un triángulo tuviese algun lado dado se empleará el modo siguiente.

Fig. 38 y 39. *Trazar un rectángulo sobre una recta dada equivalente á otro rectángulo dado.*

Sea *ab* el lado dado sobre el cual se debe trazar un rectángulo equivalente á ABCD (fig. 38); trácese el ángulo (fig. 39) y colóquese el lado AB de A′ en B′, y *ab* de A′ á *b*′; y AC de A′ á C′; trácese la recta *b*′ C′, y paralelamente á esta B′ *c*; y la distancia A′ *c* será el lado *a c*′ del rectángulo *abc*′*d*, equivalente á ABCD.

FIG. 40. *Trazar un cuadrado equivalente á un rectángulo.*

Colóquese el lado AC del rectángulo á continuacion de la base AB y del medio de C′B; trácese el semicírculo C′BE, prolónguese el lado AC hasta encontrarse con la circunferencia, y la línea AE será media proporcional entre los dos lados del rectángulo, y será tambien el lado del cuadrado AEFG, y se tendrá el rectángulo trasformado en un cuadrado equivalente.

Si con el rectángulo obtenido por la trasformacion del triángulo (fig. 36) se hiciese lo mismo que en la fig. 40, se tendrá dicho triángulo trasformado en un cuadrado equivalente.

Ya que sabemos formar diferentes figuras con líneas rectas, y por medio de la division de estas en partes iguales y proporcionales, trazar figuras iguales y semejanes, y trasformar otras en equivalentes, pasarémos á combinar la línea recta con el círculo y con curvas de diferentes curvaturas, de cuyas combinaciones resultan formas tan graciosas y variadas, y de tantas aplicaciones á las artes que seria dificil enumerarlas.

EJERCICIOS DE GEOMETRIA.

LÁMINA 2.ª

FIG. 41. *Trazar una circunferencia que pase por tres puntos dados que no esten en línea recta.*

Dados los tres puntos ABD, se unirán con unas rectas, y en medio de cada una se trazarán perpendiculares (fig. 7), las cuales se encontrarán en C, que será el centro del círculo que se desea, y que se trazará con un radio igual á la distancia del centro á cualquiera de los tres puntos.

FIG. 42. *Trazar una tangente que pase por un punto dado sobre una circunferencia.*

Se llama *tangente* á toda línea que toca á una circunferencia en un solo punto; para obtenerla, se trazará primero un radio que pase por el punto dado A, por el cual se trazará una perpendicular á dicho radio, que será la tangente pedida.

Toda línea que como BD corte á la circunferencia en dos puntos y sobresalga á los lados se llama *secante*, y la que solo toca á la circunferencia, sin sobresalir, se llama *cuerda* del arco que separa, y la parte comprendida entre el arco y la cuerda se llama *segmento* del círculo.

FIG. 43. *Trazar tangentes á una circunferencia desde un punto dado fuera.*

Únase el punto dado A y el centro C del círculo con una recta, y con un radio igual á su mitad desde el

centro B trácese una circunferencia que cortará á la primera en los puntos DE: por estos puntos y el punto A se trazarán las tangentes pedidas.

FIG. 44. *Unir dos rectas con un arco de círculo que pase por un punto dado.*

Trazadas dos rectas ABD, de modo que formen un ángulo cualquiera, se dividirá este ángulo en dos partes iguales por el método indicado en la fig. 6. Sobre la línea BC que le divide se situará el punto E por donde se quiere que pase el arco de círculo; por este punto E se trazará una perpendicular á la recta BC, la cual formará dos ángulos, cuyos vértices serán FG, y se dividirán en dos partes iguales; las líneas de division determinarán en su interseccion el punto C, que será el centro para trazar el arco de círculo pedido, y sus puntos de contacto con las rectas los determinan los radios trazados, perpendicularmente á las tangentes, desde el centro C.

Esta figura tiene muchas aplicaciones en las artes para redondear los ángulos de los muebles y mostradores de tienda &c., y aun para determinar los ángulos redondos que frecuentemente se ven en algunas casas.

FIG. 45. *Determinar el punto de contancto de dos circunferencias que se tocan.*

Trazadas dos circunferencias que se toquen, ya sean una dentro de otra ó fuera, se trazará una línea que pase por los dos centros, y el punto A, donde ésta corta á las dos circunferencias, será el de contacto ó tangencia.

FIG. 46, 47 y 48. *Trazado de varias molduras.*

Se llama *talon* una moldura compuesta de dos arcos de círculo, cuyos centros estan opuestos, como se ve en

la fig. 46; y *gola ó talon reverso* á la fig. 47, que solo se diferencia de la anterior en que está invertida.

Determinados los puntos A y B, sobre las dos paralelas (fig. 46 y 47) se unirán con una recta, y tomando su mitad por radio, y haciendo centro en los puntos ABD se trazarán unos arcos de círculo, y sus intersecciones C serán los centros para trazar las curvas que forman las dos molduras indicadas que se trazan del mismo modo.

La fig. 48 se llama *cuarto bocel*: está trazada desde el centro C con un arco, que es la cuarta parte de un círculo, y si se invierte esta moldura, trazándola desde el punto D, se tendrá un *cuarto bocel inverso*, á que suelen llamar tambien *media caña*.

Fig. 49. *Trazar un arco de círculo tangente á dos circunferencias dadas.*

Trazadas las dos circunferencias, se unirán sus centros AB con una recta, á la cual se levantará una perpendicular por el punto A, y sobre esta se colocará el radio de la mayor desde D á E: por este punto y el centro B se trazará una recta, y en medio de esta una perpendicular que cortará á AC en C; este punto de interseccion será el centro para trazar el arco pedido, cuyos puntos de contacto con los círculos serán D y F situados sobre las líneas que unen los centros. Esta combinacion de curvas presenta una forma muy agradable, y es la que se da á las manibelas en las máquinas de vapor y á otras varias piezas.

Fig. 50. *Trazado de la escocia.*

Se llama *escocia* á una curva compuesta de varios arcos de círculo de diferentes radios, de que se usa mucho en arquitectura en la basa ática para unir los dos toros, y en las artes la emplean tambien con frecuencia.

Trazadas las dos paralelas AB y CD se situarán los

puntos AB, extremos de la curva; en el punto B se levantará una perpendicular indefinida, y por el punto A se bajará otra; á la tercera parte de la altura CD se trazará una horizontal que cortará á la perpendicular A en el punto E, y desde este punto se trazará el arco de círculo FA; se tomará la tercera parte de FE, y se colocará de E á G, por cuyo punto se trazará el arco FL, que será la mitad de FA; se tomará despues la cuarta parte de L á G, y se colocará de G á H, desde cuyo punto se trazará el arco LM indefinido. Se colocará la distancia HL desde B á I, y se trazará la recta HI, levantando en medio de ella una perpendicular que cortará á BJ en el punto J, y por cuyo punto de interseccion se trazará el arco MB; trácese despues una recta por los puntos J y H, y determinará en M la union de los dos arcos.

FIG. 51. *Trazar la misma curva por otro método.*

Trazadas las paralelas y situados los puntos AB, se unirán estos con una recta, sobre la cual se trazará un semicírculo: se dividirá su circunferencia en un número cualquiera de partes iguales, y por los puntos de division *c d e* &c. se trazarán perpendiculares á la recta AB, y por los puntos de interseccion CDE &c. se trazarán paralelas, sobre los cuales se colocarán las distancias C*c* en *c'*, D*d* en *d'*, y así sucesivamente, por cuyos puntos pasará la curva pedida que se trazará con la plantilla de curvas (fig. 67), la cual se colocará de modo que coincida con el mayor número posible de puntos, pero por lo menos con tres, y se pasará el lápiz ó tira-líneas apoyándolo á la dicha plantilla (1).

(1) *Este mismo método se empleará en las demás curvas determinadas por intersecciones de líneas que no pueden trazarse con el compás.*

Esta escocia es la que generalmente se emplea en la parte superior de un jarron ó vaso *etrusco* y de varios remates que se colocan en los muebles.

FIG. 52. *Trazar un arco rapante.*

Se trazará primero el semicírculo A*d*G del mismo ancho que deba tener el arco; divídase la circunferencia en partes iguales, y por los puntos de division *bcdef* levántense unas perpendiculares á la cuerda AG, trácese A′G′ con la inclinacion necesaria, y en seguida váyanse colocando las distancias B*b* en B′*b*′, y así sucesivamente, y se obtendrán los puntos por donde pasará la curva, que será el *arco rapante.*

FIG. 53. *Trazar un arco de círculo que pase por tres puntos dados, cuyo centro sea inaccesible.*

Sean ABC los tres puntos dados; desde A y B como centros, y con AB por radio, trácense los arcos AD y BE, trácense tambien las líneas BG y AF, de modo que pasen por el punto dado C; divídanse los espacios AG y BF en un número cualquiera de partes iguales, y colóquense igual número de partes á la parte superior. Por el punto inferior H y el punto superior I trácense dos rectas, y su interseccion J será un punto de la curva; trácese igualmente L y E y se tendrá M, y ejecutando lo mismo en el otro lado se tendrá la curva pedida. Si el punto dado C estuviese en medio, la perpendicular á la cuerda bajada de este punto C será la *flecha* del arco.

FIG. 54. *Trazado de un arco apuntado.*

Trácese la cuerda AB, y tomando esta por radio, se trazará el arco AC, haciendo centro en B, y el arco CB haciendo centro en A. Pero si la altura fuese determinada, por ejemplo en el punto D, se buscarán sobre

la cuerda dos puntos que vengan bien, y serán EF. Este arco pertenece á la arquitectura gótica; suelen llamarle tambien *realzado* ó *aperaltado* porque es mas alto que el medio punto, así como llaman *rebajado* al que es mas bajo que el medio punto.

En las pocas figuras que se han trazado hemos visto formas muy diversas y agradables, que la industria emplea con frecuencia en sus productos. Observando las reglas indicadas se podrán trazar todas las figuras que se quieran combinar, con solo tener cuidado de determinar oportunamente los puntos de contacto de sus uniones, lo cual se conseguirá fácilmente si se obseva por regla general que la combinacion de la recta con el círculo no es otra cosa que tirar una tangente á este, cuyo punto de contacto está determinado en A (fig. 42) por el radio AC perpendicular á la tangente, como se ve tambien (fig. 43 y 44), y que en la combinacion de curvas de la misma ó de diferentes curvaturas el punto de contacto le determina la línea que une los centros, como se ve en D con la línea CC (fig. 46 y 47), en DF (fig. 49), y en H (fig. 50).

En las artes se necesita frecuentemente trazar curvas compuestas de una infinidad de arcos de círculo, cuyos puntos de contacto seria dificil determinar: tal sucede en las *cartelas* de una cama de cabecera de caida, ó en las caidas de un sofá &c.; en este caso, con la práctica y buen ojo adquirido con el dibujo, puede trazarse á pulso, pero es necesario tener cuidado de que dichas curvas sean suaves y graciosas, y que no se advierta en ellas golpes bruscos que las hagan desagradables á la vista, pues en esto consiste el arte de perfilar; y en el caso de emplear molduras no se deben prodigar estas demasiado, formando masas ridículas, que hacen pesadas á la vista, como se ve en algunos muebles. Es necesario colocar las molduras en grupos que la vista pueda distinguir fácilmente, teniendo cuidado de combinar las mas pequeñas con las mas voluminosas y las partes rectas y filetes á fin

de que resalten unas de otras, observando siempre las leyes de sencillez, variedad y contraste, reglas sobre que se funda el arte de hermosear los muebles y monumentos.

TRAZADOS DIVERSOS DE LA ELIPSE.

La *elipse* es una curva cerrada que resulta de una *seccion* dada en un cilindro ó en un cono, como se verá mas adelante: tiene dos ejes, el menor es igual al diámetro del cilindro, y el mayor igual al largo que tenga la seccion ó *corte* dado. Es simétrica con respecto á sus dos ejes, y es tal que si de cualquier punto tomado sobre su circunferencia, á otros dos fijos llamados *focos*, determinados sobre el eje mayor, se trazan dos líneas llamadas *radios vectores*, la suma de estas dos líneas es igual al eje mayor, cuya propiedad suministra un medio para trazar dicha curva.

Fig. 55. *Trazar una elipse dados sus dos ejes.*

Despues de trazar la línea AB igual al eje mayor, trácese en su medio C una perpendicular, sobre la cual se colocarán las distancias CE y CD iguales cada una á la mitad del eje menor. Hecho esto, tómese la mitad del eje mayor, y desde el punto D trácense los dos pequeños arcos de círculo, y en su interseccion con el eje mayor determinará los focos FF′: tómese una porcion cualquiera del eje mayor, por ejemplo AG, y haciendo centro en los focos FF′ descríbanse los arcos de círculo LIJM, tómese en seguida la parte que se ha dejado del eje mayor, que será GB, y desde los focos trácense otros arcos de círculo, cuyas intersecciones con los primeros dará los puntos de la curva IJLM. Si se toma ahora otra porcion cualquiera, por ejemplo AH, y se ejecuta lo mismo, se tendrán otros cuatro puntos NOPQ, y así sucesivamente se obtendrán diferentes puntos, por

los cuales deberá pasar la curva, la cual se trazará con la plantilla de curvas como se ha explicado. Si se trazan los radios vectores JF, JF′ se verá que su suma es igual al eje mayor AB, como se ha dicho.

Fig. 56 y 57. *Trazado de la elipse por la diferencia de sus dos ejes.*

Determinados los dos ejes de la elipse, se toma una regla ó una tira de papel, y se señalará en ella la diferencia AB de los dos ejes; se mueve esta regla alrededor de modo que los puntos A y B no salgan de los dos ejes, y apoyando un lápiz en C se señala la curva. Este principio ha suministrado la idea de la construccion de un instrumento llamado *compás elíptico*, que consiste en dos correderas AA′ ensambladas en cruz (fig. 57), las cuales se colocan sobre los dos ejes y una regla C con tres abrazaderas; las dos BB′ tienen dos ejes que permiten girar á la regla en todas direcciones, y en el extremo del eje un pie que entra en la ranura de la corredera que sin dejarla salir de esta la permite moverse en ella. En la parte superior dichas abrazaderas tienen un tornillo de presion, los cuales se aprietan á la regla para que una vez determinada la diferencia de los dos ejes sea constantemente la misma, en la extremidad D tiene un lápiz, con el cual se traza la elipse.

Fig. 58. *Trazar una elipse con arcos de círculo.*

Esta elipse, aunque no es exacta, se aproxima mucho á la verdadera, y se emplea con frecuencia en las artes. Los artesanos generalmente la prefieren por la facilidad de poderse trazar con arcos de círculo.

Determinados los dos ejes se traza el triángulo equilátero ABC; con la distancia BD, igual á la mitad del eje menor, se determinará el punto E sobre el lado CB del triángulo; por estos dos puntos ED se trazará una

línea que encontrará el otro lado del triángulo en F, y con la distancia AF se determinará el punto G; por este punto y el punto F se trazará una línea que en su interseccion con el eje menor determinará el punto H. El punto G será el centro de donde se trazará la porcion de círculo FAI, y el punto H el centro de FDL.

Trasladando ahora el punto G en G′, y H en H′, se tendrá los otros centros, y las líneas FLIJ, que unen los centros, determinarán los puntos de contacto de los diferentes arcos que forman el óvalo.

Esta curva, aunque no es una verdadera elipse, es bastante graciosa cuando no es mucha la diferencia de sus dos ejes; pero si el eje menor es menos de la mitad del mayor, no se debe emplear este método, porque los extremos de los diferentes arcos de círculo con que se traza forman en su union una porcion de curva desagradable á la vista.

Cuando hubiese que trazar en el terreno una elipse grande, determinados ya los ejes y los focos, se tomará una cuerda igual al eje mayor, y se atarán sus extremos á dos clavos ó estacas clavadas en los focos, y apoyando una punta de trazar á la cuerda se va señalando la elipse. Este método está fundado en el principio de los radios vectores. Pero si el ancho de la elipse fuese indiferente, bastará colocar los extremos de la cuerda sobre el eje mayor á una distancia cualquiera, advirtiendo que cuanto mas se separan las extremidades de la cuerda (focos de la elipse) de las extremidades del eje será la elipse mas ancha, y vice versa.

A este método de trazar elipses con cuerdas suelen llamar *método ó elipses de jardinero.*

Los albañiles tambien suelen emplear este método para trazarlas en la pared, y aun para trazar los arcos *rebajados*, que generalmente son medias elipses trazadas por alguno de los métodos indicados, por cuya razon se ha omitido esta figura.

Fig. 59. *Trazar una tangente á la elipse que pase por un punto dado sobre su circunferencia.*

Sea el punto dado J; trácense los radios vectores JF' y JF, prolónguese este último fuera de la elipse, y divídase el ángulo FJH en dos partes iguales, y la línea IJ será la tangente pedida.

Fig. 60. *Trazar un óvalo en forma de huevo.*

Esta figura se usa mucho en arquitectura para trazar unas frutas en forma de huevo, que llaman *óvolos* ó *echinos*, con que adornan el capitel jónico.

Para trazarlo se divide el eje AB igual á su altura en tres partes iguales, y por el punto C, tercera parte de AB, se trazará una perpendicular á esta línea; con AC por radio se trazará el semicírculo ADE, y se colocará una distancia igual á dicho radio desde E á F y de D á G; estos dos puntos serán los centros para trazar los arcos de círculo DH y EI, y J el centro de HBI. Las líneas GI y FH determinarán los puntos de contacto de los arcos de círculo, y se tendrá la figura pedida.

Fig. 61. *Trazado de la parábola.*

La *parábola* es una curva que resulta de una seccion dada en un cono paralelamente á una generatriz, como se verá mas adelante; es cerrada por un lado, llamado *vértice*, y abierta por otro: tiene un eje con respecto al cual sus dos ramas son simétricas, y todos sus puntos estan á igual distancia de una recta llamada directriz, y de un punto fijo llamado foco.

Para trazarla, dada la línea AB, que será la directriz, se trazará la perpendicular FE, que será el eje, y sobre este se colocará el punto F, foco de la parábola, y el punto V que será el vértice, cuidando de colocar

este á igual distancia de la directriz y el foco. Hecho esto, se trazarán las líneas CDGHI á una distancia cualquiera pero perpendiculares al eje; tómese la distancia de estas líneas á la directriz, por ejemplo de C á C′; con esta misma distancia y desde el foco trácese el arco de círculo C, y en su interseccion con la misma recta dará un punto de la curva: tómese igualmente la distancia GG′, y desde el punto F trácese la interseccion G y se tendrá otro punto de la curva, y así sucesivamente se obtendrán los demás puntos DHI, los cuales se trasladarán al otro lado del eje para obtener la otra rama, que se trazará despues con la plantilla de curvas.

Hácese uso de esta curva en las máquinas de vapor para trazar los balancines. Los reverberos de los faroles son unos casquetes parabólicos, que colocados convenientemente tienen la propiedad de reflejar la luz hácia la parte que se desea. Son muchas las aplicaciones de esta curva á diferentes objetos de la industria, cuya descripcion es preciso omitir por necesitarse otros conocimientos que los que llevamos expuestos para poderlo comprender.

ESPIRALES.

Las espirales son unas curvas engendradas por un punto que se mueve alrededor de otro, separándose ó aproximándose de su centro. No se puede cerrar ni terminar, y hay una grande variedad en esta clase de curvas; pero estudiarémos aquellas que tienen mas aplicaciones á las artes.

Fig. 62. *Trazado de la espiral de Arquímedes.*

La espiral, de que el famoso geómetra *Arquímedes* descubrió las principales propiedades, es la mas importante y la mas sencilla. Véase su generacion. Concíbase que el radio AB del círculo regulador BB′B², B⁴, B⁶ &c. gira alrededor del centro, al mismo tiempo que el punto

generador A parte del mismo centro y camina sobre dicho radio: si la relacion entre el radio AB y la línea recta recorrida por el punto A es constantemente la misma que entre la circunferencia y el arco recorrido por el punto A, la curva descripta por dicho punto será la espiral de *Arquímedes*. Se concibe bien que cuando el radio AB ocupe la nueva posicion AB′, el punto generador A estará en *a*, y cuando dicho radio esté en AB^2 el punto A estará en *b*, y así sucesivamente. Esta propiedad suministra un medio muy sencillo para trazarla con toda exactitud.

Trácese el círculo regulador BB^2 B^6 &c., divídase en un número cualquiera de partes iguales, por ejemplo en ocho, divídase tambien el radio AB en el mismo número de partes, y por los puntos de division y el punto A, como centro, se trazarán arcos de círculo, que cortarán los radios AB′ AB^2, y así cucesivamente, por cuyos puntos de interseccion *abc* &c. pasará la curva que dando principio en A concluirá en *h*, y se tendrá una *espira* ó vuelta de la espiral; pero como esta puede componerse de todas las espiras que se quiera, en este caso no hay mas que prolongar el radio AB y hacer nuevos puntos de division, y por ellos trazar arcos de círculo para obtener los puntos de interseccion *ijl* ó cuantos se quieran, operando siempre del mismo modo.

Las porciones de curva obtenida entre dos radios puede trazarse á compás sabiendo hallar el centro; para esto supongamos que se quiera trazar la porcion de curva *jl*; tómese la distancia A*j* por radio, y haciendo centro en *j* trácese un arco de círculo, y desde el punto *l* y con el mismo radio hágase lo mismo, y la interseccion *s* será el centro con que se trazará el arco *lj* y el arco *cb* y todos los que se quieran trazar entre los dos radios AB^2 y AB^3 ó en su prolongacion; del mismo modo se trazarán las demás partes de la curva, advirtiendo que este método solo puede tener aplicacion en el caso de que la espiral sea pequeña, ó dividiendo el círculo regulador en muchos mas radios á fin de que las porciones de curvas sean cortas.

Fig. 63. *Trazado de la evoluta.*

La *evoluta* es una curva engendrada por el desenvolvimiento de otra curva cualquiera, que toma el nombre de *evolvente*. Supongamos un hilo inextensible aplicado sobre el contorno de una curva dada, y sea por ejemplo el círculo ADF &c. Se concibe bien que si se hace mover la extremidad A del hilo, desenvolviéndole del círculo, dicha extremidad describirá una curva A*bcd* &c., que será la evoluta del círculo, la cual se traza geométricamente del modo siguiente.

Descríbase un círculo ADF &c., y divídase su circunferencia en un número de partes de una dimension tal que puedan considerarse como partes de una línea recta; por cada punto de division ABC &c. se trazarán tangentes al círculo, sobre la tangente B y á partir de este mismo punto se colocará la parte BA y dará el punto *b* de la curva sobre la tangente C, y desde dicho punto se colocarán las partes CBA, es decir, el arco rectificado, y se tendrá el punto C; sobre la tangente D se colocarán las partes contenidas sobre el arco DCBA, y se tendrá el punto *d*, y finalmente ejecutando lo mismo en las demás tangentes se tendrán los demás puntos *efghi* por donde debe pasar la curva: si se continúa el desenvolvimiento indefinidamente tomará la curva la forma de una espiral, porque despues de la primera revolucion las distancias entre diferentes vueltas son iguales á la distancia A*i*, que contiene toda la circunferencia del círculo evolvente. Se puede trazar esta curva por una continuidad de arcos de círculos, cuyos centros se tomarán sucesivamente sobre las tangentes trazadas por los diversos puntos de la circunferencia. Así del punto de contacto B, por ejemplo, con un radio igual al arco rectificado BA se trazará el arco A*b*, desde el punto C y con el radio C*b* igual al desenvolvimiento del arco CBA se trazará el arco *bc*, y así sucesivamente se irán trazando los demás.

Esta curva se usa mucho en las máquinas; empléase con frecuencia para trazar los dientes de un piñon que deba conducir á una cremallera, y para levantar verticalmente una maza destinada á la trituracion de alguna sustancia: para lo cual se coloca en un árbol cilíndrico horizontal una porcion de esta curva, que toca tangencialmente á un sobarvo saliente, convenientemente colocado en la maza, y dando vuelta el árbol la eleva á la altura necesaria, y abandonándola despues libremente cae sin sacudimientos ni pérdida de fuerza, como lo verémos en la mecánica.

Tambien se usa mucho en diferentes productos de las artes; los relojeros dan á los muelles la forma de una espiral, los ebanistas terminan las caidas de una cama, de un sofá y de otros muebles con este género de curvas, á las que llaman *volutas*: en la arquitectura se emplea la voluta para adornar los capiteles; pero la *voluta jónica* se diferencia de las que llevamos expuestas porque los espacios entre sus diferentes vueltas aumentan de dimension á medida que el punto generador se va separando del de partida: esta circunstancia, que la hace bastante agradable á la vista, exige un método para trazarla diferente de los que llevamos expuestos; varios son los que se conocen, pero harémos uso del mas sencillo.

Fig. 64. *Trazado de la voluta jónica.*

Determinada la altura de la voluta y el eje, se dividirá dicha altura en diez y seis partes iguales; se toma una de dichas partes por radio, y haciendo centro en el eje, dejando nueve partes á la parte superior, se trazará un círculo, que será el ojo de la voluta, en el cual se inscribirá un cuadrado, cuya diagonal se confundirá con el eje AB: por los puntos 1 y 3, 2 y 4 trácense líneas, y divídase cada una de estas en seis partes iguales, numerándolas por el órden que se ve en el dibujo; hecho esto, se hará centro en el punto 1, y abriendo el compás

hasta el punto que indica las nueve partes que debe tener la voluta en la parte superior sobre la prolongacion de la diagonal A, se trazará con esta distancia por radio un arco de círculo hasta encontrar la prolongacion de la diagonal C; despues se hará centro en el punto 2, y se continuará el arco de círculo hasta encontrar la diagonal B, y así sucesivamente siguiendo el órden numérico se tendrá dicha curva: para trazar el filete que separa las vueltas, que tambien va disminuyendo su ancho, se subdividirán las partes de las líneas en otras tres partes, y haciendo centro en el punto 13, y siguiendo sucesivamente el mismo órden que en la voluta, se tendrá dicho filete.

Fig. 65. *Trazado de curvas por intersecciones de líneas rectas.*

En los talleres ocurre con frecuencia tener que dar á ciertas piezas formas curvilíneas, cuya curvatura es indiferente siendo agradable á la vista; en este caso se trazarán del modo siguiente.

Sea ABCD una pieza de madera ó cualquiera otra materia, y la parte EFG la curvatura que deba tener, ó los tres puntos por donde deba pasar la curva: divídase la parte AE en un número cualquiera de partes iguales, por los puntos de division y el punto F trácense unas rectas; divídase tambien CH en igual número de partes, y por los puntos de division levántense unas perpendiculares que encontrarán sus correspondientes en los puntos *abc*, por los cuales pasará la curva. Si la curva fuese de una dimension tal que no se pudiese trazar con la plantilla de curvas, se tomará una regla flexible, la cual se doblará de modo que coincida exactamente con los puntos obtenidos, y apoyando en ella el lápiz ó punta de trazar se obtendrá dicha curva.

Fig. 66. *Trazado de una escala.*

En el trazado de dibujos ocurre tener que dividir una línea en partes tan pequeñas que es muy dificil hacer con exactitud ; en este caso se procederá de este modo: sea la línea AB una escala de pies, y la parte AO un pie dividido en pulgadas (fig. 2). Si se quiere dividir cada pulgada en doce líneas, es claro que por ser de un tamaño tan pequeño ofrecerá dificultad; en este caso se trazará la paralela CE á una distancia cualquiera, divídase esta distancia AC en doce partes iguales, y por cada punto de division trácense las horizontales 1, 2, 3 &c. Por los puntos de division AO, que representan las pulgadas, bájense unas perpendiculares, trácense en seguida las trasversales C11, D10 &c., que dividirán en líneas los espacios que representan las pulgadas, y se tendrá la escala.

Si se quiere tomar por ejemplo un pie y once pulgadas, se tomará sobre la línea AB la distancia desde el punto señalado con el número 1, que representa un pie hasta el número 11, que representa las pulgadas; si se quisiese tomar un pie, once pulgadas y una línea, se tomará sobre la horizontal 1 la distancia desde *b* á *a*, donde la trasversal C11 corta dicha horizontal, y así sucesivamente se tomarán todas las distancias que se necesiten.

Si como se ha dividido y subdividido en doce partes se hubiera dividido en diez, se tendria la escala llamada *universal* ó de *mil partes*, que se ve frecuentemente en los estuches, cuyo principio es el mismo que queda explicado.

PROYECCIONES.

LÁMINA 3.ª

El objeto general de las proyecciones consiste en representar la figura de los cuerpos capaces de definiciones exactas sobre superficies dadas en forma y posicion. En las artes las superficies sobre las cuales se proyecta son planas, y para llegar á determinar rigorosamente un cuerpo dado, se refiere á dos planos perpendiculares entre sí, llamados *planos de proyeccion*; así pues, el cuerpo que se trata de repesentar ABCDHE (fig. 3) se supone colocado en el espacio comprendido entre los dos planos OPLT y LTMN, uno de los cuales es horizontal y el otro vertical (1); estos se encuentran ó unen en una recta LT, á la cual se ha denominado *línea de tierra*.

Las proyecciones trazadas sobre planos horizontales se llaman *proyecciones horizontales*, ó simplemente *planos*; las que se hacen sobre planos verticales se llaman *proyecciones verticales* ó *elevaciones*.

Cuando importa hacer ver lo interior de un objeto, como de una máquina, de un edificio &c., se le supone cortado por un plano: entonces la proyeccion toma el nombre de *seccion* ó *corte* con tal que exprese ó mani-

(1) *Por plano horizontal se entiende la superficie formada por el movimiento de una recta horizontal, tal es la superficie de un estanque de agua; y por un plano vertical la superficie formada por el movimiento de una línea vertical.*

fieste al mismo tiempo las partes cortadas y las que no lo estan; pero cuando no representan mas que las partes cortadas por el plano toma el nombre de *perfil*. Finalmente la seccion se llama *corte vertical* ú *horizontal*, segun que el plano secante sea vertical ú horizontal. En general se da el nombre de *dibujos geométricos* á todas las proyecciones que quedan citadas.

Para facilitar la ejecucion de las operaciones de las proyecciones se supone que las líneas que proceden del cuerpo son rectas, paralelas entre sí y perpendiculares á cada uno de los planos de proyeccion.

Así la proyeccion del punto A (fig. 1) sobre el plano horizontal LTOP es el punto *a*, pie de la perpendicular A*a'*, bajada del punto A sobre este plano; y sobre el plano vertical LTMN la proyeccion del mismo punto es *a*, lo cual determina completamente la posicion del punto considerado, pues se ve que para obtenerlo será menester alzar desde los puntos *a* y *a'* perpendiculares sobre los planos de proyeccion, y la interseccion de estas líneas será el punto A que se busca.

Es evidente que para proyectar una recta es menester tener las proyecciones de dos de sus puntos; proyectando, pues, el punto A en *a* (fig. 2) y B en *b*, y reuniendo *a* con *b* se tendrá la proyeccion vertical de la recta AB, que se proyectará del mismo modo en *a' b'* sobre el plano horizontal.

Haciendo lo mismo respecto á cualquiera otra línea se podrá observar que las rectas BE y AH (fig. 3), cuyas proyecciones horizontales estan en *b'e'* y *a'h'*, se proyectan verticalmente á los puntos únicos *b* y *a*, porque son perpendiculares al plano vertical. Igualmente se observará que toda línea paralela á un plano de proyeccion se proyecta sobre este plano siguiendo una paralela á sí misma, y de consiguiente su proyeccion la hace ver en su verdadera longitud; por esta razon las dos proyecciones de la recta AB son iguales á esta recta que se halla paralela á los dos planos rectangulares, mientras que la

diagonal AC, que se proyecta tambien verticalmente en *ac*, igual á ella misma, no lo es sobre el plano horizontal porque está inclinada sobre este plano, entonces su proyeccion horizontal *a′b′*, paralela á la línea de tierra, la representa en escorzo.

La línea CD que tiene su proyeccion vertical en *cd* se proyecta horizontalmente sobre la misma recta *a′b′*, y la línea EH proyectada en *e′h′* sobre el plano horizontal lo es en *ab* sobre el plano vertical; lo cual conduce á concluir que todo plano perpendicular á uno de los planos de proyeccion se proyecta sobre este en una sola línea. Por esta razon podrá, pues, decirse que todos los puntos situados en el plano vertical se proyectarán horizontalmente sobre la línea de tierra, y que todos los puntos del plano horizontal tendrán sus proyecciones verticales sobre esta misma línea. Se conocerá tambien fácilmente que si las rectas son paralelas entre sí, sus proyecciones sobre un mismo plano son asimismo paralelas.

Segun lo que acabamos de exponer es fácil concebir cómo está representado el cuerpo dado sobre el plano vertical por la figura *abcd*, igual á la superficie ABCD, de la cual es la proyeccion, y sobre el plano horizontal por la figura *a′b′e′h′*, igual á la superficie horizontal superior ABEH, y de consiguiente á la inferior, que es la paralela.

Se llama tambien *delineacion horizontal* ó *vertical* de un plano su interseccion con el plano horizontal ó vertical de proyeccion; de modo que si este plano es perpendicular á uno de estos, su delineacion sobre este último será su proyeccion entera, y representará en una sola línea todo lo que esté trazado sobre el plano; por esto la línea *ab* es la delineacion y proyeccion de la superficie ABEH, perpendicular al plano vertical.

Como en la práctica del dibujo se efectuan sobre un papel de dibujar las proyecciones arriba dichas, y se representan en la prolongacion una de otra, esto es lo que

se ha expresado suponiendo que el plano L T O P baje á tomar la posicion L T O′ P′; entonces las proyecciones de un mismo punto se hallan sobre una misma perpendicular á la línea de tierra, segun está indicado en la fig. 4, en la cual las mismas letras corresponden á los mismos puntos de la fig. 3. Así *a* y *a′* pertenecen á la recta *a a′* perpendicular sobre L T, y la longitud *a i* da á conocer la distancia del punto dado por cima del plano horizontal, mientras que *a′ i* indica su distancia al plano vertical. Cuando se examina un dibujo es menester levantar con la imaginacion la parte superior del papel, de modo que quede en ángulo recto sobre la parte inferior, denotando la línea de tierra la direccion del doblez.

Advertencias. Todas las líneas semejantes á H *a* (fig. 3), trazadas con una serie de rayitas separadas por puntos, indicarán siempre las líneas de operaciones que sirven para trazar las diferentes partes de las proyecciones de los cuerpos que se quieren representar. Y toda línea semejante á F H, formada por una serie de rayitas solas, denotará una arista, que no es aparente, y que sin embargo se quiere indicar para completar la representacion del cuerpo, ó una arista perteneciente á una de las partes que se han suprimido, pero cuya forma se quiere demostrar.

Aunque muchas veces no está trazada en un dibujo la línea de tierra, como por ejemplo en uno que contiene gran número de piezas separadas, no por eso se debe dejar de suponer que existe entre las proyecciones horizontal y vertical de cada pieza, pues siempre debe expresar la separacion de estas dos proyecciones (1).

---

(1) *Para que los discípulos pudieran concebir mejor las proyecciones que al principio ofrecen alguna dificultad, convendria que tuviesen á la vista los relieves de los diferentes sólidos, tales como los que hemos tomado por ejemplo.*

PROYECCIONES DE UNA PIRÁMIDE.

LÁMINA 4.ª

Se da el nombre de *pirámide* á un sólido que tiene por base un polígono cualquiera, de cuyos ángulos salen unas rectas llamadas *aristas* que se reunen todas en un punto llamado *vértice* ó *cúspide*, formando entre estas y el lado de la base triángulos que se denominan *faces* ó *caras* de la pirámide. Si el eje es perpendicular á la base se llama pirámide *recta*, y si no *oblícua*. Toma el nombre del polígono segun los lados que este tenga, y de *regular* ó *irregular* segun su forma, y si la falta el cúspide se denomina pirámide *truncada*.

Antes de trazar las diferentes proyecciones de este sólido convendrá indicar las primeras disposiciones que deben hacerse sobre el papel destinado al dibujo que se quiera ejecutar.

Se empezará por trazar el *cuadro*, es decir, el rectángulo que debe contener todas las partes que se quieren representar; para esto se trazará la línea HY, y en sus extremidades se levantarán las perpendiculares que serán los lados del rectángulo por el método indicado en la Geometría; sobre estas se colocará la altura que deba tener el cuadro, y se trazará la paralela JM: obtenido este se trazará la línea de tierra LT á la mitad de la altura HJ, y tambien la paralela OP, sobre la cual se colocarán todos los centros de las figuras para la simetría y regularidad del dibujo despues de haber fijado la posicion de los ejes. Hechas estas primeras disposiciones se tratará *de representar* (fig. 5 y 6) *una pirámide*

recta con base exagonal, cuyos dos lados sean paralelos al plano vertical.

Habiendo observado que la vertical V V′ se encuentra con OP en el punto V, se tomará este punto por el centro de la figura, y con un radio igual al lado del exágono, que debe servir de base á la pirámide, se describirá una circunferencia que se encontrará con OP en A y D. Desde estos puntos con el mismo radio se trazarán pequeños arcos que dividirán esta circunferencia en seis partes que se unirán dos á dos para formar la figura ABCDEF, *base* de la pirámide; si se trazan las líneas ADBECF, reunidas en el punto V, se tendrán las proyecciones de estas seis aristas en escorzo.

Si se ha hecho bien la operacion, los lados opuestos del exágono deben ser paralelos entre sí y á una de las diagonales, lo cual podrá verificarse por medio de la regla y de la escuadra. Para ello se pondrá un lado de esta sobre AD, por ejemplo, aplicando al mismo tiempo otro lado sobre el canto de la regla, y corriéndola á lo largo por cima y por bajo de AD, las rectas BC y FE deberán coincidir con el lado de la escuadra.

Por medio del plano terminado de este modo podemos determinar fácilmente la proyeccion vertical de la pirámide. Para conseguirlo se observará que hallándose su base en el plano horizontal deberá proyectarse verticalmente sobre la línea de tierra, se elevarán, pues, desde el vértice de cada uno de sus ángulos, perpendiculares á esta línea, y para esto bastará trazar paralelas á la vertical V V′, eje de la pirámide, poniendo sobre este un lado de la escuadra que se correrá á lo largo de la regla deteniéndose en el punto A, de donde se trazará A A′; en seguida se pasará á B para trazar BB′, y así sucesivamente respecto á las otras líneas. Las intersecciones de estas verticales con la línea de tierra serán las proyecciones de todos los vértices de los ángulos de la base que se hallará representada en el plano vertical por A′B′C′D′. No quedará ya mas que hacer que fijar

sobre el eje desde el punto G la altura GV′ que se quiere dar á la pirámide para obtener su vértice ó cúspide V′, que se unirá á los puntos A′B′C′D′ para obtener las aristas aparentes, de las cuales solamente AV′ y DV′ se ven en toda su longitud por estar paralelas al plano vertical. Se observará que por la posicion del cuerpo que examinamos, los puntos B y F estan proyectados en uno solo B′ sobre el plano vertical, así como los puntos C y E lo estan en uno solo C′, y de consiguiente las líneas V′B′ y V′C′ son cada una las proyeccione de dos aristas del sólido.

Fig. 7 y 8. *Propongámonos actualmente proyectar esta pirámide en una posicion inclinada al plano horizontal, de modo que despues de haber dado vuelta sobre el punto* D *para elevar su base por cima del plano horizontal, sus aristas* AV *y* VD *queden paralelas al plano vertical.*

Como parece bastante evidente que á excepcion de la inclinacion, la proyeccion de este sólido sobre el plano vertical es la misma que la anterior, bastará copiar la fig. 6. Para esto, despues de haber puesto el punto D sobre la línea de tierra á una distancia conveniente, se trazará por este punto una línea indefinida, que deberá formar con L T un ángulo igual á la inclinacion de la base de la pirámide sobre el plano horizontal. Despues se tomará en la fig. 6 la longitud D′A′, que se llevará de D á A (fig. 7), y como el eje GV′ perpendicular sobre el medio de A′D′ no deja de tener esta posicion en la fig. 7 y de contener el vértice V, será menester desde los puntos A y D con su distancia como radio describir dos arcos de círculo, unir los puntos en que se encuentran, y elevar de G á V la altura GV del sólido. Tomando asimismo sobre la fig. 6 la distancia B′G ó C′G, se la llevará (fig. 7) de G á B y á C, y se terminará esta figura trazando las rectas AV, BV, CV y DV,

que expresan siempre las mismas aristas aparentes de la pirámide.

Ahora, para determinar la fig. 8, observemos que en la nueva posicion del sólido, un punto cualquiera, por ejemplo A′, ha conservado siempre su distancia al plano vertical, pues se ha movido en un plano paralelo á este, describiendo un arco de círculo alrededor del punto D, y que por consiguiente se hallará todavía sobre la recta OP paralela á la línea de tierra; pero además, hallándose proyectado en A (fig. 7), debe estar sobre la vertical trazada de este punto A, y estará, pues, en A′ interseccion de esta línea con la horizontal OP. Así se ve que para obtener este punto ha bastado bajar desde A una perpendicular hasta su encuentro con OP. Si se hace el mismo raciocinio respecto á los puntos B′F′ &c., se conocerá fácilmente que será menester trazar las horizontales B′C′ y F′E′, lados de esta figura, á la misma distancia que los de la fig. 5, bajando despues por los puntos BCD (fig. 7) paralelas á la vertical AA′, de modo que uniendo dos á dos los puntos de interseccion que se han hallado se formará la figura A′B′C′D′E′F′, proyeccion horizontal de la base, cuyos dos lados se ven puntuados porque estan ocultos por el sólido. Buscando asimismo la proyeccion del vértice en V se hallará en el punto V′, que se unirá á todos los ángulos de la base para figurar las aristas de la pirámide.

FIG. 9 y 10. *Determinar la seccion hecha por un plano inclinado al horizonte y perpendicular al plano vertical de proyeccion en la misma pirámide que* fig. 5 y 6, *suponiendo que ninguno de los lados de la base esté paralelo al plano vertical.*

Supuesto que se ha trazado el eje VV′, si del punto de interseccion de este eje con la línea OP como centro se traza una circunferencia, se podrá inscribir, como en la fig. 5, un exágono regular; pero para que ningun lado

sea paralelo á L T se trazará un diámetro A D formando cierto ángulo con esta línea; despues se dividirá la circunferencia en seis partes iguales, partiendo de las extremidades de este diámetro. Formada así la base, se unirán sus vértices opuestos para tener las proyecciones de las aristas sobre el plano horizontal. Despues de haber fijado así el vértice V′ sobre el eje V V′, se obtendrá (como en la fig. 6) la proyeccion vertical de la pirámide, cuyas aristas estarán todas en este caso en escorzo.

Actualmente el plano dado, representado por la línea *a d*, que es su traza de proyeccion, corta el sólido segun un polígono, cuyos vértices, intersecciones de las diversas aristas con este plano, se proyectarán verticalmente en los puntos donde se encuentra *a d* con las proyecciones de estas aristas. Así, pues, si desde el punto *a* se traza la vertical *a a′*, cortará la línea A V′ en el punto *a′*, que será la proyeccion horizontal de uno de los ángulos. Obtenidos del mismo modo los puntos *b′c′d′* &c., se formará el exágono *a′ b′ c′ d′ f′*, que representará la seccion sobre el plano horizontal.

Han debido puntuarse las aristas F′V y E′V como que no estan aparentes, ni tampoco la porcion de la pirámide situada por cima del plano que la corta, porque esta parte se supone quitada, y no se ha trazado sino para determinar la posicion de las aristas. Para expresar bien la seccion se han trazado en su interior un gran número de rectas paralelas, situadas á igual distancia: obsérvese que siempre se hará lo mismo cuando se quieran designar todas las partes cortadas de un cuerpo cualquiera.

Fig. 11 y 12. *Determinar la seccion hecha por un plano inclinado al horizonte y perpendicular al plano vertical en una pirámide recta, regular y de base pentagonal.*

Para trazar la base de esta pirámide, del centro V (fig. 11) se trazará una circunferencia, que será cortada en B por la vertical VV′, se dividirá esta circunferencia en cinco partes iguales, empezando desde el punto B, por los puntos obtenidos se trazará el polígono ABCDE, y se unirán sus ángulos al centro V para obtener la proyeccion de las aristas de esta pirámide, que se pondrá en proyeccion vertical. Hecho esto, se obtendrá como anteriormente la seccion del plano secante representado por *ac*. Se verá sin embargo que por el procedimiento dádo no se puede determinar el punto b^3, cuya proyeccion vertical está en *b* porque la línea de proyeccion, que es necesario trazar por el punto *b*, se confundiria con la arista B′V′, y por consecuencia no se puede conocer la distancia de este punto al eje. Para determinarle es necesario suponer que la pirámide hace un cuarto de revolucion alrededor del punto VV′. En este movimiento se ve bien que la recta BV se rebatirá en un plano paralelo al plano vertical, y tomará la posicion VB^2, describiendo un arco con su extremidad B al colocarse en B^2; si se proyecta este punto en B^3, y se traza la recta $V'B^3$, se tendrá en su verdadera dimension la nueva proyeccion vertical de la arista B′V′. Se verá tambien que el punto que se busca ha descripto un arco de círculo, cuyo plano es paralelo al plano horizontal, y que su proyeccion vertical debe encontrarse sobre la horizontal *bb′* trazada por el punto *b*, que se proyectará en *b′*, punto de interseccion con la nueva arista. El largo de la línea *bb′* es la verdadera distancia de este punto al eje, y tendremos su proyeccion horizontal b^3 proyectando el punto *b′* en b^2, y trazando despues el arco $b^2\ b^3$.

Para obtener la proyeccion vertical del plano secante, representado por la línea *ad* (fig. 13), se opera como en la anterior, con sola la diferencia que para encontrar el punto b^3 se trazará primero el arco de círculo bb', que se proyectará en b^2, y despues en b^3, y quedará concluida la operacion.

Varias líneas que se ve estan mas gruesas que las demás, y que designarémos con el nombre de líneas de *sombra*, no se hará mas que copiarlas exactamente: mas adelante se verá el modo de determinarlas, pues como por ahora nos limitamos solo al estudio de diversas proyecciones y penetraciones, no es aun de grande importancia hacer la descripcion de estas líneas.

PROYECCIONES DE UN PRISMA RECTO *A BASE EXAGONAL.*

LÁMINA 5.ª

El *prisma* es un sólido cuyas aristas estan colocadas paralelamente á sí mismas, y las caras son tambien paralelas, terminadas por un plano igual al que sirve de base: toma el nombre segun los lados y forma del polígono, lo mismo que la pirámide.

Antes de empezar estas figuras se trazará, como en la lámina anterior, el cuadro y la línea de tierra, se fijará la posicion del eje de la primera figura, y se fijarán tambien las demás para que queden regularmente colocadas; hecho esto, y obtenido el centro V (fig. 15), se trazará una circunferencia, en la que se inscribirá el exágono que debe servir de base al sólido propuesto. Se proyectará esta base sobre la línea de tierra: como el prisma es recto, todas sus aristas son verticales, y se proyectan en el plano horizontal sobre los mismos ángulos de la base, y en el plano vertical en las prolongaciones de las líneas AA′ &c. Se pondrá en seguida de A′ en G la altura que se quiera dar al prisma, y trazando la horizontal GJ se tendrá la proyeccion vertical de la base superior.

FIG. 17 y 18. *Trazar las proyecciones de este prisma en posicion inclinada al plano horizontal.*

Como en esta nueva posicion la proyecion vertical queda la misma, con sola la diferencia de estar inclinada,

se copiará exactamente la fig. 16. A este efecto, habiendo colocado convenientemente el punto A, se trazará A D, que determinará la inclinacion del prisma sobre el plano horizontal; despues de haber colocado de A á D la distancia A′D′ se levantará en medio de esta línea una perpendicular que representará el eje V V′ y que nos servirá para tomar las distancias y trazar las aristas. Trazada así esta figura, nos servirá para determinar su proyeccion horizontal; para esto harémos la misma observacion que en la fig. 7 y 8, es decir, que considerando un punto cualquiera, por ejemplo G, este punto en el movimiento del prisma (fig. 17) describirá un arco alrededor del punto A en un plano paralelo al plano vertical, que estará en la recta G′D′ (fig. 18) paralela á la línea de tierra, y que se encontrará en la interseccion de esta con la vertical bajada del punto G, que será G′. Con esto se comprenderá fácilmente que será necesario bajar, de todos los ángulos, verticales hasta encontrar las horizontales H′M′. Conocidos todos los puntos de interseccion, se trazará el polígono G′ H′ I′ J′ L′ M′, que será la proyeccion horizontal de la base superior del prisma, y el polígono A′B′C′D′E′F′ de la base inferior.

Fig. 19 y 20. *Determinar la seccion, vista de frente, hecha por el plano representado en la línea* ac *de la fig.* 17.

En esta nueva posicion la figura queda la misma: por tanto no se hará mas que copiar exactamente la fig. 18, colocando sus ángulos G′D′ sobre la recta G D (fig. 19) perpendicular á la línea de tierra. Trazada esta, se trazarán unas rectas por los puntos C D E para obtener la proyeccion vertical de las aristas aparentes; por los puntos G H I J (fig. 17) se trazarán unas horizontales, y por la interseccion de estas con las aristas se obtendrá el polígono G′H′I′ J′L′M′, proyeccion de la base superior, que la mitad no es aparente, y del mismo modo se obtendrá

la inferior. Para obtener la proyeccion de la seccion se proyectará el punto *a* en *a'*, *b* en *b'* y b^2, *c* en *c'* y c^2, y se obtendrá la proyeccion vertical de la seccion vista de frente: en tomando la distancia *e*D' y colocándola en Dc^3 se obtendrá la seccion en proyeccion horizontal.

FIG. 21 y 22. *Determinar la proyeccion del mismo prisma en una posicion inclinada á los dos planos de proyeccion.*

Para hacer la cuestion mas fácil supondremos que la inclinacion de este prisma sobre el plano horizontal sea la misma que en las figuras anteriores, y no se hará mas que copiar exactamente la fig. 18, trazando primero la línea GD (fig. 21) de modo que forme la inclinacion, con el plano vertical, que se quiera darla.

Obsérvese que pues el prisma ha conservado la misma inclinacion sobre el plano horizontal, un punto cualquiera, por ejemplo G, no ha hecho mas que moverse en un plano horizontal; por consecuencia debe siempre encontrarse en la nueva posicion del prisma sobre la línea GG', y como está proyectado en G (fig. 21) debe encontrarse tambien en la línea GG' (fig. 21 y 22), y se proyectará en G', interseccion de las dos líneas. Para obtener todos los ángulos en proyeccion vertical es necesario trazar paralelas á la línea de tierra de todos los puntos GH &c. (fig. 17) y levantar perpendiculares á esta línea de todos los puntos correspondientes de la fig. 21. Despues de haber conocido las intersecciones respectivas de las paralelas con las perpendiculares se unirán los puntos G'H'I'J' &c. y se tendrá la proyeccion vertical de la base superior, de la cual tres lados estan ocultos por la parte anterior del sólido. Se formará del mismo modo la proyeccion de la base inferior, y uniendo los ángulos homólogos se obtendrán todas las aristas, y dos estarán solo indicadas porque se encuentran detrás del prisma.

SECCIONES DE UN CONO

Y DESARROLLO DE SU SUPERFICIE.

LÁMINA 6.ª

Despues de haber trazado el cuadro, la línea de tierra, la de los centros, y fijados los ejes, pasarémos á representar un *cono recto de base circular* (fig. 23 y 24).

El cono recto es un cuerpo redondo, llamado tambien de revolucion, formado por el movimiento de una recta, llamada *generatriz*, que se apoya constantemente en un punto llamado *vértice* ó *cúspide*, y que sigue en su movimiento un círculo dado, que toma el nombre de *directriz*.

Para representar este sólido, del centro V (fig. 23) se trazará un círculo, que será la proyeccion de la base del cono sobre el plano horizontal; se dividirá este en una porcion de partes iguales tomadas á voluntad, como 1, 2, 3 &c., y por los puntos AB se trazarán dos tangentes paralelas al eje VV′ que fijarán en A′B′ la proyeccion vertical de la base. Por estos puntos y por el punto V′ que determina la altura se trazarán las rectas VA′ y VB′ que serán las generatrices extremas, y por los puntos 1, 2, 3 &c., proyectados sobre la línea de tierra y el vértice, se trazarán unas rectas que serán otras tantas generatrices vistas en escorzo, que formarán el *cono* en proyeccion vertical.

Fig. 23 y 24. *Determinar la seccion hecha en un cono por un plano perpendicular al plano vertical é inclinado al horizonte, y trazar la curva en su verdadera magnitud.*

Como el plano dado es perpendicular al plano vertical, la curva que resulta de la seccion se proyectará verticalmente en la línea *a b*; luego solo falta hallar la proyeccion horizontal.

Si se advierte que el plano secante, representado por la línea *ab*, corta las generatrices en los puntos *a c* &c., estos puntos de interseccion proyectados en el plano horizontal, como por ejemplo *c c'* sobre la generatriz 3 V' determinarán la curva.

Pero si observamos que las secciones hechas en un cono de base circular por planos horizontales son círculos, se podrá trazar dicha seccion por otro método mas sencillo. En efecto; si representamos por la línea C*f* un plano horizontal, y con un radio igual á la mitad de esta línea se traza un círculo haciendo centro en V, dicho círculo será la proyeccion horizontal de la seccion dada por el plano C*f*, el cual corta al plano *ab* en una recta que siendo perpendicular al plano vertical de proyeccion, se proyecta en esta por un solo punto *c*; y por consiguiente en el plano horizontal por una línea *c c'* perpendicular á la línea de tierra que encuentra el círculo que hemos trazado en los puntos *c'* y *c'*, que pertenecen á la curva. Si se diesen mas secciones, como por ejemplo *a* DEF, y se trazan los cirulos correspondientes bajando perpendiculares desde los puntos de interseccion *a d e b*, igualmente tendrémos los puntos *a' d' e' b'*, por los cuales se trazará la curva que será una *elipse*.

Como la proyeccion obtenida por ambos medios no da la curva en su verdadera magnitud, podrémos hallarla suponiendo que la línea *ab* gira alrededor del punto *b*

hasta colocarse en posicion vertical sobre el mismo punto. Bien se advierte que en este movimiento el punto *a* ha descripto un arco de círculo, cuyo centro es *b*, para colocarse sobre la vertical a^2 *b*, que representa la nueva posicion del plano secante; trazando ahora por los demás puntos *c d e* arcos de círculo se encontrarán tambien sus nuevas posiciones sobre la misma línea a^2 *b*. Si se considera esta como eje de la curva, y se hace girar el plano secante hasta colocarle paralelo al plano vertical en la posicion a^3 b^2, en su nuevo movimiento trazarán los puntos antes hallados las horizontales c^2 d^2 &c., y tomando las distancias del eje á los puntos *c'd'e'* (fig. 23) y colocándolas sobre las horizontales correspondientes á los dos lados del eje a^3 b^2 se tendrá la curva que se desea en su verdadera magnitud.

Tambien podrá trazarse por el método indicado anteriormente, determinados que fuesen sus dos ejes.

FIG. 25 y 26. *Resolver las mismas cuestiones que anteceden siendo el plano secante paralelo á una generatriz del cono.*

Aplicando el segundo método empleado en la figura anterior, se obtendrán los puntos *c' d' e' f'*, que provienen de las secciones CDE dadas á voluntad; por tanto es inútil nos detengamos mas, pues el dibujo hace ver bien las operaciones efectuadas. Adviértase solamente que el plano horizontal que pasa por el punto *c* no da mas que el punto *c'*, vértice de la curva, de lo cual se deduce que toda seccion dada por mas arriba no suministraria punto alguno.

Para determinar esta curva en su verdadera magnitud supondremos que la línea *cf* gira alrededor del punto *c* para colocarse en *c* B', y separándola paralelamente á sí misma cierta distancia, tomará la nueva posicion c^2 B^2 paralela al plano vertical; tomando ahora las distancias desde la línea AB á los puntos *d' e' f* (fig. 25),

y colocándolas á los dos lados del eje c^2 B² se tendrán los puntos $d^2 c^2 f^2$, por los cuales pasará la curva pedida que será una *parábola*.

FIG. 27 y 28. *Determinar la seccion hecha en un cono por un plano paralelo á su eje y al plano vertical.*

Sea FF (fig. 27) la proyeccion horizontal del plano secante; su seccion en el cono se verá sobre el plano vertical en su verdadera dimension, y como se comprenderá fácilmente que por el método empleado en las figuras anteriores se encontrará la curva, nos contentarémos con solo indicar la proyeccion de un punto.

Así, trazando la horizontal D d' y con su mitad por radio un círculo desde el punto V (fig. 27), se encontrará este con la línea FF en los puntos dd, que se proyectarán en $d'd'$. Si del centro V se traza un círculo tangente en C á la línea FF, y del punto c una vertical, encontrará la generatriz del cono en el punto c', y trazando la horizontal $c'c^2$ se tendrá en c^2 el vértice de la curva, que será una *hipérbola*.

FIG. 29. *Desarrollar la superficie del cono, y trazar sobre su desarrollo el efecto de la seccion hecha por el plano secante* ab (fig. 24).

Toda seccion dada en un cono recto paralela á la base, cuya proyeccion horizontal es un círculo, se trasformará sobre el plano de desarrollo en un arco de círculo, cuyo radio es igual á la parte de generatriz extrema comprendida entre el vértice y la seccion; y la base se trasformará en un arco de círculo trazado con un radio igual á la generatriz extrema. Partiendo de este principio, con un radio igual á V′B′ (fig. 24) trazarémos un arco de círculo (fig. 29) y con las distancias A 1, 2, 3, 4 &c. (fig. 23), colocadas desde A á B (fig. 29), y repetidas desde B á C se tendrá el desarrollo

de la base, y trazando unas rectas por todos los puntos 1, 2 &c. y el vértice V se tendrá desarrollada la superficie cónica con todas las generatrices.

Para obtener el efecto de la seccion se tomarán las distancias V′*a* y V′*b* por radio, y se trazarán los arcos de círculo *aa′* y *b* (fig. 29), que serán los puntos extremos de la curva. Los demás puntos se obtendrán tomando las distancias desde el vértice á las intersecciones del plano secante con las generatrices; pero no se debe tomar sobre la misma generatriz, pues como se ha dicho ya, se presentan en escorzo y no determinan su verdadera magnitud; para esto se harán girar dichos puntos hasta colocarlos en la generatriz extrema, como por ejemplo el punto *c* de la generatriz 3, hasta tomar la posicion C; *g* en *g′*, *d* en D, *e* en E &c. Tomando ahora las distancias V′C, V′*g′*, V′D &c. y colocándolas en las generatrices correspondientes (fig. 29) se obtendrá el efecto de la seccion en la superficie *desarrollada*, y por el mismo procedimiento se podrán desarrollar las fig. 26 y 28. Si se cortase un papel, hoja de lata ó cualquiera otra materia flexible de la misma forma que la traza obtenida (fig. 29) y se la arrollase sobre el sólido, coincidirá exactamente, y se tendrá otra figura igual. Esta propiedad tiene muchas aplicaciones al arte de hojalatero, calderero, cartonero, pues por este medio pueden trazar sobre una superficie plana lo que quieran cortar para despues arrollarla y darla la forma conveniente: y tambien el ebanista puede por este método cortar las chapas de maderas finas, y cubrir con ellas diferentes cuerpos en la forma que necesiten.

El cilindro es un cuerpo redondo engendrado por el moviento de una recta que se mueve sobre un círculo que es su *directriz*. Despues de haber determinado las secciones de un cono por diferentes planos, fácilmente se conocerán las del cilindro recto de base circular, pues desde luego se advierte que si este cuerpo es vertical, el plano secante inclinado al horizonte y per-

pendicular al plano vertical le cortará en una elipse que se proyectará en el plano vertical sobre su traza, que será una recta, y en el plano horizontal en el círculo de la base. Luego para conocer la magnitud real de la curva no habrá mas que hacer un simple rebatimiento del plano secante por el método empleado en el cono. En vista de esto, no nos ocuparémos mas del cilindro aisladamente, y pasarémos á tratar de él, combinado con otros sólidos.

PENETRACIONES DE SÓLIDOS.

LÁMINA 7.ª

Como en las artes y en las máquinas se emplean un gran número de cilindros y otros sólidos combinados de diversos modos, es muy interesante examinar con atencion sus diferentes uniones. A este efecto se presentan en esta lámina y en la siguiente algunos de los casos que ofrecen mas aplicaciones.

Fig. 30 y 31. *Determinar las curvas de interseccion de dos cilindros de diámetros desiguales.*

El círculo AfB (fig. 30) es la proyeccion horizontal de la base del cilindro vertical A′B′CD, y el rectángulo FJHI la proyeccion del cilindro E′G′L′M′. Para obtener las curvas de interseccion se trasladará el plano de la base HF (fig. 30) á la posicion paralela al plano de proyeccion, representada por el círculo HEFG: divídase este en un número de partes iguales, tomadas á voluntad, y por los puntos de division *a d* trácense las horizontales *a a d d*, que serán las trazas de planos secantes paralelos á los ejes que cortarán á los cilindros segun dos generatrices. Para obtener la proyeccion vertical de estas secciones se trasladará el círculo HEFG á la posicion vertical E′F′G′H′, advirtiendo que la generatriz EL es, en proyeccion vertical, la generatriz extrema E′L′, y la generatriz extrema EJ se proyecta sobre el eje en F′J′; en seguida por los puntos a' y b' se trazarán las rectas $a'a^2$, $b'b^2$, y por los puntos $a f$ las verticales $a a^2$, y $f f'$, y se tendrán las proyecciones verticales de las secciones, cuyos puntos de interseccion

a^2, f', b^2 determinarán la curva aparente. La interior pasará por los puntos $d^2 h' c^2$, que se determinarán del mismo modo que los anteriores, y los puntos extremos de la curva se encontrarán en las intersecciones de las generatrices *e g*.

Si los cilindros dados fuesen del mismo diámetro, y sus ejes formasen ángulos rectos, como los representados por la fig. 32 y 33, las curvas que resultasen de su penetracion se proyectarán verticalmente por rectas perpendiculares entre sí, pues hallando los puntos de las curvas por el método indicado observarémos se hallan en dos planos recíprocamente perpendiculares y al plano vertical, y que las curvas que se hallan son dos elipses, como verémos mejor en las figuras siguientes. En estas figuras no es necesario rebatir el plano HF, pues siendo los cilindros del mismo diámetro bastará dividir el círculo A*c*B para trazar los planos secantes, que trasladados á la proyeccion vertical segun se ve en el dibujo determinarán en sus intersecciones las curvas pedidas.

FIG. 34 y 35. *Trazar las mismas curvas que las de las fig.* 32 y 33 *estando inclinado al plano vertical uno de los cilindros.*

Trazadas las dos figuras precedentes, se tendrá la proyeccion a' de un punto a, considerando que debe estar en la vertical $a a'$; y como dicho punto a' (fig. 33) conserva siempre la misma distancia al plano horizontal, deberá estar tambien en la línea horizontal $a' a'$: luego el punto de interseccion de las dos líneas será el punto pedido. De este modo se han determinado todos los puntos indicados en la fig. 35, en la cual las curvas de interseccion se cortan en los puntos $c' f'$ proyectados sobre la línea H′ J′, de los cuales solo c' es aparente, y por el mismo método se obtendrán tambien las bases del cilindro horizontal representadas en el plano vertical por dos elipses.

Fig. 36 y 37. *Determinar las curvas de interseccion de dos cilindros de diámetros desiguales, cuyos ejes se cortan en un ángulo cualquiera.*

A fin de simplificar la cuestion, supongamos que el plano vertical de proyeccion sea paralelo á los ejes de los dos cilindros representados por las figuras ABCD y EFGH; trácese el círculo C′J′D′, que será el plano de la base CD, rebatido sobre el plano vertical; trácese igualmente el círculo G′M′H′, y sobre este la recta *ab*, que será la proyeccion de un plano secante: para obtener tambien la traza de este plano sobre la base C′D′J′ se tomará la distancia R*r* y se colocará en R′*r*′, y por el punto *r*′ se trazará la paralela *ab*, por cuyos puntos en una y otra base se trazarán las generatrices *aa*′*bb*′, por las cuales el plano secante cortará los dos cilindros, y los puntos de interseccion serán los de la curva. Si con la distancia RM′ se traza la paralela *cd*, el plano representado por esta línea cortará el gran cilindro por dos rectas *cc*′*dd*′, cuyos puntos de interseccion con el eje del cilindro pequeño serán los extremos de la curva.

Para obtener la proyeccion horizontal de estos dos cuerpos (fig. 37) se observará que la base superior AB se proyectará en una elipse A′B′I′I^2, y la inferior CD en media elipse C^2J′J^2 porque la otra media está cubierta con el mismo sólido; la base inferior del cilindro pequeño tambien queda cubierta, y la superior se proyecta en la elipse E′F′L′L^2, que habiendo determinado los ejes se trazarán por el método indicado en la Geometría, y trazando las paralelas J′I′J^2I^2, y L′$c^2$$L^2$ á una distancia igual á los diámetros de los cilindros se tendrán los contornos aparentes. Para trazar la curva de interseccion en la proyeccion horizontal se bajarán los puntos *f* en *f*′, *c*′ en c^2, y b^2 en b^3 sobre la recta b^3 b^4, proyeccion horizontal del plano secante; por cuyo medio se puede trazar tambien dicha curva sobre el plano vertical.

Fig. 38 y 39. *Desarrollar el cilindro horizontal de la fig.* 31 y 32, *y trazar sobre su desarrollo la curva de interseccion.*

Sobre la línea E^2 I (fig. 38) se rectificará la circunferencia E′F′G′H′: para esto se colocarán todas las partes en que está dividida dicha circunferencia sobre la recta HI, segun se ve en el dibujo, y por cada uno de los puntos de division se levantarán perpendiculares que representarán las generatrices ó secciones trazadas en el cilindro. En seguida se tomarán las distancias del plano de la base representado por la recta E′F′G′ (fig. 31) á los diferentes puntos por donde pasa la curva, y colocados sobre la generatriz desarrollada á que pertenecen, como por ejemplo la distancia E′ hasta el punto *c* interseccion de las generatrices extremas, sobre la generatriz E^2e'; a^2 sobre $a'a^3$, $F'f'$ en F^2f^2, b^2 en $b'b^3$, y finalmente $G'g$ en G^2g' y se tendrá el desarrollo de la mitad del cilindro que es aparente, y continuando lo mismo se obtendrá la otra mitad; advirtiendo que la generatriz I es la misma que E^2c'.

Para trazar la fig. 39, ó cualquiera otra que se quiera desarrollar, se observará el mismo método, pero es preciso tener presente que la rectificacion del círculo que hemos hecho sobre la recta es solo aproximada, y que para hacerla con exactitud se debe dividir el círculo en mayor número de partes, pues estando considerado este como un polígono de muchos lados, cuantos mas tenga mas se aproximará á la circunferencia, y la rectificacion será mas exacta.

PENETRACIONES DE SÓLIDOS.

LÁMINA 8.ª

Fig. 40 y 41. *Determinar las curvas de interseccion de una esfera y un prisma, cuyo eje pasa por el centro de la esfera.*

Dado el centro de la esfera en sus dos proyecciones, se encuentra dicho centro en el eje C C′ del prisma vertical proyectado en el plano horizontal por el exágono regular D E F G H I: todas las caras del prisma, igualmente distantes del centro de la esfera, encontrarán á esta por arcos de círculos iguales. La cara vertical proyectada sobre E F corta á esta esfera en un arco de círculo que teniendo por diámetro *a b* será representado sobre la fig. 41 por el círculo *a′* M *b′* E descripto del centro C′ con el radio *a′*C′. Las intersecciones de las caras D E y F G con la esfera se proyectan cada una en una elipse, cuyo eje mayor *dg* es el diámetro del círculo que se acaba de describir, y el eje menor la proyeccion vertical *e′f′* del diámetro horizontal *ef*. Pero no siendo necesario mas que las partes F *d* G y M *g* N de esta curva, se podrán trazar por el método siguiente. Se dividirán las rectas E′F′ y F′G′ en un número de partes iguales, y por cada punto de division se trazarán las perpendiculares comprendidas entre estas rectas y el círculo E′*c*F′, y se trasladarán sus diferentes largos á las perpendiculares trazadas sobre la línea F′G′, por ejemplo *hi* en *h′i′* &c., que serán los puntos por donde pasará la curva, y por el mismo método se trazarán las demás.

Fig. 42 y 43. *Determinar las curvas de interseccion de un cilindro y una esfera, cuyo centro está fuera del eje del cilindro.*

Habiendo trazado las dos proyecciones del cilindro y la esfera, trácese tambien un plano *fg* paralelo al plano vertical, y cortará el cilindro en dos generatrices, que se proyectarán verticalmente por las rectas FF′GG′ y á la esfera en un círculo proyectado horizontalmente sobre su traza *fg*, y en el plano vertical por el círculo *f′ g′*, cuyas intersecciones de este círculo con las rectas FF′GG′ son otros tantos puntos de la curva.

El plano tangente al cilindro en H no da mas que el punto extremo de la curva en su interseccion con la recta HH′, y el plano tangente I el punto extremo de la curva, que no es aparente, en su interseccion con la misma recta en I′. Los demás puntos de esta curva se encontrarán del mismo modo que la anterior.

Fig. 44 y 45. *Determinar las curvas de interseccion de un cono truncado y de un prisma horizontal de base cuadrangular.*

Las rectas A*a′*, B*b′* y C*c′* son las trazas verticales de tres planos secantes que cortan el cono por tres círculos proyectados sobre el plano horizontal en A′B′C′. Por los puntos de interseccion *abc* de estos círculos con la arista del prisma se determinará la recta *a′b′c′*, que será la interseccion del cono con el prisma en las caras paralelas al plano vertical; en las paralelas al plano horizontal serán los arcos de círculo *ad* y *ce*, y el cono será cortado por el prisma en dos porciones de hipérbola, cuyo método de trazarla ya sabemos.

Fig. 46 y 47. *Determinar las curvas de intersecion de un cilindro con un cono truncado, cuyos ejes se cortan en ángulo recto.*

Los planos secantes A*ab*BC cortan el cilindro por dos generatrices y al cono por círculos. Si por los puntos de interseccion de estos planos con la generatriz del cono se trazan unas verticales se tendrán las proyecciones horizontales de los círculos, y en las intersecciones de estos con las generatrices del cilindro los puntos por donde debe pasar la curva, como por ejemplo A′C′; pero para evitar tantas líneas, que harian menos enteligible el dibujo, bastará tomar las distancias de estos puntos de interseccion al eje del cono, como por ejemplo EB, y con esta distancia por radio desde el centro E trazar las intersecciones que trazaria este círculo sobre las generatrices que le corresponden, y se tendrán cuatro puntos sobre las generatrices extremas, de los cuales uno es B′: lo mismo se hará con las distancias *a* y *b* al eje, y se tendrá la curva A′*a*′B′*b*′C′, de la cual la mitad solo es aparente. Trazando ahora unas verticales por los puntos A′*a*′B′*b*′C′ se tendrán los puntos A^2 a^2 B^2 b^2 C^2 que será la proyeccion vertical de la curva.

TRAZADO DE VARIAS SUPERFICIES.

LÁMINA 9.ª

Se llama *hélice* una curva trazada sobre la superficie de un cilindro recto por un punto que gira alrededor de este cilindro, y que se eleva al mismo tiempo de una cantidad dada.

Despues de esta definicion, pasemos á determinar la proyeccion vertical de la hélice trazada por el punto A′ (fig. 49) sobre el cilindro proyectado horizontalmente por el círculo ACEG (fig. 48). Imagínese que el punto A′, despues de haber hecho una revolucion entera, ha subido al punto I; divídase la distancia A′I, que se llama *paso de la hélice*, en un número de partes iguales, como *bcde* &c. Divídase tambien la circunferencia ACFG en el mismo número de partes, y los puntos de division BCDE &c. serán las proyecciones horizontales de las diferentes posiciones del punto dado en su movimiento alrededor del cilindro; si por estos puntos se levantan unas perpendiculares, en su interseccion con las horizontales, se tendrán los puntos $b'c'd'e'f'g'h'$, que será la proyeccion vertical de la *hélice*, de la cual solo la mitad es aparente.

Como en las artes ocurre con frecuencia trazar la hélice, bien sea para la construccion de la espiral de Arquímedes, ó para trazar la rosca que se quiere hacer en un cilindro, he creido conveniente poner aquí un método muy sencillo, que consiste solo en desarrollar la superficie cilíndrica y trazar en ella la hélice. Para esto se tomará un papel ó cualquiera otra materia flexible igual á la superficie cilíndrica. Sobre esta superficie,

representada por el rectángulo LAOP (fig. 50), que es la del cilindro (fig. 49) en el cual se quiere trazar la rosca, se trazarán las paralelas IMJN á una distancia igual al paso de la rosca, y por los extremos opuestos de estas paralelas las trasversales AMINJO, que será la hélice desarrollada. Se concibe bien que si se arrolla la circunferencia, hasta unir el lado AL con OP, el extremo M de la primera trasversal se unirá con I, y N con J, y de este modo formará una hélice continuada. Si ahora se elige esta hélice para la parte saliente de la rosca, se trazará otra intermedia, que será la parte entrante, y aplicando dicha superficie sobre el cilindro quedará la rosca trazada con toda exactitud.

SUPERFICIE GAUCHA Ó ALABEADA (1).

Superficie *alabeada* es aquella cuyos puntos no estan todos en un mismo plano.

De la que nos ocuparémos ahora es de la superficie *alabeada helizoide*. Esta superficie es engendrada por una recta, que apoyándose sobre una hélice pasa constantemente por el eje de un cilindro, sobre el cual esta hélice está trazada; la línea que engendra esta superficie se llama *generatriz*, y puede formar con el eje de un cilindro un ángulo cualquiera. Tal es la superficie de una escalera circular, y la superficie de la espiral de Arquímedes.

FIG. 51 y 52. *Determinar la proyeccion vertical de un sólido terminado por superficies alabeadas helizoides y superficies cilíndricas.*

Dadas las bases ACE y *ace* de dos cilindros concéntricos, cuyo eje comun es vertical, se trazará la

---

(1) *Llamarémos alabeadas á estas superficies por ser el nombre con que se conocen en las artes.*

proyeccion vertical A′C′E′A³ de una hélice, cuyo paso es A′ A³, situada sobre el cilindro exterior por el método indicado en las fig. 48 y 49. Despues se pondrá de A′ á A² el grueso que se quiera darla, y por este punto se trazará otra hélice igual. Se determinará en seguida la proyeccion vertical $a'b'c'd'e'$ de una hélice del mismo paso, pero trazada sobre el cilindro interior, y su igual $a^2\ b^2\ c^2\ d^2\ e^2$. Las líneas A*a*B*b*C*c* &c. son las proyecciones horizontales de las diferentes posiciones de la recta generatriz que suponemos horizontal; estas rectas se proyectan verticalmente en A′*a*′ en B′*b*′ en C′ &c.

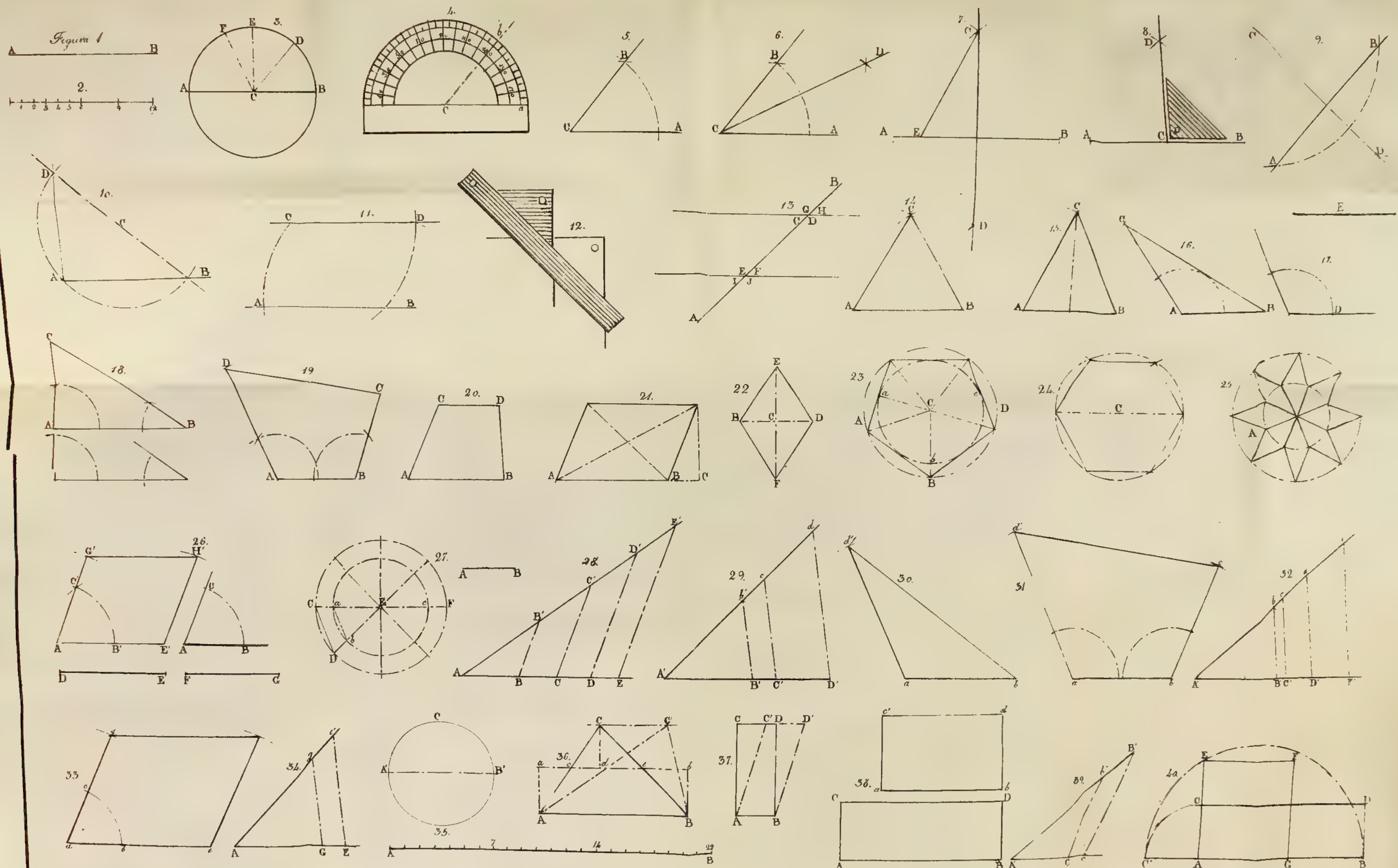
Obsérvese que en la posicion A′*a*′ la generatriz se proyecta en su verdadera magnitud, y en la posicion C*c*′ en un solo punto.

SERPENTIN.

FIG. 53 y 54. *El serpentin es un sólido engendrado por el movimiento de una esfera, cuyo centro describe una hélice alrededor de un cilindro.*

El círculo ACE es la base del cilindro sobre el cual el centro C de la esfera, cuyo radio es *a*C, traza una hélice proyectada sobre el plano vertical por los puntos A′B′C′D′E′. Si de los diferentes puntos de esta hélice se describen círculos con el radio *a*C, se tendrán las proyecciones verticales de diversas posiciones de la esfera en su movimiento alrededor del cilindro, de suerte que en trazando curvas tangentes á todos los círculos se formará el contorno aparente del *serpentin*.

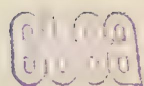
Exercicios de Geometria. Lª 1ª



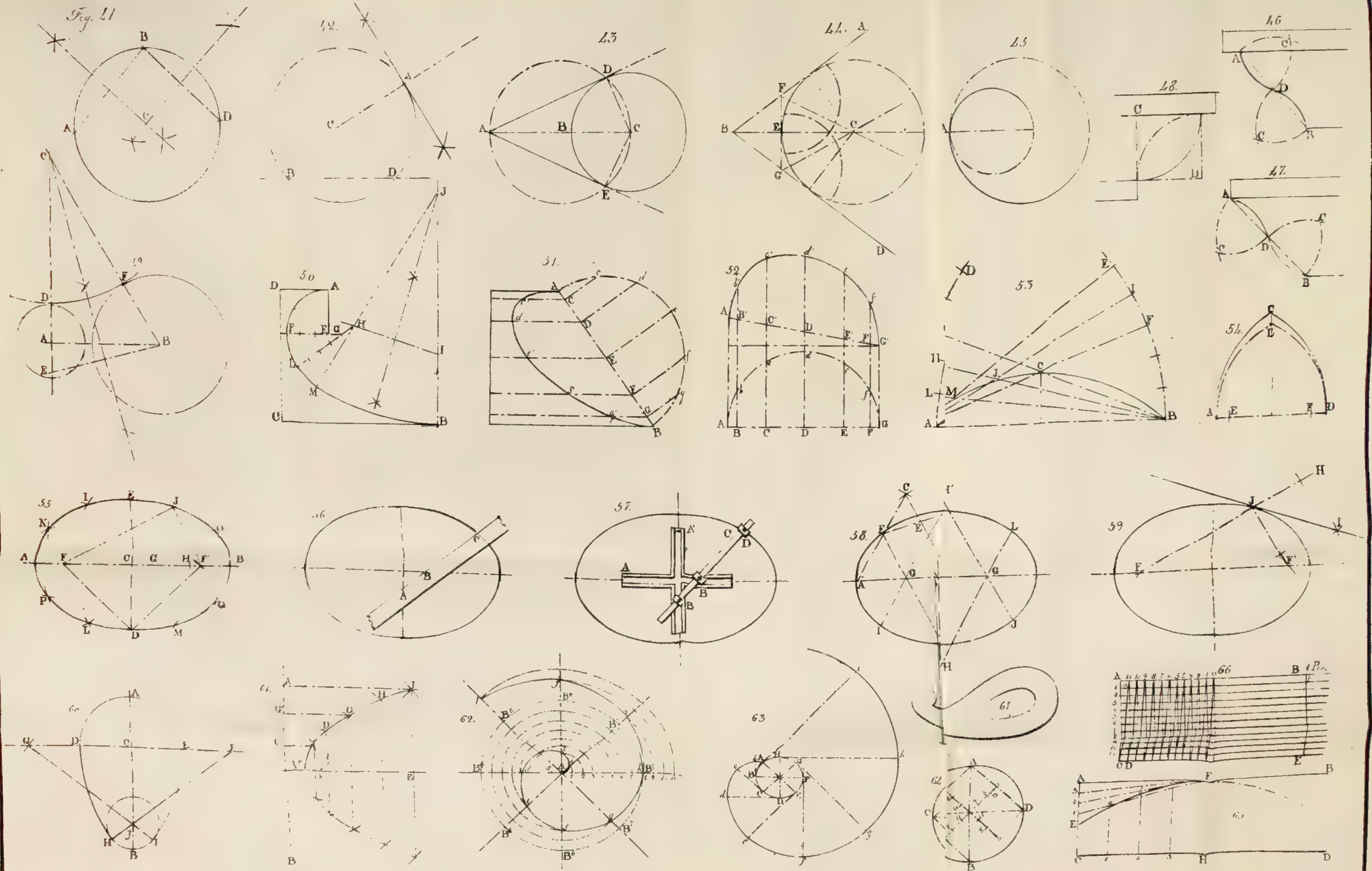
Doroteo Bachiller dr

Isaac Villanueva

R. Est. Lit.



Exercicios de Geometria. L.ª 2.

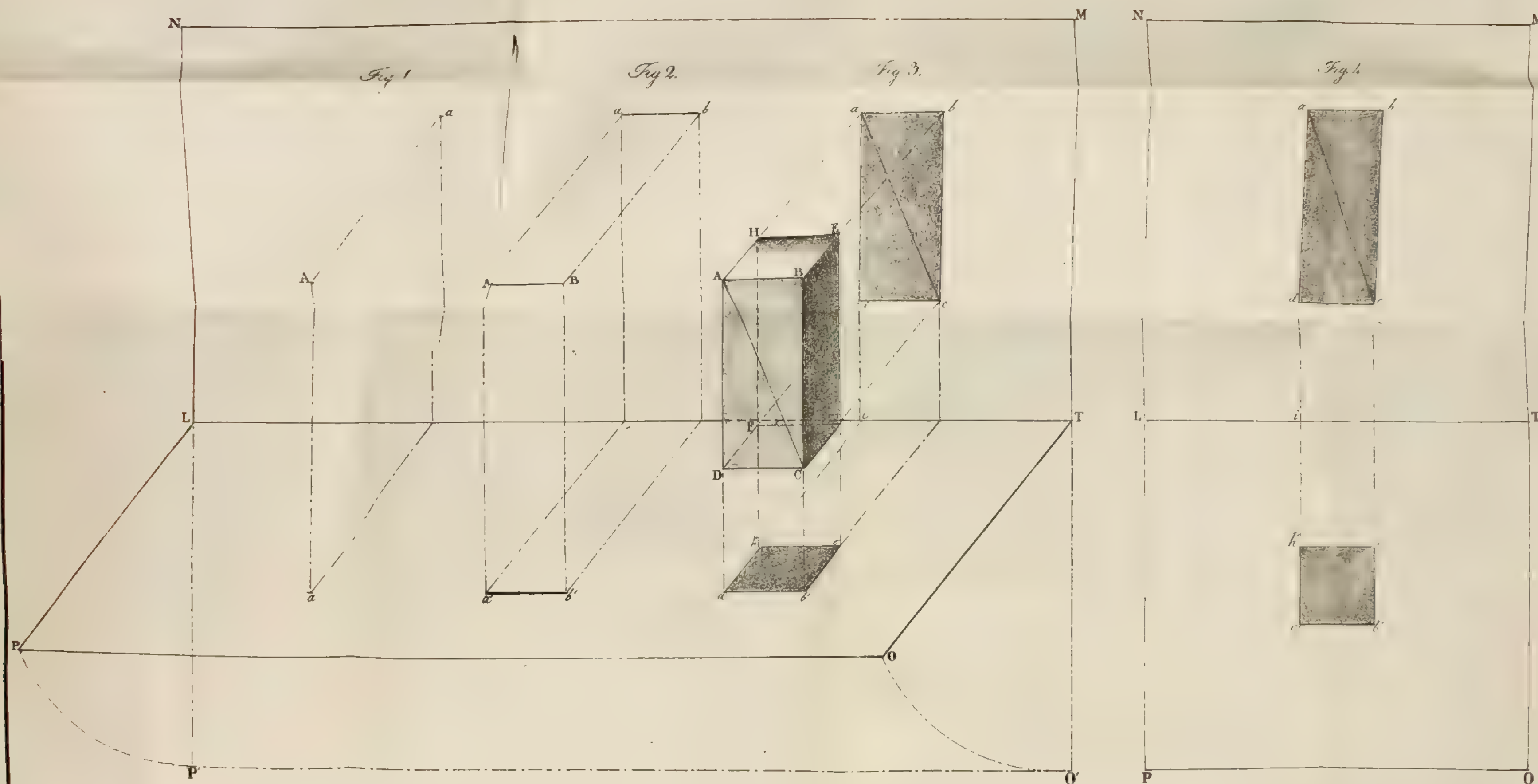


Doroteo Bachiller dº

Isaac Villanueva

Rl. Estº Litog. de la Impª Rl.

Proyecciones L.a 3.a

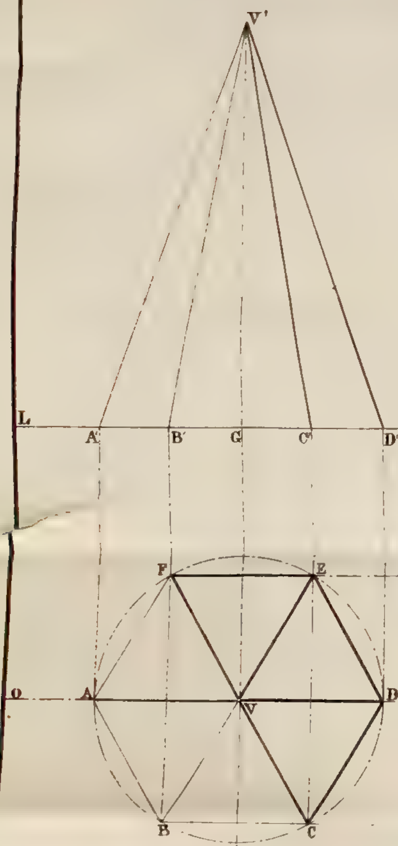


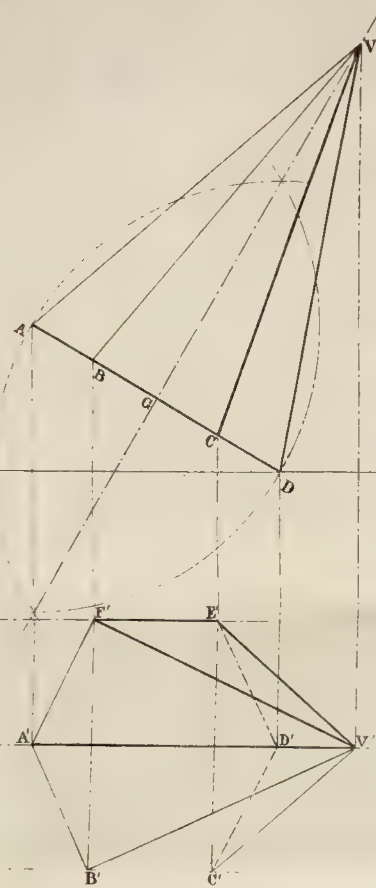
Doroteo Bachiller dr.

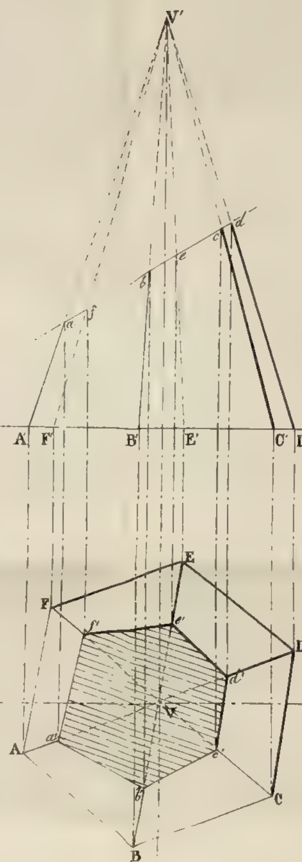
Isaac Villanueva

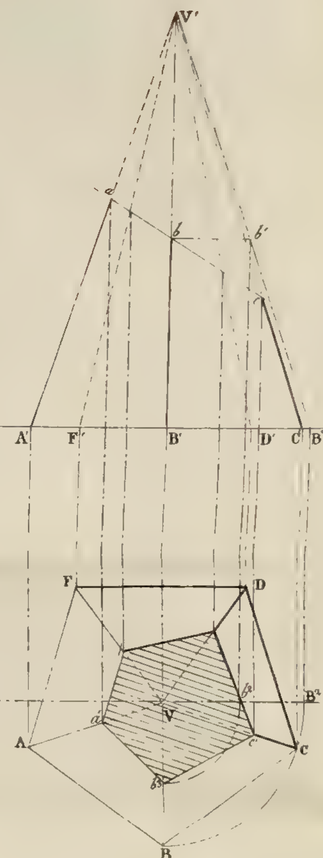
Est. Litog. de la Imp. Nacional

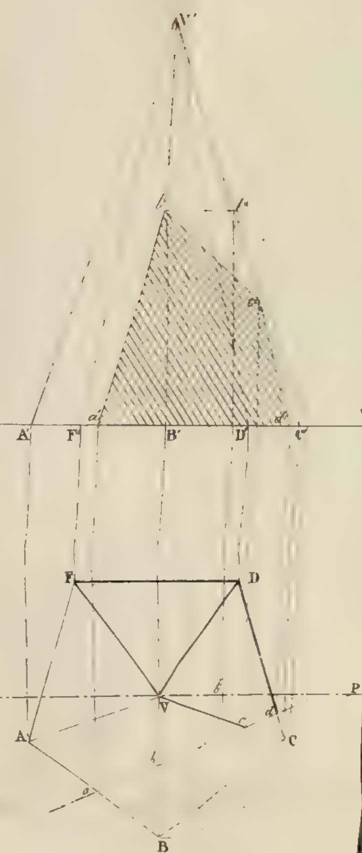
Proyecciones de una Piramide L.ª 4.ª











Doroteo Bachiller dr. Isaac Villanueva Est. Litog. de la Topa. Nacional.

Proyecciones de un Prisma. L.ª 5.ª

Fig 16.

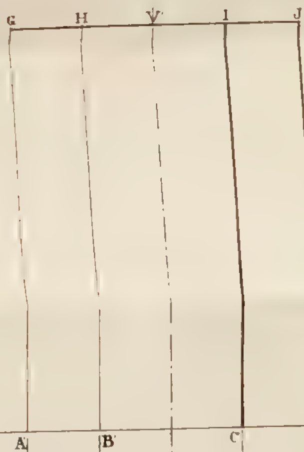


Fig 17.

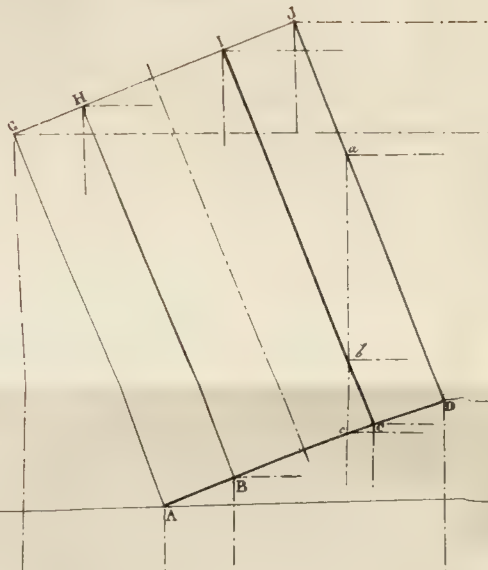


Fig 20

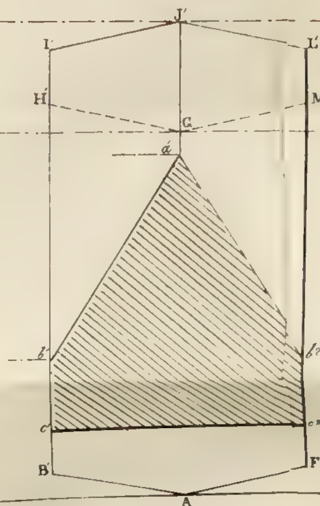
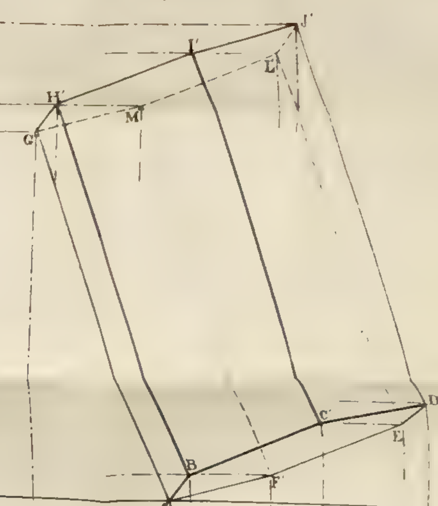
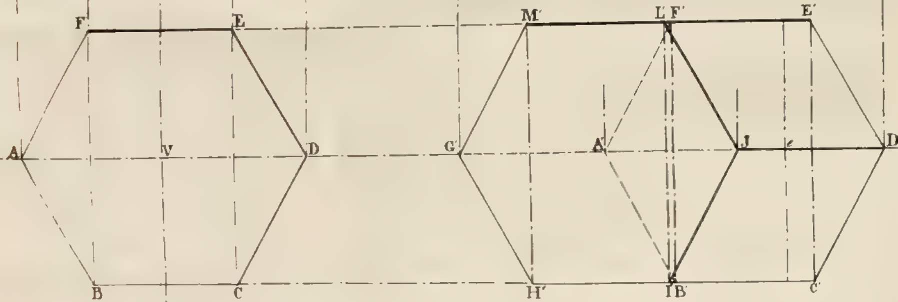
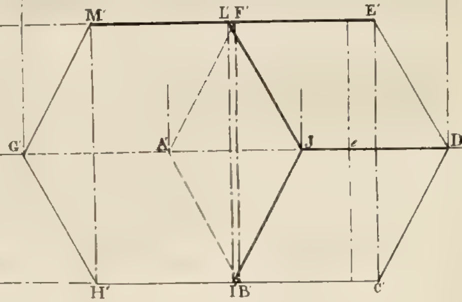
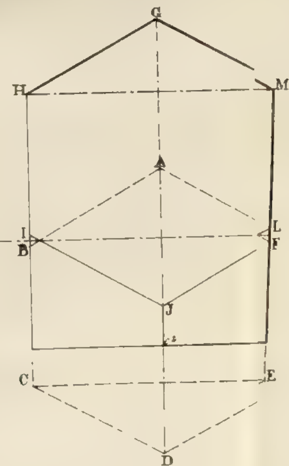


Fig 22.









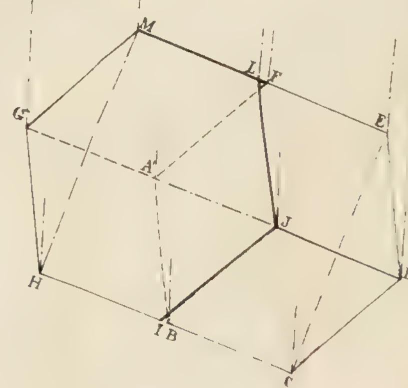


Fig 15

Fig 18.

Fig 19.

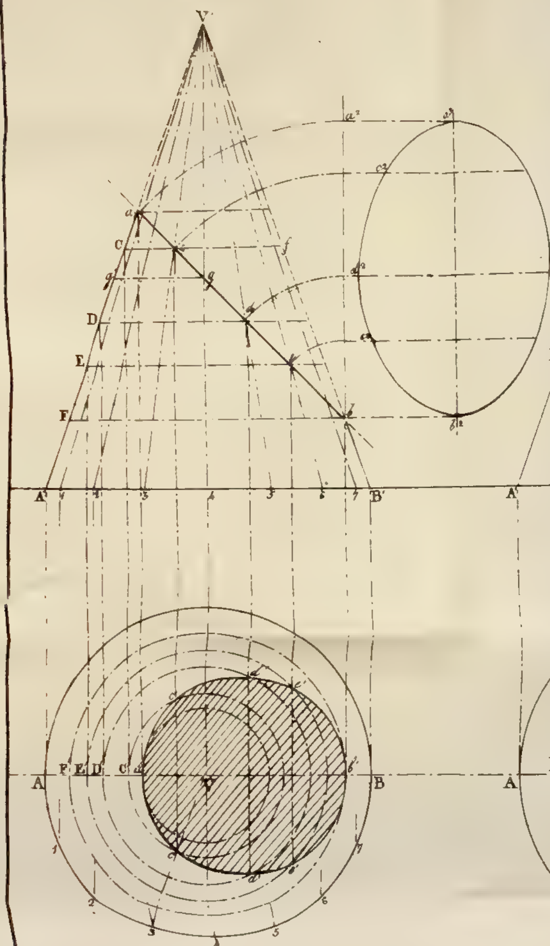
Fig 21

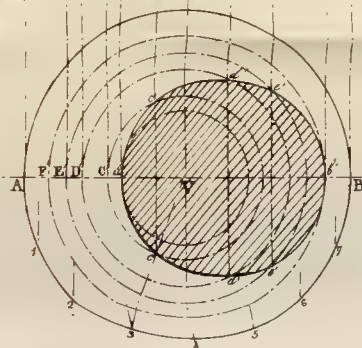
Dorotea Bachiller dr

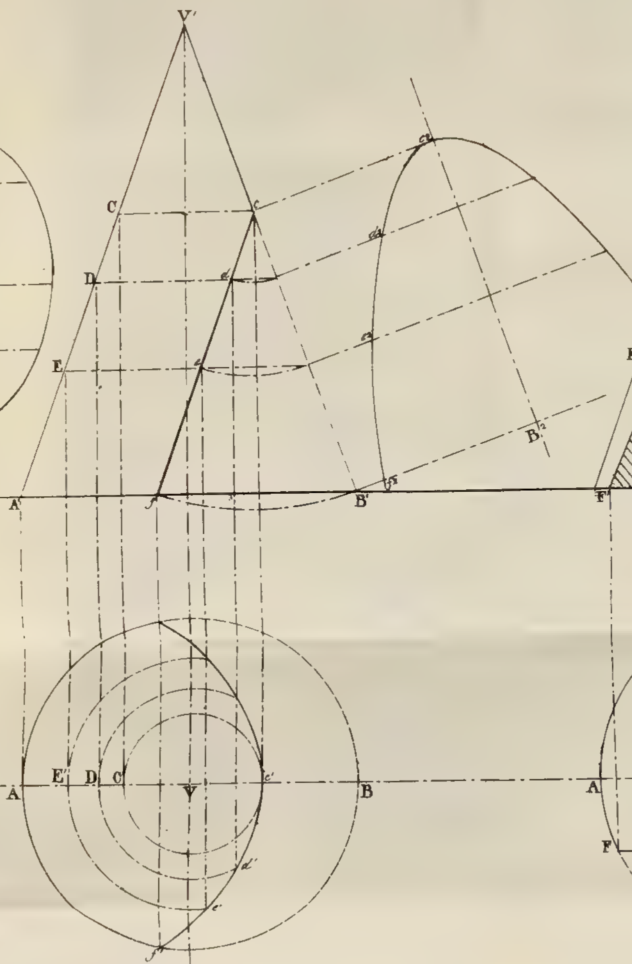
Isaac Villanueva

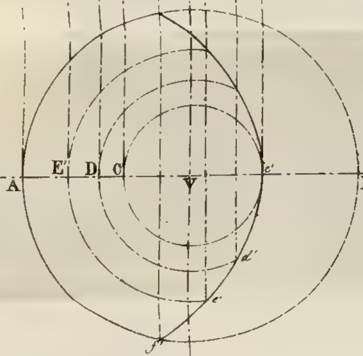
Est. Litog. de la Imp. ta Nacional

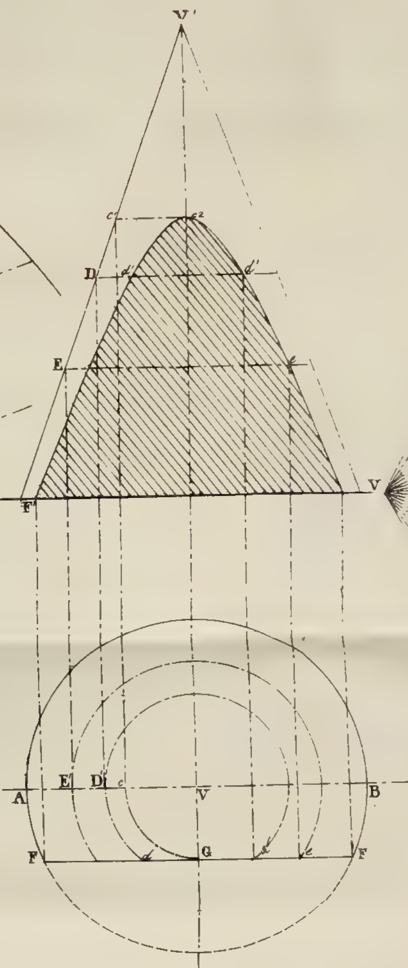
Secciones del Cono L.ª 6.ª

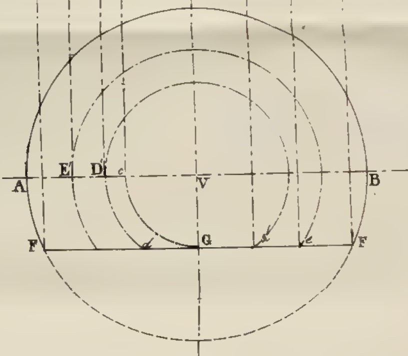

Fig. 24.

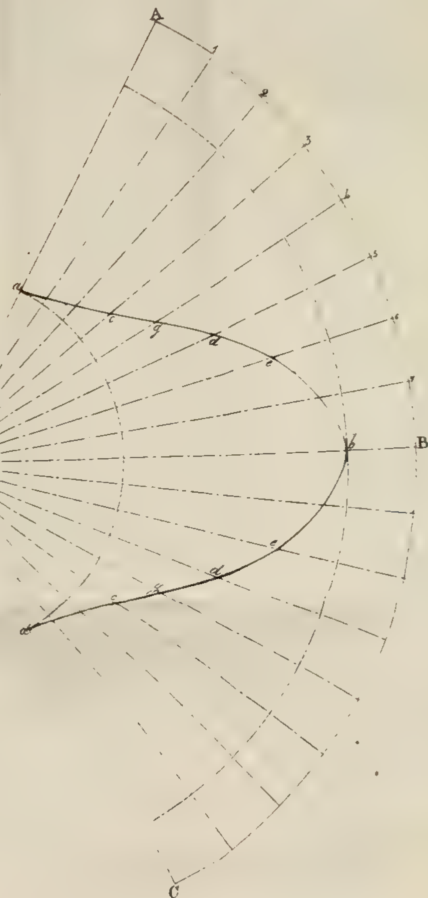

Fig. 23


Fig. 26.


Fig. 25.


Fig. 28.


Fig. 27.


Fig. 29.

Dorotea Bachiller dr.

Isaac Villanueva

Est.º Litog.º de la Imp.ª Nacional

Penetraciones de Solidos. Lª. 7ª.

Fig. 31.

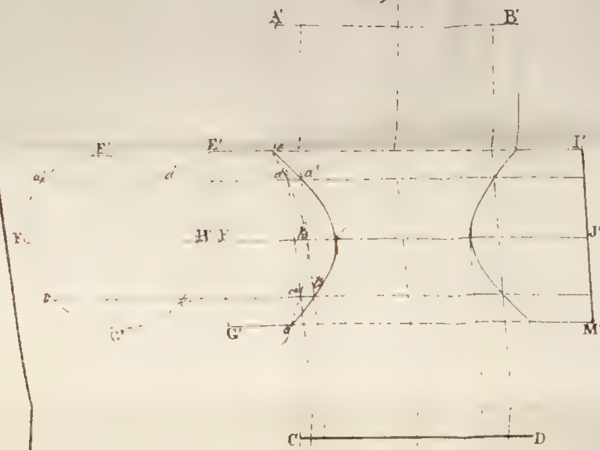


Fig. 33.

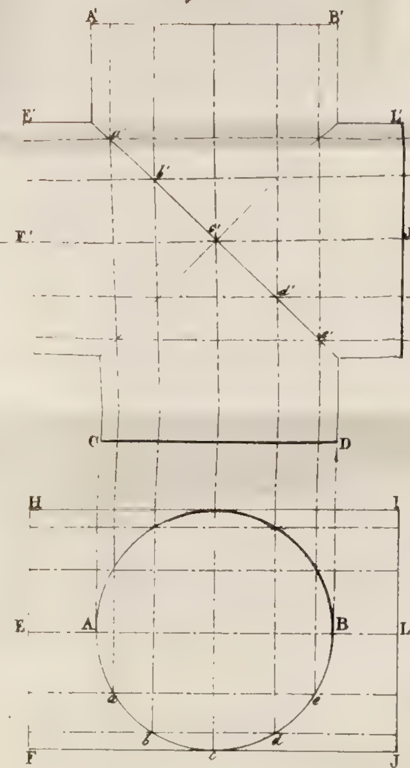


Fig. 35.

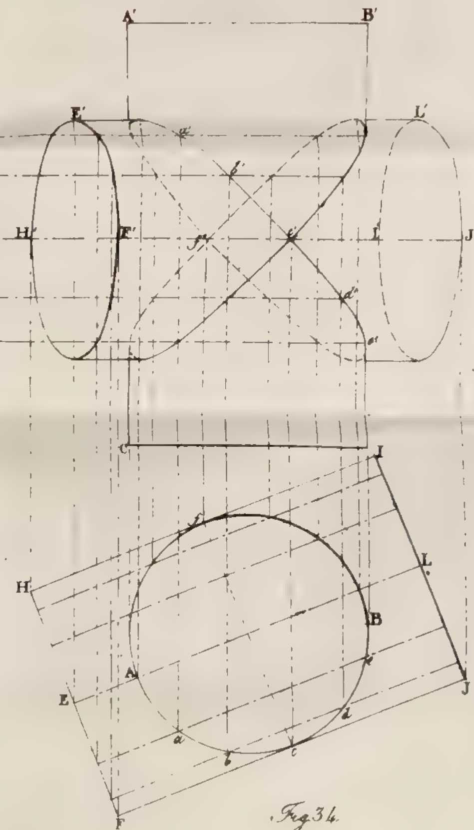
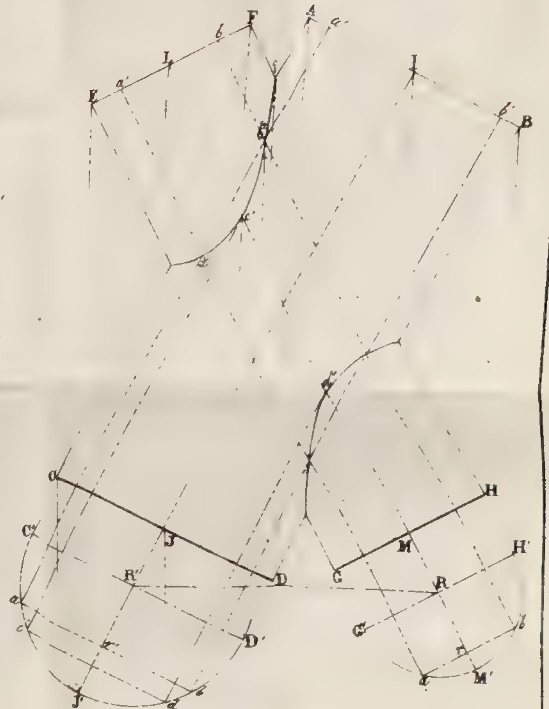
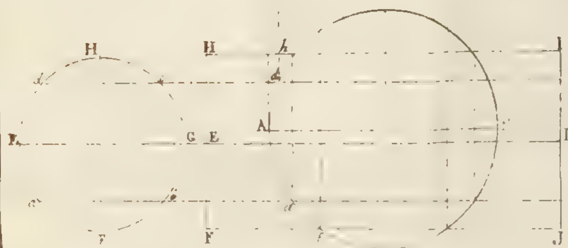


Fig. 36.





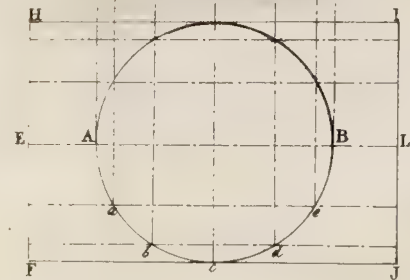


Fig. 32.

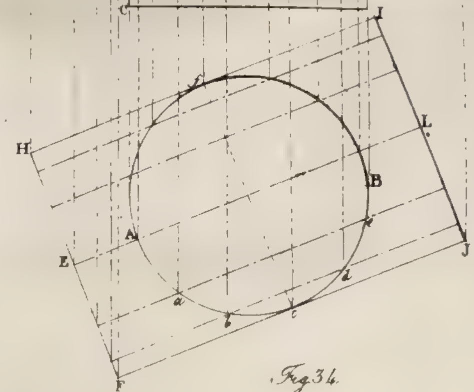


Fig. 34.

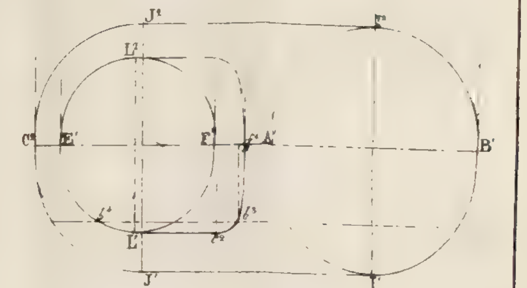


Fig. 37.



Fig. 38

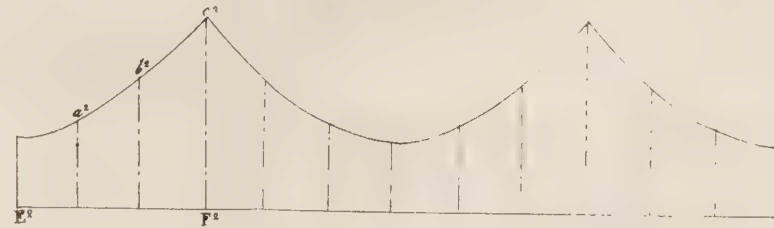
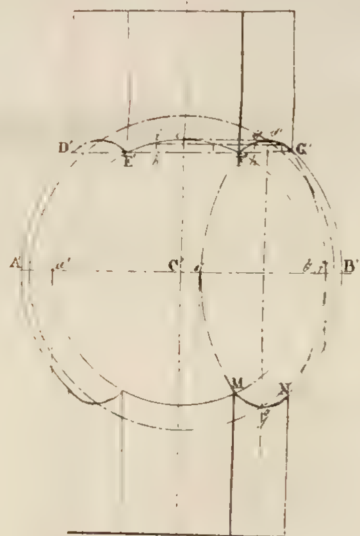
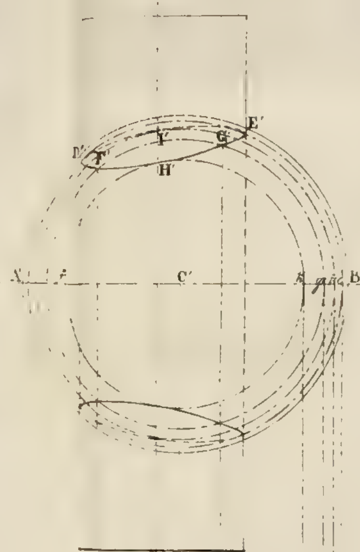


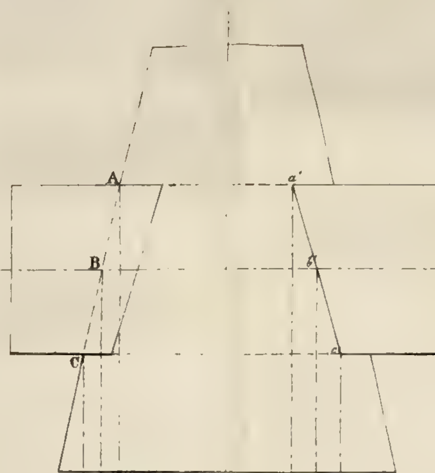
Fig. 39

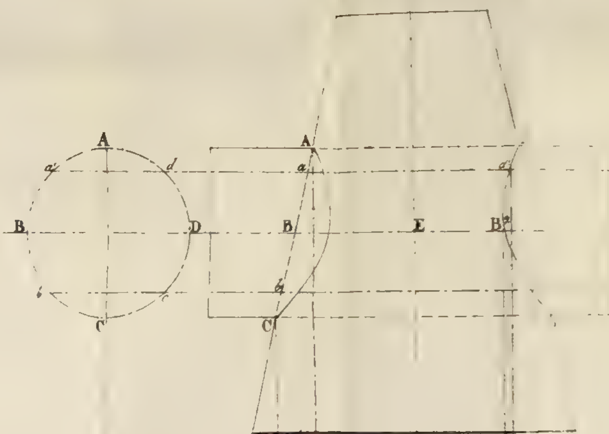
Isaac Villanueva

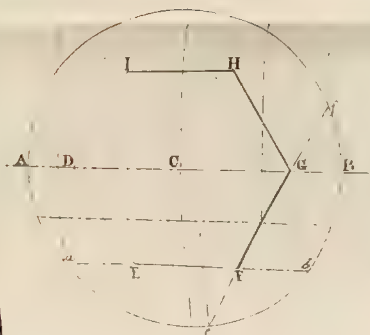
Penetraciones de Solidos. L.ª 8.ª

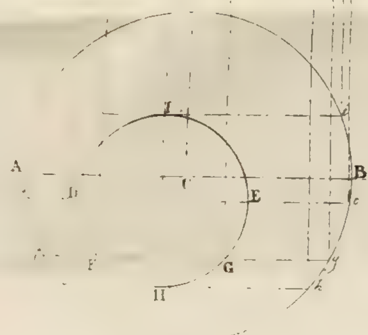

Fig. 41.

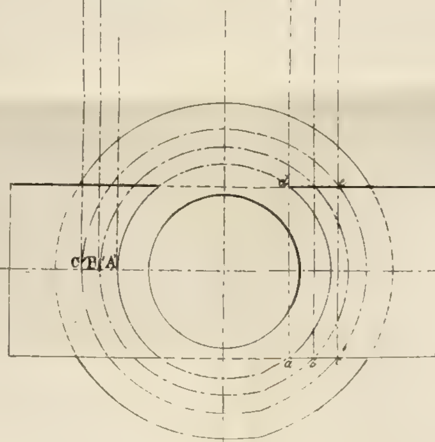

Fig. 43.

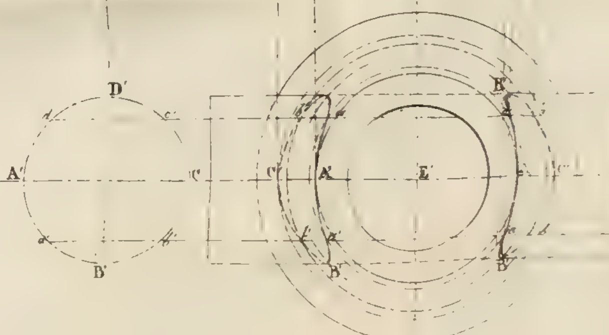

Fig. 44.


Fig. 46.


Fig. 40

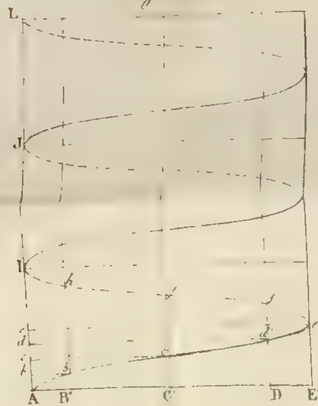

Fig. 42.

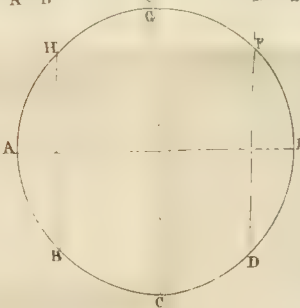

Fig. 45

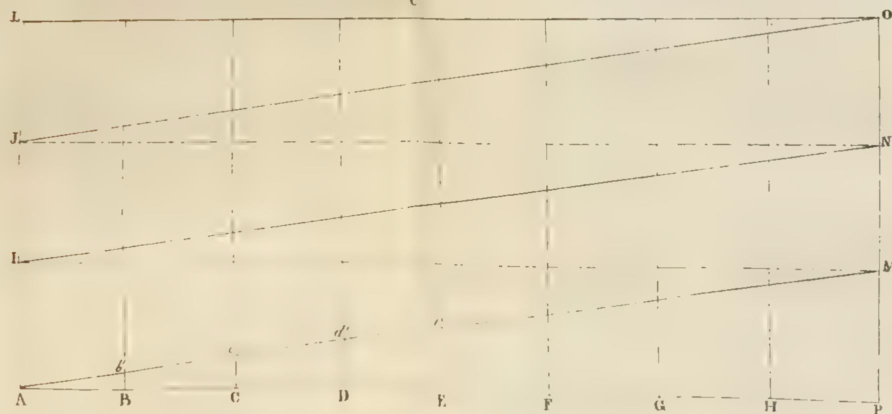

Fig. 47

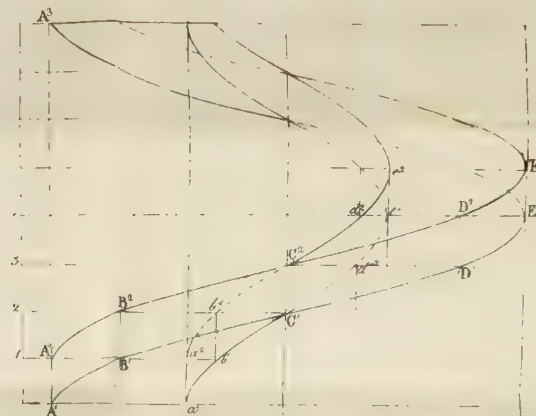
Isaac Villanueva

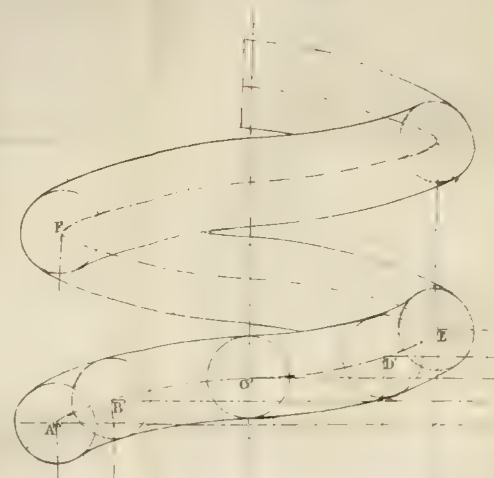
Trazado de varias Superficies. L.ª 9.ª

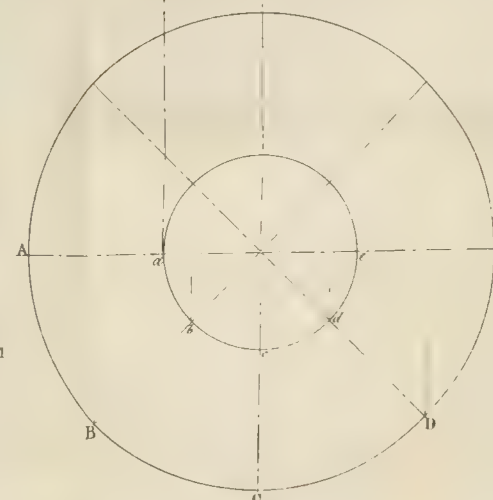


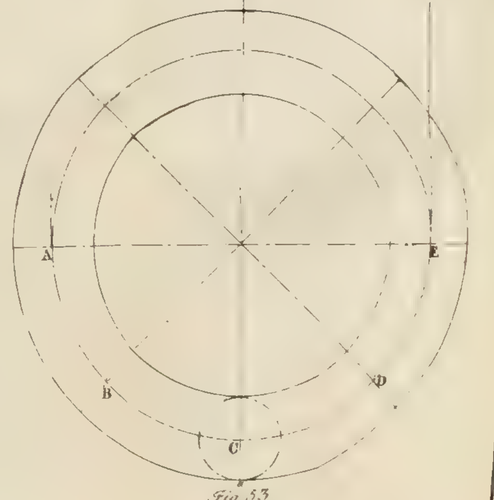












Isaac Villanueva.

CURSO

DE DIBUJO INDUSTRIAL,

Ó LECCIONES DADAS EN LA ENSEÑANZA DE LA DELINEACION APLICADA Á LAS ARTES Y Á LAS MÁQUINAS EN EL CONSERVATORIO DE ARTES DE MADRID.

POR DON ISAAC VILLANUEVA,

PROFESOR DE DELINEACION, CONSERVADOR FACULTATIVO DE LAS MÁQUINAS Y MODELOS, Y ENCARGADO DE LA DIRECCION DE LOS TALLERES DE CONSTRUCCION EN DICHO ESTABLECIMIENTO; PROFESOR DE DIBUJO LINEAL EN EL INSTITUTO ESPAÑOL, ACADÉMICO DE HONOR Y MÉRITO DE LA LITERARIA Y CIENTÍFICA DE INSTRUCCION PRIMARIA ELEMENTAL Y SUPERIOR DE ESTA CORTE, É INDIVIDUO DE VARIAS CORPORACIONES CIENTÍFICAS, LITERARIAS Y ARTÍSTICAS.

Para uso de las escuelas primarias, colegios, institutos y demás enseñanzas de la delineacion.

PARTE PRIMERA.

Contiene los elementos de la Geometría, y sus aplicaciones al dibujo de adorno y de la figura en tres láminas.



Madrid: 1841.

IMPRENTA DE D. JULIAN VIANA RAZOLA.

Esta obra ha sido aprobada por la Excma. Direccion general de Estudios para la enseñanza del Dibujo lineal.

Se vende á 7 rs. en Madrid en la librería de Viana Razola, calle de la Cruz, y en la de Hurtado, calle de Carretas, donde se hallará tambien el Dibujo geométrico *por el mismo autor.*

INTRODUCCION.

Cuando se me confió la enseñanza de la delineacion aplicada á las artes en el Conservatorio se me mandó tambien componer una obra que contuviese los elementos del dibujo lineal y sus aplicaciones á las artes para que sirviese de texto en dicha enseñanza y en las que debian establecerse en las capitales de provincia: esta obra fue aprobada, y se dió principio á su impresion en 1835, de la cual solo se publicó la primera parte con el título de *Dibujo geométrico aplicado á las artes*, que contenia los ejercicios elementales de geometría, las proyecciones, penetraciones de sólidos y desarrollo de superficies en nueve láminas litografiadas; el demasiado número y tamaño bastante crecido de estas hizo que saliese á un precio poco acomodado á las circunstancias de los artesanos, y por esta razon y otras particulares no se acabó de publicar; pero habiendo ya pocos ejemplares de dicha edicion, y no habiéndose publicado todavía una obra que satisfaga en lo posible á las necesidades industriales, y como por otra parte se previene en la ley provisional de Instruccion primaria de 21 de Julio de 1838 se enseñen los elementos del dibujo lineal en las escuelas primarias de enseñanza superior elemental, vuelvo á dar principio á esta obra con láminas de la mitad

del tamaño que en la anterior, dividida en varias partes ó cuadernos, á fin de que sea mas fácil su adquisicion. La primera parte contendrá los principios gráficos de la geometría, varias de sus combinaciones, y algunas nociones del dibujo de adorno y de la figura humana para que los discípulos acaben de soltar la mano; pues está demasiado probado que no se llega á ser buen dibujante hasta haberse ejercitado bien en trazar líneas rectas y curvas con los instrumentos y á pulso. Estos ejercicios, que forman la base fundamental del dibujo lineal, estan dispuestos para que puedan servir tambien para las escuelas primarias y colegios; y teniendo presente el poco tiempo que generalmente estan los niños en estas desde que se hallan en disposicion de empezar el dibujo hasta que los dedican á un oficio, tiempo que no es suficiente para acabar de aprender estos principios, se han conciliado de manera que sea un curso métodico y continuado desde la escuela elemental á la de aplicacion á las artes, á fin de que en el punto en que hubiesen dejado el dibujo en aquella puedan continuarlo en esta sin interrupcion con el mismo cuaderno, sin necesidad de comprar otra obra ni seguir otro método, que es lo que hace retrasar los adelantos.

La segunda parte contendrá algunas nociones de geometría descriptiva, y particularmente las proyecciones, penetraciones de sólidos y desarrollos de superficies con algunas aplicaciones de las proyecciones á la perspectiva lineal y á los órdenes de arquitectura.

La tercera abrazará los principios fundamentales del trazado de sombras como complemento del arte de representar los objetos, con algunos procedimientos para determinar las sombras y los reflejos y la degradacion de las tintas en las molduras y otros miembros

de los órdenes de arquitectura para uso de los que se dediquen á este estudio, y sucesivamente se darán las aplicaciones de estos principios generales al arte de carpintero y ebanista, en que se describirán las ensambladuras y cortes principales de las armaduras de tejado, escaleras y muebles: al de cerrajero, en el que se presentarán algunos herrajes para puertas, muebles, barandillas de escaleras y balcones: al arte práctico del constructor de máquinas, en que se describirán los órganos ó partes mas principales que entran en la composicion de estas y el trazado de los engranajes. Todas estas materias estarán tratadas separadamente, á fin de que los discípulos tomen la parte que tenga mas analogía con el arte respectivo de cada uno.

NOCIONES PRELIMINARES.

Se llama dibujo en general á la figura ó imágen de un objeto ejecutada de claroscuro sobre alguna superficie. Un objeto puede estar representado tal como se ofrece á nuestra vista, en cuyo caso se llama *dibujo perspectivo* ó *natural*, ó puede estar representado de modo que en nada se alteren sus formas ni proporciones, y se llama *dibujo geométrico* ó *en real.*

Todo dibujo, sea geométrico ó perspectivo, consta de dos partes: la primera y la mas esencial es la delineacion ó trazado del objeto con solo líneas, y se llama *dibujo lineal*: la segunda es la expresion de la luz ó sombreado, y se le da el nombre de *dibujo lavado.*

El dibujo lineal es indispensable á los artesanos, pues para poder ejecutar con precision un mueble, una máquina ó cualquiera otro objeto complicado necesitan primero hacer el trazado ó delineacion geométrica del tamaño de construccion, el cual hacen sobre un tablero ó pared si el objeto es grande, en cuyo caso se concibe bien que no pueden ponerse las sombras. El sombreado ó lavado, si no es tan necesario á los artesanos, les es muy útil para que por medio de un dibujo completo puedan dar al dueño de la obra una idea mas clara de la forma del objeto que van á construir, como asimismo á las demás personas para poder comprender bien los dibujos que les presenten los artistas, ó bien para hacerlos ellos mismos, manifestando de este modo la idea que se han propuesto, pues el dibujo es el lenguaje mas á propósito en las artes para expresar ideas de lo figurado; así puede decirse que es necesario á toda clase de personas.

La aplicacion del dibujo á la representacion de los diferentes objetos que ofrece la naturaleza, y que la industria elabora, ha dado lugar á varias clasificaciones que se designan con nombres particulares, á saber: *dibujo de la figura*, *de adorno*, *de arquitectura*, *de muebles*, *de máquinas*, *de paisaje &c.*, y el dibujo de estos objetos, hecho con colores, es lo que se llama *pintura*, y esta consta tambien de dos partes: que son la representacion lineal y el colorido. Generalmente dividen en dos grandes secciones la representacion de todos

estos objetos: á la representacion de la figura ó cuerpo humano, animales, plantas y demás objetos que se imitan de la naturaleza, y que comunmente se hace á pulso y á ojo, llaman simplemente *dibujo*: á la representacion de los objetos que sirven para la construccion de los edificios, como puertas, balcones, escaleras, armaduras de tejado, aparatos, máquinas, muebles &c. denominan *dibujo industrial* ó *delineacion*. La primera seccion pertenece á las bellas artes, y la segunda á las artes de construccion ó industriales, que será la que mas nos ocupará por ser el objeto de esta obrita instruir á los artesanos á fin de que puedan trabajar con mas acierto.

Las reglas para poder representar un objeto cualquiera, sea en real ó perspectiva, se fundan en el dibujo lineal, y este en los principios de geometría; por lo cual daremos principio al estudio del dibujo por el trazado de las líneas y figuras geométricas y sus combinaciones; cuyos ejercicios estan puestos en esta primera parte con la mayor claridad posible, despojados de grandes teorías, á fin de que esten al alcançe de los jóvenes, á quienes no se les supone otros conocimientos que saber leer.

MÉTODO DE LA ENSEÑANZA.

En cuanto al método de la enseñanza del dibujo lineal hay diferentes opiniones: unos pretenden que debe empezarse por trazar las líneas y figuras de geometría á pulso para ejercitar el ojo y la mano de los discípulos; los otros quieren que principien por el trazado riguroso con regla y compás para que se ejerciten en el manejo de los instrumentos que enseñan á trabajar con precision; fundándose en que un dibujo hecho á ojo no es mas que una aproximacion que no puede servir para la práctica de las artes, en que todo debe ser exacto. En las clases de delineacion aplicada á las artes parece que debe seguirse este último método, pues lo que mas interesa á los artesanos es la representacion exacta del objeto para poder tomar sobre el dibujo las medidas necesarias para la construccion. Este procedimiento no podrá acaso aplicarse á las escuelas primarias, en donde deberá enseñarse el dibujo lineal á los niños al mismo tiempo que aprenden á escribir: por esta razon he

presentado la nomenclatura y definiciones separadas del trazado geométrico con el objeto de que estudiándolas los niños vayan aprendiendo primero á conocer las líneas y figuras geométricas del mismo modo que conocieron las letras cuando aprendieron á leer; en cuyo caso los profesores harán colocar á los discípulos en grupo delante del tablero (que tendrán colgado en la pared al intento), y como la definicion de cada figura está dispuesta en forma de respuesta, y el enunciado de modo que se pueda trasformar en pregunta con solo añadir (por ejemplo) ¿qué es *línea*? ¿qué es *punto*? ¿cuántas son las *formas de las líneas*? dígame V. las *posiciones de las líneas &c.*, será fácil al profesor preguntarles y saber la idea que han formado de la línea ó figura; y para que la acaben de concebir bien se la harán ejecutar en el tablero con una punta de yeso á pulso y á ojo; mandándoles además tomar oportunamente alguna medida para comprobar y rectificar la figura, haciendo uso conveniente de la regla y compás para que gradualmente se acostumbren á tomar dimensiones y á manejar los instrumentos, logrando por este medio enseñar á muchos á la vez. El profesor hará varias preguntas hasta que contesten satisfactoriamente, y con la explicacion del profesor y ejecucion de las figuras acabarán de comprenderlas los que no las hubiesen entendido con el estudio; y de este modo se les impondrá fácilmente en estos primeros rudimentos, sin perder mucho tiempo ni desperdiciar papel inútilmente. Cuando conozcan bien las figuras y sepan trazarlas (como queda dicho) podrán pasar al trazado geométrico en el papel, siguiendo con exactitud los procedimientos que se explican en el texto, cuidando de que hagan las figuras mucho mayores que las que estan en las láminas, primeramente con lápiz para aprender á trazalas, y despues con tinta de china; en seguida pasarán á las diferentes combinaciones que pueden hacerse con las líneas y figuras geométricas, para lo cual se han puesto como ejemplos en la lámina segunda algunas de las mas sencillas, como el embaldosado, molduras, puertas y otros objetos que comunmente se encuentran en todas las habitaciones, para que el profesor se las presente por modelo y pueda por este medio hacerles comprender mejor las figuras y la utilidad y aplicacion del dibujo lineal á la industria: sin

perjuicio de que les hagan representar despues otros objetos mas complicados, ampliándoles estos ejercicios á su modo segun la disposicion y circunstancias de cada discípulo: y en este caso podrán pasar al dibujo de adorno y figura, á fin de que se suelten completamente en el manejo del lapicero para pasar despues á las aplicaciones á las artes, si los discípulos continuasen en la clase, y cuando no llevarán ya estas nociones para poder entrar en los talleres con algunos conocimientos, y continuar la delineacion en los establecimientos especiales de aplicacion á las artes como el del Conservatorio de artes de Madrid y otros que con este objeto estan establecidos en las capitales de provincia y otras poblaciones.

No se crea que es mi intento prescribir á los profesores reglas fijas é invariables para la enseñanza del dibujo; lejos de mí tal pretension, pues no hago mas que emitir mi pobre parecer, fundado en la experiencia que he adquirido con la práctica de la enseñanza durante algunos años en la clase de delineacion del Conservatorio de artes y otros establecimientos, por si pueden ser de alguna utilidad á mis dignos compañeros en el método que se propongan seguir y crean mas análogo al objeto ó aplicacion de la enseñanza que esté á su cargo.

Isaac Villanueva.

ÚTILES NECESARIOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA DELINEACION.

Los útiles que deberá haber en la clase serán un tablero de madera pintado de negro al óleo que no sea menor de dos varas de largo y una de ancho, una regla de una vara de largo dividida en pies, pulgadas y líneas, un compás de madera como de media vara de largo con una punta de hierro en una pierna, y en la otra un portalápiz para colocar la punta de yeso ó clarion, y una plantilla de escuadra como de media vara.

Cuando los discípulos pasen al dibujo geométrico necesitan tener cada uno un compasito (llamado de piezas) de cuatro pulgadas de largo, una reglita como de media vara de largo y una línea de grueso, una plantilla de escuadra que tenga de cinco á seis pulgadas, un lapicero de madera, una barrita de tinta de china y un platillo para desleirla, y un pedazo de goma elástica para borrar las líneas.

ADVERTENCIA.

Las figuras se componen solo de las líneas efectivas; las líneas cortadas ó compuestas de rayitas y puntos, que llamaremos *líneas de operacion*, son las que sirven para el trazado geométrico, como veremos mas adelante.

NOMENCLATURA Y DEFINICIONES
DE LAS LÍNEAS
Y FIGURAS GEOMÉTRICAS.

LÁMINA 1.ª

El punto.

El *punto* no tiene largo, ancho ni grueso; es la parte mas pequeña que se puede imaginar.

La línea.

Se llama *línea* en general en el dibujo al rastro ó señal que deja una pluma, un lápiz ú otra materia que señale pasándolo de un lado á otro sobre el papel ó tablero.

Formas de las líneas.

Las formas de las líneas son dos: *recta* y *curva*.

Figura 1.ª Se llama *línea recta* cuando tiene todos sus puntos en una misma direccion, de modo que aplicándola una regla coincida con esta; por esto se dice que la línea recta es el camimo mas corto para ir de un punto á otro.

Fig. 2. *Curva* cuando no tiene todos sus puntos en una misma direccion.

Posiciones de las líneas.

Las posiciones de las líneas son tres: *horizontal*, *vertical* y *oblicua*.

Fig. 1. Llámase *horizontal* cuando está trazada de iz-

quierda á derecha y no se inclina á ningun lado, de manera que sus puntos extremos se encuentren á igual distancia del borde superior ó inferior del papel ó tablero sobre que se trace.

Fig. 3. *Vertical* cuando está de arriba abajo en la direccion de un hilo sostenido por un extremo y que en el otro tiene un peso, á cuyo aparato llaman en las artes plomada; por lo cual se llama tambien *línea á plomo.*

Fig. 4. *Oblicua* la que se inclina mas á un lado que á otro.

Del círculo.

Fig. 5. *Círculo* es una figura terminada por una curva, que se llama circunferencia del círculo: tiene todos sus puntos á igual distancia de un punto interior C que se llama centro.

Se llama *radio del círculo* á todas las líneas que van desde el centro á la circunferencia, como C D, y todos los radios de un círculo son iguales.

Diámetro á la línea que pasa por el centro y toca á la circunferencia en dos puntos, como A B, y divide al círculo en dos partes iguales que se llaman *semicírculos.*

Arco á la parte de curva comprendida entre dos radios, como B D.

Division de la circunferencia del círculo.

Toda circunferencia de círculo, sea grande ó pequeña, se divide en 360 partes iguales que se llaman *grados*: cada grado se divide en 60 partes iguales que se llaman *minutos*; y cada minuto en 60 partes iguales que se llaman *segundos &c.*, y se escriben con los signos siguientes:

El grado con. . . . . $^{\circ}$
El minuto con. . . . . $'$
El segundo con. . . . . $''$

La division de la circunferencia tiene muchas aplicaciones, y sirve tambien para medir los ángulos; con este objeto se hace uso de un instrumento llamado *trasportador*, que consiste en un semicírculo de laton ó asta, dividido en grados y minutos segun se ha explicado, y se ve en la figura 6.

Los ángulos.

Fig. 7 y 8. Se llama *ángulo* al espacio comprendido entre dos líneas que se cortan en un punto C, llamado *vértice*, y á las dos líneas que le forman se llaman *lados*; y la distancia que hay de un lado á otro es la *abertura* del ángulo, y se mide por el arco AB.

De la mayor ó menor abertura resultan tres clases de ángulos, que se distinguen con los nombres de *recto*, *agudo* y *obtuso*.

Fig. 6. Se llama *recto* al que tiene 90.°: como CEA.

Agudo al que tiene menos de 90.°: como CEF.

Obtuso al que tiene mas de 90.°: como CED, y cuando dos ángulos tienen igual número de grados, ó lo que es lo mismo, igual abertura, son *iguales*: como fig. 7 y 8.

Las perpendiculares.

Fig. 9 y 10. Llámase *perpendicular* á toda línea que cae sobre otra sin inclinarse á ningun lado, y forma con ella ángulos rectos ó de 90.°; de modo que colocando una escuadra coincida exactamente como se ve en la figura.

Las paralelas.

Fig. 11. Se llaman *paralelas* á dos líneas que tienen todos sus puntos relativos á igual distancia: como AB y CD, las cuales prolongadas al infinito no se encontrarian.

De las figuras.

Se da el nombre de *figura* en general á todo espacio cerrado con líneas.

Se llama figura *rectilínea* cuando está cerrada con líneas rectas.

Curvilínea cuando está cerrada con curvas.

Mistilínea cuando lo está por líneas rectas y curvas; y al conjunto de líneas que la cierran se llama *perímetro*.

De las superficies.

Área ó *superficie* es el espacio ó extension contenida dentro del perímetro ó contorno de una figura cualquiera: hay dos clases de superficies, que son: *rectas* y *curvas*.

Se llama superficie recta ó plana cuando está perfectamente igual: como una mesa muy lisa, de modo que aplicándola una regla en todos sentidos coincida exactamente.

Curva la que no se puede aplicar una regla, y puede ser *cóncava* ó *convexa*.

Se llama superficie *convexa* á la parte exterior de una *bola* ó *esfera*.

Cóncava á la parte interior.

De los triángulos.

Se llama *triángulo* á una figura cerrada por tres líneas: un triángulo tiene tres lados, tres ángulos y tres vértices.

Por razon de los lados resultan tres clases de triángulos, que se distinguen con los nombres de *equilátero*, *isósceles* y *escaleno*.

Fig. 13. Se llama triángulo *equilátero* al que tiene sus tres lados iguales.

Fig. 14. *Isósceles* al que tiene solo dos lados iguales.

Fig. 15. *Escaleno* al que tiene los tres lados desiguales.

Por razon de los ángulos se dividen tambien en tres clases, á saber: *acutángulo*, *obtusángulo* y *rectángulo*.

Fig. 13 y 14. Se llama triángulo *acutángulo* al que tiene los tres ángulos agudos.

Fig. 15. *Obtusángulo* al que tiene un ángulo obtuso.

Fig. 17. *Rectángulo* al que tiene un ángulo recto, y el lado opuesto al ángulo recto es el mayor, y se llama *hipotenusa*.

De los cuadriláteros.

Se da el nombre de *cuadrilátero* á toda figura terminada por cuatro líneas: un cuadrilátero tiene cuatro lados, cuatro ángulos, cuatro vértices y dos *diagonales*, que son las líneas que unen los vértices opuestos.

Por sus diferentes formas se distinguen en tres clases con los nombres de *trapecio*, *trapezoide* y *paralelógramo*.

Fig. 18. Se llama *trapezoide* á un cuadrilátero que no tiene ningun lado igual ni paralelo.

Fig. 19. *Trapecio* al que tiene dos lados paralelos.

Fig. 20. *Paralelógramo* al que tiene sus lados iguales y paralelos dos á dos.

De los paralelógramos.

El *paralelógramo* tiene diferentes formas, y por ellas se divide en cuatro clases, que se distinguen con nombres particulares, á saber: *romboíde*, *rombo*, *rectángulo* y *cuadrado*.

Fig. 20. Se llama *romboíde* á un paralelógramo cuando sus lados y ángulos contiguos son desiguales.

Fig. 21. *Rombo* cuando sus lados son iguales, y desiguales los ángulos contiguos.

Fig. 22. *Rectángulo* cuando los ángulos son iguales, y por consiguiente rectos, y los lados iguales dos á dos.

Fig. 23. *Cuadrado* cuando sus ángulos y lados son iguales.

De los polígonos.

Se llama *polígono* á toda figura terminada por mas de cuatro líneas, y se les distinguen con nombres particulares segun el número de lados que tienen.

Fig. 24. Se llama *pentágono* al que tiene cinco lados.

Fig. 25. *Exágono* al que tiene seis.

Eptágono al que tiene siete.

Octágono al que tiene ocho.

Eneágono al que tiene nueve.

Decágono al que tiene diez.

Cuando ocurre nombrar una figura de mas lados se hace expresando el número de los que tenga, por ejemplo, de once, de doce, de veinte &c., pues sus nombres particulares, pasando de diez, son dificiles de retener en la memoria. Tambien suelen llamarse polígonos á los triángulos y cuadriláteros.

Lámase *polígono regular* al que tiene todos sus lados y ángulos iguales.

Irregular al que le falta alguna de estas circunstancias.

Fig. 24. Se llama centro de un polígono regular el punto C que está igualmente distante de todos los vértices de los ángulos.

Radios oblicuos á las líneas, como CB, trazadas desde el centro á los vértices.

Radios rectos ó *apotemas* á las líneas C *a* perpendiculares á los lados del polígono.

De la tangente á un círculo.

Fig. 27. Se llama *tangente* á una línea que toca á la circunferencia de un círculo en un solo punto; como A.

De la secante.

Fig. 27. Se llama *secante* á la línea que corta á la circunferencia de un círculo en dos puntos y sobresale á los lados; como BD.

Llámase *cuerda* del arco, que separa la secante, á la parte de línea EF que queda dentro de la circunferencia.

Segmento de círculo á la parte comprendida entre el arco y la cuerda.

Del óvalo.

Fig. 29. Comunmente se da el nombre de *óvalo* á una curva cerrada, mas larga que ancha, compuesta de varios arcos de círculos: tiene dos líneas perpendiculares entre sí, que se llaman *ejes*; y cada uno de los ejes la divide en dos partes iguales ó simétricas, y tambien los hay en forma de huevo, como la figura 31.

De la elipse.

Fig. 30. *Elipse* es una figura parecida al óvalo; pero de una curvatura mas perfecta, que resulta de la seccion inclinada dada en un cilindro, como se verá mas adelante.

Espiral.

Fig. 32. Se llama *espiral* en general á una curva que traza un punto que se mueve *alrededor* de otro, separándose de su centro, la cual no se puede cerrar.

De los sólidos.

Sólido ó *cuerpo* es un objeto cualquiera, una forma material y palpable que tiene tres dimensiones *largo*, *ancho* y *grueso*, y se compone de varias *superficies* ó *caras*, y puede ser hueco ó macizo.

Fig. 37. Se llama *pirámide* á un sólido que tiene por base un polígono cualquiera, de cuyos ángulos salen unas rectas llamadas *aristas* que se reunen todas en un punto llamado *vértice* ó *cúspide*, y forman estas con el lado de la base unos triángulos que se denominan *faces* ó *caras* de la pirámide, y se llama *pirámide recta* cuando la vertical bajada desde la cúspide cae en medio de la base, y cuando no *oblicua.*

La *pirámide triangular* es el sólido mas sencillo que se puede formar, porque se compone solo de cuatro superficies: la que sirve de base es un triángulo equilátero A, del cual toma el nombre, y las otras tres son triángulos isósceles.

Fig. 38. La *pirámide cuadrangular* se compone de cinco caras; las cuatro son triángulos isósceles, y la que sirve de base es un cuadrado perfecto.

Fig. 39. El *prisma cuadrangular* es un sólido que se compone de seis caras; las cuatro son rectángulos perfectos, y la superior é inferior son dos cuadrados: las caras y aristas son paralelas, y cuando las caras que sirven de bases son perpendiculares á las otras se llama *prisma recto*, y si no *oblicuo.*

Fig. 40. *Cono* es un sólido redondo en un sentido, que tiene por base un círculo y termina en un punto llamado *cúspide.*

Fig. 41. *Cilindro* es un sólido redondo en un sentido, terminado por dos círculos.

Fig. 42. *Esfera* es un sólido redondo por todos lados, terminado por una sola superficie curva, cuyos puntos estan todos á igual distancia de un punto comun que está en el centro.

TRAZADO GEOMÉTRICO DE LAS FIGURAS.

FIGURA 1.ª *Trazar una línea recta.*

Si se dan dos puntos AB, se coloca la regla de modo que coincida con estos, y se corre el lápiz apoyándole en el canto de la regla.

En las artes se hace uso muy frecuente de la línea recta, pero ocurre tener que trazarlas tan largas que no hay reglas que alcancen; por eso los aserradores las trazan aplicando sobre los maderos una cuerda impregnada de almazarron, que poniéndola tirante por los extremos, y pinzándola en medio, se estampa de un lado á otro, y queda trazada la línea: cuando se trazan sobre el terreno, se pone una cuerda bien tirante atada por sus extremos á dos clavos ó maderos clavados en la tierra, como hacen los albañiles y empedradores.

FIG. 5. *Trazar un círculo.*

Entre las curvas planas la que se emplea con mas frecuencia en las artes es la circunferencia del círculo; para trazarla se coloca una punta del compás en el centro, y haciendo girar la otra alrededor con la abertura conveniente, se describirá dicha curva.

Cuando el círculo que haya de trazarse fuere tan grande que no alcanzase el compás, se traza con una regla haciendo un agujero en un extremo, por el cual se mete un clavo que se fija en el punto que sirva de centro, se hace girar la regla alrededor, y con el otro extremo se señala el círculo; cuando no alcanzan las reglas se hace con una cuerda.

FIG. 7 y 8. *Trazar un ángulo igual á otro dado y dividirle.*

Para trazar un ángulo igual al de la figura 7 bastaria colocar el trasportador (fig. 6) sobre el ángulo dado (fig. 7) de modo que coincida el centro C del trasportador con el vértice C del ángulo, y se verian los grados contenidos desde A hasta B que es la abertura del ángulo: conocido ya su valor, se colocaria igualmente el trasportador sobre la línea CA

(fig. 8) para obtener el punto B; pero como los ángulos se miden por los arcos (como hemos dicho ya), se tomará la distancia CA, y con esta por radio se trazará el arco AB (fig. 7 y en la fig. 8), y la distancia AB (fig. 7), que es la abertura del ángulo dado tomada sobre el arco, se colocará en AB (fig. 8), se trazará la línea CB, y se tendrá el ángulo pedido.

Tambien puede trazarse un ángulo igual á otro con un instrumento que usan los carpinteros llamado *falsa escuadra*, el cual se compone de dos reglas que giran sobre un mismo eje, al cual estan fijas, y es muy cómodo para medir, trazar y trasportar toda clase de ángulos.

Para dividir un ángulo en dos partes iguales se trazará desde el punto A un arco de círculo con una abertura de compás tomada á voluntad, y con la misma otro arco desde el punto B, y por el punto de interseccion D de estos dos arcos se trazará la línea CD, que dividirá el arco y el ángulo en dos partes iguales.

Fig. 9. *Levantar una perpendicular desde un punto dado sobre una recta.*

Colóquese á los lados del punto dado C las distancias iguales A y B, y desde estos puntos como centros y con un radio mayor que la mitad descríbase dos arcos que se cortarán en D, por cuyo punto de interseccion y el punto C se trazará la línea pedida, que será perpendicular á AB, con la cual formará dos ángulos rectos iguales. Para probar si una escuadra está perfecta, se colocará á un lado y otro de la perpendicular, y si no coincidiese, se repasará hasta que coincida exactamente; tal es el método que se emplea para hacer una escuadra con exactitud.

Fig. 10. *Trazar una perpendicular en el extremo de una recta que no se pueda prolongar.*

Por un punto cualquiera tomado á voluntad, por ejemplo C, se trazará un círculo que pase por el extremo A, en donde se quiere trazar la perpendicular, de modo que corte la línea dada en un punto, por ejemplo B; por este punto y el centro C

se trazará una línea que cortará al círculo en D, por cuya interseccion y el punto A se trazará la perpendicular pedida.

Fig. 11. *Trazar una paralela á una recta dada que pase por un punto dado.*

Trazada la línea AB se hará centro en el punto dado C, y con el mayor radio posible se traza el arco BD, y desde el punto B con el mismo radio el arco AC; la distancia CA se colocará desde B á D, por el punto de interseccion y el punto dado se trazará la *paralela* pedida.

Fig. 12. *Aplicacion y uso de la escuadra y la regla para trazar paralelas y perpendiculares.*

Sabiendo ya trazar perpendiculares y paralelas geométricamente, se pueden trazar con la regla y la escuadra, cuyo método es muy breve y facilita las operaciones en el dibujo. Para esto no hay mas que apoyar un lado de la escuadra al canto de la regla, como se ve en la fig. 12, de manera que el otro lado coincida exactamente con la línea dada, y teniendo la regla fija con la mano izquierda se corre la escuadra hasta el punto por donde se quiera trazar la perpendicular ó paralela.

Fig. 13 y 14. *Trazar un triángulo dados sus lados.*

En las artes ocurre tener que trazar con frecuencia un triángulo, del cual se conocen ciertas partes. Conocidos los tres lados, sean iguales ó desiguales, se toma uno por base, pues puede ser cualquiera, y desde sus extremos A y B y con una abertura de compás igual al largo de cada uno de los lados se trazan dos arcos de círculo, y por su interseccion C y los puntos AB se trazarán dos líneas, que serán los lados del triángulo pedido.

Fig. 15. *Trazar un triángulo dados dos lados y un ángulo.*

Sean los lados dados E y D, y el ángulo dado F (fig. 16): trácese el lado AB igual al lado dado D, y en su extremo A un

ángulo igual al dado F por el método indicado (fig. 7 y 8): trácese tambien el lado AC igual á E, y por los puntos C B se trazará una línea y se tendrá el triángulo pedido.

Fig. 17. *Trazar un triángulo dados dos lados y un ángulo.*

Trácese la recta AB igual al lado dado D, trácense en sus extremos dos ángulos iguales á los dados, *a* en A y *b* en B, y prolongándolos suficientemente se encontrarán en C, y se tendrá el triángulo pedido.

Las formas triangulares son de un gran uso en las artes. El triángulo isósceles, llamado tambien *simétrico*, le vemos empleado con frecuencia en los *frontones* de arquitectura; el perfil de los tejados es un triángulo simétrico de poca altura, aunque muy variada, segun la materia que se emplea para cubrirlos: en los paises del Norte son por lo general mas altos que en el Mediodia, con el objeto de proporcionar un deslizadero fácil y pronto á la mucha nieve que cae en aquellos; sin lo cual pesaria mucho sobre la armadura, y conservaria mas tiempo la humedad.

Fig. 18. *Trazar un trapezoide.*

Trácese primero la línea AB, que será la base, y en sus extremos los lados que formarán con esta el ángulo que se quiera: fíjense las diferentes alturas AC y BD sobre dichos lados, por cuyos puntos pasará la cuarta línea que terminará el trapezoide.

Fig. 19. *Trazar un trapecio.*

Esta figura se traza como la anterior, con solo tener cuidado que el lado CD sea paralelo á AB.

Fig. 20. *Trazar un paralelógramo.*

Trácese la base AB, y en sus extremos los lados, teniendo cuidado de que sean parelelos: sobre estos se determinará la altura y se trazará la cuarta línea paralela á la base.

Fig. 21. *Trazar un rombo.*

Para formar esta figura se trazarán primero las dos diagonales perpendiculares entre sí, y desde su interseccion C los puntos A B y E D, que terminarán los lados, los cuales serán todos iguales y paralelos dos á dos.

El rombo se llama tambien *losangé*; es simétrico respecto de cada diagonal y todos sus lados son iguales, por cuya circunstancia se ve esta figura empleada con frecuencia en los muebles, jardines, iluminaciones y otros ornamentos.

El rectángulo y el cuadrado se trazan del mismo modo que las figuras anteriores: en estas dos figuras todos los ángulos son rectos y las diagonales iguales; por esto los carpinteros y ebanistas cuando quieren poner un marco ó un cajon á *escuadra*, es decir, que los ángulos sean rectos, miden con una regla las diagonales, y si no estan iguales aprietan en los ángulos de la mayor hasta que lo esten, en cuyo caso está á escuadra.

El rectángulo tiene un uso muy continuo en las artes; las puertas, balcones y ventanas son rectángulos, la parte superior de una cómoda, la delantera de un armario son formas rectangulares, á las cuales debe darse, siempre que otra causa no lo impida, doble largo que ancho, por ser esta proporcion la mas bella y agradable á la vista.

El cuadrado tambien se emplea en un gran número de productos de la industria, como se ve en los embaldosados ordinarios y de mármol, en los mosaicos &c.

Fig. 24 y 25. *Trazado de los polígonos.*

Todo polígono puede estar inscripto ó circunscripto á un círculo; se llama inscripta una figura cuando está trazada dentro de otra. El pentágono (fig. 24) está inscripto en el círculo A B D, y circunscripto al círculo *a b c*. Así para trazar un polígono regular se trazará primero un círculo y se dividirá la circunferencia en tantas partes como lados deba tener el polígono, se unen estos puntos de dos en dos con rectas, y se tendrá la figura. El exágono (fig. 25) es mas fácil de trazar por la particularidad de que el radio en este polígono es igual á sus lados.

Fig. 26. *Trazar un polígono cuyos lados sean iguales á una dimension dada.*

En las artes ocurre con mucha fecuencia tener que trazar polígonos, cuyos lados deben ser iguales á una dimension dada; la primera dificultad que ocurre es con qué radio se trazará el círculo para inscribir en él el polígono: la geometría suministra varios medios, y entre ellos he preferido el siguiente por su generalidad y sencillez.

Hemos visto (fig. 25) que el exágono tiene sus lados iguales al radio; luego este polígono no ofrecerá ninguna dificultad: supongamos que fuese un octágono, en este caso con un radio poco mas ó menos como la línea dada AB (fig. 26) se trazará un círculo *abc*, se divide la circunferencia en el número de lados que haya de tener el polígono, y por los puntos de division se trazan otros tantos radios: por dos puntos de division cualquiera se trazará la línea *ab*, y se buscará entre la divergencia de los radios *ab* una distancia igual á la línea dada AB, y por estos puntos se trazará la línea CD paralela á *ab*, y con el radio CE se trazará el círculo CDF, que contendrá los ocho lados del polígono pedido.

Fig. 27. *Trazar una tangente que pase por un punto dado en una circunferencia.*

Se trazará primero un radio que pase por el punto dado A, y por este una perpendicular á dicho radio, que será la tangente pedida, y el punto de tangencia quedará determinado en el punto de interseccion de la tangente y el radio.

Fig. 28. *Trazar una circunferencia de círculo que pase por tres puntos dados que no esten en línea recta.*

Dados los tres puntos ABD, se unirán con dos rectas, y en medio de cada una se trazarán perpendiculares, las cuales se encontrarán en el punto C, que será el centro del círculo que se desea, y que se trazará con un radio igual á la distancia del centro á cualquiera de los tres puntos.

Fig. 29. *Trazar un óvalo con arcos de círculo.*

Trácense dos líneas perpendiculares entre sí, y desde el punto de interseccion C con una distancia igual á la mitad del largo que se quiera que tenga el óvalo, se trazarán los puntos A y B, y con la mitad del ancho que deba tener se trazarán igualmente los puntos DE, y quedarán determinados los dos ejes. Para obtener la curva se trazará sobre la mitad del eje mayor el triángulo equilátero ACF, y con la distancia CD, igual á la mitad del eje menor, se determinará el punto *e* sobre el lado CF del triángulo; por estos dos puntos D y *e* se trazará una línea que encontrará el otro lado del triángulo en *a*, y con la distancia A*a* se determinará el punto *b*; por este y el punto *a* se trazará una línea que en su interseccion con el eje menor determinará el punto G. El punto *b* será el centro de donde se trazará la porcion de círculo *a*A*f*, y el punto G será el otro centro para trazar *a*D*g*; trasladando ahora el punto *b* en *d* y G en H se tendrán los dos centros para acabar de trazar la curva.

Esta curva, aunque no es tan perfecta como la verdadera elipse, se emplea con frecuencia en las artes. Los artesanos la prefieren por la facilidad de poderse trazar con arcos de círculo; es bastante graciosa cuando no es mucha la diferencia de sus ejes; pero si el eje menor es menos de la mitad del mayor, no se debe emplear este método, porque los extremos de los diferentes arcos de círculo con que se traza forman en su union una porcion de curva desagradable á la vista.

Fig. 30. *Trazar una elipse.*

Trazados los dos ejes perpendiculares entre sí, se tomará la mitad del eje mayor, y desde el punto D extremidad del eje menor se trazarán dos pequeños arcos de círculo, que en su interseccion con el eje mayor determinarán los puntos FG llamados *focos*: tómese una porcion cualquiera del eje mayor, por ejemplo AE, y haciendo centro en los focos FG descríbanse dos arcos de círculos, tómese en seguida la parte que se ha dejado del eje mayor, que será EB, y desde los focos

descríbanse otros arcos de círculo, cuyas intersecciones con los anteriores determinarán cuatro puntos HIJL, por los cuales pasará la curva: si se quieren mas puntos, se tomará otra porcion cualquiera sobre el eje mayor, y haciendo lo mismo que se ha explicado, se obtendrán todos los puntos que se desean.

Como esta curva, así como otras muchas determinadas por intersecciones de líneas no se pueden trazar á compás, y como tambien seria dificil ejecutarlas á pulso con perfeccion, se hace uso de la *plantilla de curvas*, que consiste en una chapa de laton ó madera con varias curvas de diferentes curvaturas, como se ve en la fig. 43, que es una de las muchas que se usan en el dibujo: esta se coloca de manera que coincida con el mayor número posible de los puntos determinados, ó por lo menos con tres, y apoyando el lápiz ó tiralíneas al canto de la plantiila se traza la porcion de curva; en seguida se toman otros puntos y se traza, y así sucesivamente se terminará, teniendo cuidado que las porciones de curvas trazadas coincidan bien en su union.

Si se trazan dos líneas desde un punto cualquiera de la curva á los focos, como por ejemplo, JFG, la suma de estas dos líneas, que se llaman *radios vectores*, será igual al eje mayor; por cuya razon se ha dividido el eje en dos partes desiguales siempre que se ha querido obtener puntos para trazar la curva, como hemos hecho en E para obtener J &c.

La elipse trazada por este método es tan perfecta que si se tuviese un cilindro cuyo diámetro fuese igual al eje menor de la elipse, y se le diese un corte inclinado igual al eje mayor, colocando despues el plano del corte ó seccion hecha en el cilindro sobre la elipse trazada, coincidirian exactamente formando una misma curvatura.

Cuando hubiese de trazarse en el terreno una elipse grande, determinados ya los ejes y los focos, se tomará una cuerda igual al eje mayor, y se atarán sus extremos á dos clavos ó estacas clavadas en los focos, y apoyando un clavo ó punta de trazar á la cuerda se va señalando la elipse. Este método está fundado en el principio de los radios vectores; pero si el ancho de la elipse fuese indiferente, bastará colocar los extremos de la cuerda sobre el eje mayor á una distancia cualquiera,

advirtiendo que cuanto mas se separen las extremidades de la cuerda de las del eje mayor será la elipse mas ancha, y vice-versa.

A este modo de trazar elipses con cuerda suelen llamar *elipses de jardinero*. Los albañiles emplean tambien este método para trazarlas en la pared, y aun para trazar los arcos *rebajados*, que generalmente son medias elipses: los carpinteros emplean tambien el mismo método cuando no tienen el compás llamado *elíptico*.

Fig. 31. *Trazado del óvalo en forma de huevo.*

Se divide el eje AB igual á su altura en tres partes iguales, y por el punto C, tercera parte de AB, se trazará una perpendicular á esta línea; con CA por radio se trazará el semicírculo ADE, y se colocará una distancia igual á dicho radio desde E á F y de D á G; estos dos puntos serán los centros para trazar los arcos de círculo DH y EI, y J será el centro de HBI; las líneas GI y FH determinarán los puntos de contacto de los arcos de círculo, y se tendrá la figura pedida. Esta forma tienen unas frutas que llaman huevos ó echinos que usan en la arquitectura.

Se debe observar por regla general en las figuras compuestas de arcos de círculo de diferentes curvaturas que la union de dos curvas debe estar precisamente en el punto de interseccion de la línea que une los dos centros que sirvieron para trazarlas. Por esto la union de la curva HBI con IE está en I, interseccion de la línea que une el centro J, que pertenece á la curva HBI, con el centro G, que pertenece á EI, y lo mismo sucede con el punto *a* (fig. 29), que es la union de *f*A*a* con *a*D*g*, determinada en la interseccion de la línea *ab*G, centros de los dos arcos: si se quisiese unir en cualquiera otro punto haria en la curva un quebranto desagradable á la vista.

En las artes ocurre continuamente tener que trazar curvas compuestas de una infinidad de arcos de círculo, cuyos puntos de contacto seria dificil determinar: tal sucede en las *cartelas* de una cama de cabecera de caida, ó en las caidas de un sofá, en los pies curvos de un velador &c.; en este caso

se trazan á pulso, teniendo cuidado de que dichas curvas sean suaves y graciosas, y que no se adviertan en ellas quebrantos ó golpes bruscos que las hagan desagradables á la vista, pues en esto consiste el arte de perfilar, lo cual se conseguirá fácilmente con la práctica del dibujo.

Fig. 32. *Trazado de la espiral.*

Hay una gran variedad en esta clase de curvas, y cada una tiene un método particular para trazarse: unas se conocen con el nombre de *volutas*, y sirven para adornar los capiteles; otras se llaman *evolutas*, cuyo trazado exige mucha precision por la importancia de su aplicacion en las máquinas para levantar mazos para la trituracion, y producir movimientos, como veremos en el tratado de las máquinas, parte 5.ª

La que representa la fig. 32 es una muy sencilla, y se usa con frecuencia en las artes porque tiene una curvatura muy graciosa y se puede trazar con arcos de círculo. Para trazarla se describirá primero un cuadrado ABCD, se hará centro en A, y con una abertura de compás igual al lado del cuadrado se trazará el arco de círculo D*a*; en seguida se hará centro en B, y con la abertura B*a* se trazará el arco de círculo *ab*, despues se hará centro en C y en D, y se tendrá una vuelta ó *espira* que terminará en el punto *d*, y prosiguiendo del mismo modo se tendrán todas las vueltas que se quieran, advirtiendo que hasta el punto *d* va aumentando, y desde este punto las distancias entre las diferentes vueltas son iguales.

Fig. 33. *Trazar un círculo cuya circunferencia sea igual á una línea dada.*

En las artes ocurre continuamente tener que trazar un círculo, cuya circunferencia debe ser igual á una dimension dada. Para poderla trazar con exactitud seria necesario conocer á punto fijo la razon del diámetro á la circunferencia; pero esta no se conoce sino aproximadamente; y sirviéndonos de la razon encontrada por Arquímedes, que es la de 7 á 22, se procederá de este modo. Si la medida dada fuese, por ejemplo, la línea AB, se dividirá esta línea en 22

partes iguales, de las cuales se tomarán 7, que será el diámetro DE, y con la mitad de este por radio se trazará el círculo DCE, cuya circunferencia será igual á la línea dada AB, y contendrá tres veces al diámetro DE, mas una sétima parte de dicho diámetro, que serán las 22 partes.

Fig. 34. *Trazar una curva por intersecciones de líneas rectas.*

En los talleres ocurre con frecuencia tener que dar á ciertas piezas formas curvilíneas, cuya curvatura es indiferente siendo agradable á la vista: en este caso se trazarán del modo siguiente. Sea ABCD una pieza de madera ó cualquiera otra materia, y la parte EFG la curvatura que deba tener, ó los tres puntos por donde deba pasar la curva: divídase la parte AE en un número cualquiera de partes iguales; por los puntos de division y el punto F trácense unas rectas; divídase tambien CH en igual número de partes iguales, y por los puntos de division levántense unas perpendiculares, que encontrarán sus correspondientes en los puntos *ab*, por los cuales pasará la curva.

DE LAS FIGURAS EN GENERAL.

Siempre que en las artes ocurre trazar una figura cualquiera se refiere á dimensiones y forma determinada; así pueden ocurrir tres casos, á saber: trazar una figura que sea *igual* á otra, que sea *semejante*, ó que sea *equivalente*.

Por *igualdad* se entiende cuando una figura tiene la misma forma y magnitud que otra, de modo que si se pusiese una sobre otra se confundirian exactamente.

Es *semejante* una figura á otra cuando tiene la misma forma y diferente magnitud. Tambien se llama *proporcional* porque sus lados deben ser proporcionales á los de la otra.

Equivalente cuando tiene diferente forma, y contiene la misma área.

Para trazar figuras iguales se emplean medios muy variados. Si se coloca una figura sobre un papel ó cualquiera otra superficie, y se señalan todos sus contornos, se tendrá una figura igual por el método de sobreposicion. Tal es el medio

empleado por los carpinteros, canteros y otros muchos artesanos para hacer una figura igual á una *plantilla* ó *modelo* dado.

Para hacer un dibujo igual á otro suelen poner un papel trasparente encima del dibujo, y trazar sobre él con lápiz ó tinta: á este método llaman *calcar*. Tambien se emplea el cisquero, pero no siempre se puede picar el dibujo. En este caso mejor es emplear la *cuadrícula*, que se reduce á trazar líneas paralelas que forman unos pequeños cuadros sobre el dibujo: si no se quiere estropear este se forma con hilos atados á los extremos, y se trazan otros iguales sobre el papel en que se quiere ejecutar; despues se van copiando fácilmente las partes del dibujo segun estan contenidos entre los cuadros. Este método emplean con frecuencia para copiar los mapas geográficos.

Tambien se hace un dibujo igual á otro por medio de la escala, que consiste en una línea dividida en partes muy pequeñas, con la cual se miden las partes de que consta el dibujo para trazarlas en el papel, como veremos mas adelante, y tambien por este medio se puede hacer un dibujo semejante y que sus partes sean proporcionales, lo cual se llama hacer un dibujo en *mayor* ó *menor escala*. La geometría suministra medios mas generales para todos estos casos, pero no podemos hacer uso de ellos por carecer aun de los conocimientos necesarios para poderlos aplicar; sin embargo, estudiaremos las fig. 35 y 36 que tienen un trazado particular y muy sencillo.

Fig. 35. *Trasformar un triángulo en un rectángulo equivalente.*

Trácese el triángulo ABC, y á la mitad de su altura la recta *ab* paralela á la base, y por los puntos AB se levantarán dos perpendiculares que serán los lados del rectángulo AB, *ab* equivalente al triángulo; pues si bien se examina se verá que el triángulo C*dc* es igual á la parte A*ca*, que se ha añadido á la parte inferior del triángulo para que forme rectángulo, y lo mismo sucede con el triángulo C*de* que se ha quitado de la parte superior del triángulo para añadirla en la parte inferior *eb*B, con la cual queda trasformado en un rectángulo de igual área ó superficie.

Fig. 36. ***Trasformar un rectángulo en un cuadrado equivalente.***

Colóquese el lado AC del rectángulo á continuacion de la base AB, y del medio de HB trácese el semicírculo HEB, prolónguese el lado AC hasta encontrarse con la circunferencia, y la línea AE será el lado del cuadrado AEFG equivalente al rectángulo.

Si el rectángulo hubiese sido igual al obtenido en la figura anterior se tendria el triángulo (fig. 35) trasformado primero en un rectángulo y despues en un cuadrado sin que hubiese perdido de valor su área ó superficie, pues no se ha hecho otra cosa que quitar de un lado y añadir á otro para variar su forma.

El trazado de los sólidos se omitirá por ahora, pues solo se han puesto para dar una idea de estos, y su trazado pertenece al estudio de las proyecciones, como veremos en el cuaderno siguiente.

COMBINACIONES DE LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS.

LÁMINA 2.ª

El estudio y trazado de las diferentes combinaciones que pueden hacerse con las figuras de geometría son de un gran interés; porque además de sus muchas aplicaciones á la industria, servirán á la vez para formar la imaginacion y buen gusto de los discípulos, y ejercitarles en la delineacion; pero no siendo posible describir aquí sino una pequeña parte de estas (pues aumentaria demasiado el número de láminas), me limitaré solo á presentar algunos ejemplos para que por ellos puedan despues ejecutar otros que les propongan los profesores.

Combinacion de figuras terminadas por líneas rectas.

Dificil seria enumerar las diferentes combinaciones que pueden hacerse con las figuras terminadas con líneas rectas; pero si se quiere que todas las figuras que entran en la composicion sean regulares y de un mismo número de lados, en este caso la cuestion se limita mucho, pues solo pueden emplearse los triángulos equiláteros, cuyos vértices rematan seis á seis en un mismo punto; los cuadrados, cuyos vértices terminan cuatro en un mismo punto (fig. 45), y los exágonos que rematan tres en un mismo punto (fig. 46). Las demás figuras no pueden cerrar un espacio por sí solas; por lo tanto es preciso combinarlas con otras diferentes, como se ve con los octágonos (fig. 47), que dejan unos espacios que para cerrarlos es preciso hacer uso de los cuadrados.

Cuando se trata de ejecutar un pavimento, sea de baldosa comun ó de mármoles, importa mucho que no haya punto que sea la reunion de muchos vértices, porque poniendo sobre este punto el pie ú otro objeto pesado se romperia fácilmente; por

eso casi nunca se emplean las combinaciones de los triángulos, y aun los cuadrados convendria colocarlos de modo que no concurriesen los vértices cuatro á cuatro en un mismo punto, pero generalmente se colocan así por la belleza.

En virtud de este principio, y además por el mejor enlace de los materiales en las construcciones de los edificios, se colocan los ladrillos y piedras labradas, de modo que sus juntas en la direccion vertical estan encontradas segun la forma que representa la fig. 44, cuyo trazado es tan sencillo que no necesita mas explicacion que inspeccionar la figura, pues consiste solo en trazar unas paralelas horizontalmente y otras verticales alternadas, como se ve en la figura.

Fig. 45. *Combinacion de cuadrados.*

Trácese una línea AB de un largo cualquiera, y en sus extremos dos perpendiculares (véase la fig. 10), colóquese la distancia AB desde A á O y de B á C, por estos puntos se trazará una línea, y se tendrá un cuadrado perfecto.

Para cerrarle con cuadritos pequeños pueden colocarse estos de modo que sus lados coincidan con los del cuadrado mayor, ó de ángulo, como estan en la figura; para esto se dividirán los lados del cuadrado en un número cualquiera de partes iguales, y por los puntos de division correspondientes de dos lados contiguos, por ejemplo, desde el 1 al 1, del 2 al 2, y así sucesivamente se trazarán unas líneas oblicuas que formarán ángulos de 45.° con los lados del cuadrado mayor; estas se cortarán perpendicularmente entre sí, y formarán los cuadrados pedidos.

En los pavimentos ó suelos de las salas se colocan las baldosas de ángulo, como estan en la figura, pues así es como ofrecen mejor golpe de vista; y como generalmente la mayor parte de las habitaciones no forman rectángulos ni cuadrados perfectos por causa de la irregularidad del sitio, disimulan estos defectos los embaldosadores colocando primero unas fajas de baldosas mas ó menos anchas, segun conviene, alrededor de las paredes, y además cortando unos triángulos como *ab*, que llaman *cartabones*, los cuales van siendo mayores ó menores segun requiere la irregularidad de la sala.

En los salones de lujo que se ponen los pisos de mármol ó alabastro suelen poner en medio un adorno. El que representa la figura es una estrella formada de ocho rombos ó losanges (véase la fig. 21); para trazarla se hará centro en el punto de interseccion de las diagonales, y se describirá un círculo del tamaño que deba tener la estrella, y con la mitad del radio de este se trazará otro círculo interior, se dividirán en ocho partes cada uno, se unirán cada dos puntos de division, como se ve en la figura, y se tendrá la estrella ó floron.

En estas construcciones generalmente se emplean los mármoles ó azulejos de diferentes colores colocados alternativamente, y forman varios dibujos que hacen muy buen efecto.

Fig. 46. *Combinacion de exágonos.*

Las combinaciones de exágonos ofrecen muchas ventajas para el embaldosado, porque (como hemos dicho) se reunen solo tres vértices en un punto, y además, como los ángulos son bastante obtusos, no se rompen con tanta facilidad como los ángulos rectos de las baldosas cuadradas, y ofrecen sin duda alguna mayor solidez: por esta razon en Francia y en otros países hacen las baldosas de forma exagonal, y las emplean con preferencia.

En el trazado de polígonos vimos cuan fácil es de trazar el exágono; ahora solo resta su combinacion: para esto trázase un círculo igual á la dimension que deban tener los polígonos, y á partir de su centro trácense las dos líneas AB y AC perpendiculares entre sí, y con una distancia igual al radio y á partir de los puntos *a* trácense los puntos de division *bc* &c. y termínese el polígono A; con el mismo radio y sobre la línea AB trácese otro círculo B, de modo que corte al anterior en los puntos *bc*; á partir de estos hágase la division y se tendrá otro polígono, y así sucesivamente se tendrá una fila de exágonos.

Para trazar otra fila á continuacion de la primera se prolongará el lado *bc*, que es ya comun á dos polígonos, sobre este y el punto D, como centro, se trazará un círculo de modo que toque á los dos polígonos A y B en los puntos *acd*; con-

clúyase este polígono, y continuando del mismo modo podrán trazarse todos los que se necesiten para cerrar un espacio.

Fig. 47. *Combinacion de figuras diferentes.*

Trácense unas líneas paralelas, y á igual distancia entre sí de la dimension que hayan de tener los octágonos entre dos lados opuestos, trácense otras perpendiculares á estas con la misma distancia, y se tendrán unos cuadrados: para reducirlos á octágonos solo falta cortarles los cuatro ángulos; para esto se inscribe un círculo en cada cuadrado, se divide este en ocho partes iguales, y se trazan los lados (como ya sabemos); pero atendiendo á que de las líneas que forman los cuadrados tenemos ya cuatro lados para el polígono, se podrán tener los otros cuatro con solo trazar cuatro tangentes al círculo, de modo que formen estas un ángulo de 45.° con la línea que forma los cuadrados, que se conseguirá fácilmente colocando convenientemente la plantilla de escuadra.

Trazados ya los octágonos, se verá que queda un espacio, y que es precisamente un pequeño cuadrado, el cual puede colocarse de otro color para que haya mas variedad.

Esta combinacion de octágonos y cuadrados ofrece tambien mucha solidez, pues solo se reunen tres vértices en cada punto.

Las vidrieras se forman tambien con vidrios cortados en esta forma; en las comunes se emplean cuadrados y rectángulos, y los rectángulos con preferencia, porque generalmente los bastidores son rectángulos: se divide un lado mayor y otro menor en las partes que mejor convienen con el tamaño de los vidrios que han de emplearse, y se llena perfectamente el hueco, lo que no sucederia fácilmente con cuadrados. En las vidrieras, llamadas comunmente de *labor*, se emplean diferentes figuras, y se hacen combinaciones de mucho gusto tanto con las formas de las figuras como con los diferentes colores.

En las iglesias y edificios antiguos se encuentran aun de estas vidrieras de labor de un gran mérito artístico, tales como las de la catedral de Leon, Búrgos y Toledo, que son de las mejores que se conocen.

Combinacion de figuras terminadas por líneas rectas y curvas.

Si las figuras compuestas solo de líneas rectas ofrecen ya tanta variedad, fácil es conocer cuánta mas resultará de la combinacion de las rectas y curvas.

De las combinaciones del círculo resultan, entre otras varias, unas formas que se llaman *molduras*: estas las emplean los arquitectos para decorar los edificios; los ebanistas, carpinteros, plateros y otros artesanos las emplean tambien en sus obras, por cuya razon nos ocuparemos del estudio de estas formas tan graciosas como sencillas.

Trazado de molduras.

Las molduras son los miembros ó partes menores de los órdenes de arquitectura, y sirven tambien para decorar los muebles; se ponen aisladas para separar una parte de otra, como en el armazon de una puerta ó ventana, en los vaciados de los tableros y otros casos, y se hacen combinaciones de dos ó mas molduras para componer una basa ó cornisa ligera, y decorar con ella un armario ó cualquiera otro mueble: se componen, como hemos dicho, de partes rectas y curvas; las partes rectas, que son mas estrechas que las molduras, se llaman *filetes*, y las que son mas anchas se llaman *fajas*: los vuelos y demás proporciones de las molduras no pueden fijarse de un modo exacto, pues dependen de la combinacion y sitio donde se coloquen; sin embargo, indicaremos las mas generales, que nos servirán de guia para poderlas trazar mas fácilmente.

El *bocel*, fig. 48, se compone de dos rectas y un semicírculo; para delinearle se trazarán dos paralelas á una distancia igual al ancho que deba tener la moldura, y con la mitad de esta distancia por radio se trazará un círculo que sea tangente á las dos líneas.

El *toro*, fig. 49, es la misma moldura que la anterior, con solo la diferencia del filete colocado en la parte superior: el ancho de este filete es por lo general en todas las molduras una quinta parte del ancho de estas; así, dadas las dos

paralelas A*c* B*b*, que será el ancho de la moldura, se dividirá esta distancia AB en cinco partes iguales, se tomará una para el filete, como se ve en la figura, y se traza un círculo tangente en *a b* á las dos líneas.

El *cuarto bocel*, fig. 50, se compone de una cuarta parte de círculo y un filete; determinado el ancho de la moldura se divide en cinco partes, se toma una para el filete, y con un radio igual á las cuatro restantes se traza un arco de círculo haciendo centro en *c* sobre la línea superior *ab*, y á partir del punto *d*; la perpendicular bajada desde el punto *c* determinará la salida del filete, y el vuelo ó salida del todo de la moldura es igual á su ancho: esta proporcion, que es la mas general y como mejor perfilan las molduras, hace que se puedan trazar dentro de un cuadrado, como se ve en todas las figuras; pero en las combinaciones hay precision de variarla alguna vez.

El *caveto* ó *media caña*, fig. 51, se compone de un filete á la parte superior y de un cuarto de círculo como la anterior, con solo la diferencia de que es inverso, y resulta la moldura cóncava: el centro para trazarla está en el punto *c*.

La *gola*, fig. 52, se compone de un filete á la parte superior y de dos arcos de círculo inversamente colocados; para trazar esta moldura se trazarán primero dos líneas paralelas que determinarán el ancho, y á la quinta parte la línea que debe formar el filete; por el punto *a* y el punto *b*, vuelo de la moldura, que será igual al ancho como hemos dicho, se trazará una línea, y con su mitad por radio, y desde los puntos *a b d*, se determinarán los puntos de interseccion *c*, que servirán de centros para trazar los arcos de círculo, los cuales se encontrarán en el punto *d*.

El *talon*, fig. 53, se traza del mismo modo que la anterior, pues es la misma moldura con la sola diferencia de estar presentada de otro modo.

Fig. 54. Se llama *basa* á una ó mas molduras combinadas con una faja que se pone á la parte inferior de un armario ú otro mueble: esta figura se compone de un talon con un filete sobre la faja *a* que la sirve de plinto, y para evitar el ángulo que formaria en la union con el mueble ó muro tiene una pequeña media caña *b*, que partiendo de la

arista del filete, une este con el mueble; la altura de esta basa, que se considera desde la línea *c* hasta *d*, se divide en dos partes iguales; el plinto ó faja tiene seis partes, y las seis restantes son para el talon, como se ve por los números puestos en la figura, así como los vuelos, y para tomar estas dimensiones mas fácilmente se tendrá presente que las partes indicadas por cada número deben entenderse desde la línea ó punto donde toca el extremo de la flechita colocada á cada lado del número.

Fig. 56. Se llama *cornisa* generalmente á una serie de molduras que se colocan en la parte superior de un edificio ó de un mueble; para ser completa, ó lo que se llama en arquitectura *cornisamento*, deberá constar de dos partes mas, que son el *friso* y el *arquitrabe*, y la parte que representa la figura es la que se llama *cornisa* ó *corona*, y la que mas se usa en los muebles por su sencillez, y aun en las salas, aunque muy variada, pues se concibe fácilmente que con solo colocar, por ejemplo, la gola, fig. 52, en lugar del cuarto bocel y agregar alguna moldura mas al talon, pueden componerse diferentes cornisas, todas muy graciosas.

El ancho de estas cornisas depende de las dimensiones del mueble ó altura á que se colocan, como veremos en el 2.º cuaderno.

Para trazar esta cornisa se dividirá su ancho ó altura en diez y seis partes iguales, se trazarán las líneas paralelas que determinan las molduras ó miembros, dando á cada una las partes que indican los números: los vuelos estan tomados desde la línea vertical PV que indica la superficie ó plano sobre que asienta la cornisa, y su vuelo total ó salida es de diez y ocho partes.

Vasos, *fig.* 56 *y* 57.

Las molduras pueden colocarse sobre superficies planas ó curvas, segun sea la forma del objeto que se quiera decorar; por ejemplo, candeleros, floreros, quinqués, cafeteras, los pies de las cómodas y otros muebles de que hacemos uso continuamente son otros tantos objetos de formas circulares, adornados con molduras, que generalmente se hacen en el torno;

entre estos merecen particular atencion por su belleza unos que vemos frecuentemente en los grandes salones, conocidos comunmente con el nombre de jarrones, y que en arquitectura se llaman en general vasos etruscos ó griegos, segun á la edad á que pertenecen sus formas: estos sirven para decorar las fachadas de los edificios; se les coloca tambien en las azoteas, escaleras y balaustradas; se les pone en unos nichos ó huecos, ó bien aislados sobre pedestales, como en los jardines, y se les distinguen con nombres particulares, segun sus dimensiones ó el objeto á que se dedican; unos son próximamente tan altos como anchos, y se llaman *cazoletas* por ser muy bajos (fig. 56): cuando se les destina para quemar perfumes se llaman *pebeteros*; si se les coloca para alumbrar, como en catafalcos ó en iluminaciones, se les llama *flamígeros* ó *flameros*; si sirven para colocar flores ó frutas, *floreros* ó *fruteros*; tambien se les pone solos y cerrados como fig. 57, en cuyo caso deben ser mas ricos en adornos. Las dimensiones de estos vasos, así como sus formas y proporciones, dependen del sitio en que se colocan, y su variedad puede ser infinita; su hermosura consiste en la elegancia de sus contornos, eleccion de los adornos, y en que esten perfilados con gracia; y aunque no hay reglas fijas para sus proporciones, pues dependen principalmente del buen gusto del artista y del sitio donde deban colocarse (como se ha dicho ya), se indicarán algunas para poderlos trazar con mas facilidad.

La cazoleta, fig. 56, como es tan baja, debe colocarse sobre un pedestal de mayor altura que ésta: se entiende por pedestal la parte inferior desde A á B, el cual consiste en un prisma de base cuadrangular (véase la fig. 39) guarnecido con una basa y cornisa. Determinada la altura que deba tener, se trazará una vertical EF, que pasará por el medio de la figura, se dividirá esta en ocho partes iguales, y por los puntos de division se trazarán unas horizontales que determinarán las diferentes partes; cinco son para el pedestal y tres para la cazoleta; de estas tres partes una es para la parte inferior que se llama *pie*, otra para la parte intermedia que es la *panza*, y la tercera para la parte superior que es el *cuello*, como se ve bien por los números colocados entre las líneas: las medidas de los anchos estan igualmente indicadas por

los números colocados sobre las figuras, advirtiendo que los quebrados, como por ejemplo el $\frac{1}{2}$ colocado en la parte mas estrecha del pie, quiere decir que se tome la mitad de una de las ocho partes en que se ha dividido toda la altura, así como en la moldura superior del cuello tiene $1\frac{1}{2}$, que quiere decir que se dé de un extremo á otro de la moldura una de las ocho partes, y media de otra, de modo que quede perfectamente igual y simétrica á la línea que pasa por el medio del vaso, que es el *eje de simetría*; los contornos de la panza son unos cuartos de círculo trazados con un radio igual á su altura *c d*, cuyo centro está en *c*; el pedestal tiene de ancho dos partes y media, la altura de la basa y cornisa es de media parte, y sus vuelos y demás proporciones son las mismas que las fig. 54 y 55.

El vaso, fig. 57, tiene el pedestal mas pequeño, pues es solo de tres partes, y está cerrado con un remate que le sirve de *tapa*, que es la parte superior A; la panza está trazada con un *semicírculo* que tiene por radio una parte, y su centro está en *c*; este admite en sus molduras muchos adornos de follajes y bajos relieves, particularmente en el friso que es la parte que está entre la panza y el remate: para trazarle se trazará primero el eje de simetría y las horizontales que deban determinar las diferentes partes, segun indican los números colocados en la figura, y despues se dan los respectivos vuelos, como se hizo en la anterior.

Fig. 58. *Division de las escalas.*

Antes de pasar á representar objetos mas complicados, será conveniente conocer la formacion de las escalas, pues con ellas se determinan las diferentes partes de que se compone el dibujo.

Se llama escala en general á una línea que representa *un pie*, *una vara*, *una legua &c.*, subdividida en partes mas pequeñas segun el género de medida á que se refiera. Cuando la escala no representa medida alguna, sino que se refiere á una parte del objeto que se quiere dibujar, y que se toma por tipo para arreglar las demás partes, se llama *módulo*, como en los órdenes de arquitectura que se toma por módulo el semidiámetro inferior de la columna, el cual se divide en doce

ó diez y ocho partes, segun el órden á que pertenece, ó como en el dibujo del cuerpo humano que se toma por módulo la altura del rostro ó de la cabeza, como veremos mas adelante.

Para dividir una línea en un número de partes iguales pueden emplearse varios métodos; el uno es el llamado por *tanteo*, que es el que hemos empleado hasta ahora, pero este método es pesado y molesto, á no ser que las partes en que se quiere dividir la línea sean pares, en cuyo caso puede dividirse primero por mitades, tercios ó cuartas partes, segun por las veces que fuese divisible; pero si por ejemplo hubiese de dividirse en siete partes, como la línea AB (fig. 58), cuyo número no es divisible sino por la unidad, habria de acudirse al tanteo, ó emplear el siguiente método, que es mas exacto, el cual consiste en trazar una línea AC de una longitud cualquiera, que forme un ángulo con AB, y determinar sobre AC siete puntos á igual distancia con una abertura de compás arbitraria, pero que quepa siete veces, que es el número de partes en que se quiere dividir, y por el punto de division *g* y el punto B se trazará una línea, y paralelamente á esta se trazarán otras por los puntos de division *abcdef* que cortarán á la línea AB en otros tantos puntos, y quedará dividida en siete partes. A esta operacion llaman en geometría *dividir una línea en partes proporcionales á otra ya dividida*, porque efectivamente la parte A*a* es la sétima parte de A*g*, como A1 lo es tambien de AB, y por consiguiente son proporcionales.

Fig. 59. *Escala de pies, pulgadas y líneas.*

La línea AB representa una vara castellana que tiene tres pies, y el pie doce pulgadas, como se ve desde O á A, numeradas hácia la izquierda para mayor comodidad; para dividir el pie en pulgadas, como el número 12 tiene mitad, tercio y cuarta parte, la operacion es muy sencilla, pues se reduce á dividirla primeramente en dos partes iguales, y se tendrá el número 6; cada una de estas dos partes se dividirá en otras dos, y se tendrán los números 3 y 9, y cada una de estas se subdivide en tres, y se tendrán las doce partes que representa una pulgada cada una. Para dividir cada pulgada en doce

líneas se tendrá presente que siendo el espacio tan corto se confundirian las divisiones; por tanto no se podrá emplear ninguno de los métodos que ya conocemos. Así con una distancia cualquiera se tomarán doce puntos de division debajo de la línea AB, y por estos se trazarán doce paralelas; por los puntos de division 0, 1, 2, 3, 6 &c. de la línea AB se bajan unas perpendiculares, y por los puntos de division de las pulgadas se trazarán las trasversales *oa* 1*b* &c., y estas dividirán las pulgadas en líneas, y se tendrá la escala completamente dividida. Si se quiere ahora tomar, por ejemplo, un pie y nueve pulgadas, se tomará sobre la línea AB la distancia desde el punto señalado con el número 1, que representa un pie, hasta el número 9, que representa las pulgadas; si se quiere tomar un pie, nueve pulgadas y una línea, se tomará en la horizontal la distancia desde *c* hasta *d*, que es el punto de interseccion de la trasversal, y así sucesivamente se tomarán todas las distancias que se necesiten.

Fig. 60. *Puerta de calle.*

Para hacer el dibujo de esta figura, ó de otro cualquier objeto que haya de estar arreglado á escala, es necesario construir primero esta, y para formarla es preciso saber el número de pies que deba tener el objeto que se quiere representar, y la magnitud que haya de tener el dibujo. Así pues debiendo copiar esta puerta en escala mayor, como está prevenido, se empezará por tomar con el compás sobre la escala CD, que pertenece á esta figura, una dimension igual á un pie, y colocándola tantas veces cuantas quepa desde la línea *b* hasta B, se verá que tiene nueve pies de alto el hueco de la puerta, y dos pies mas á la parte superior, que son once; del mismo modo se verá tambien que tiene cinco pies desde *a* hasta *b*, que es el ancho del hueco, y un pie mas de muro que se ha dejado á cada lado, por lo cual se tendrá once pies de alto y siete de ancho: determinando ahora la magnitud que se quiere dar al dibujo que se va á ejecutar, se dividirá la altura en once partes, y se tomará una para el pie de la escala, el cual se dividirá en doce pulgadas, como se ha dicho, y se tendrá la escala del tamaño necesario.

Para hacer ahora el dibujo se trazará primero la línea horizontal *ab*, sobre esta se levantará la perpendicular *c*, que servirá de eje de simetría; en seguida se tomará sobre la escala desde el número 2, que representa los pies, hasta el 6, que representa las pulgadas, y se tendrá dos pies y seis pulgadas, que se colocarán á cada lado del eje de simetría en los puntos *ab*, por los cuales se trazarán dos paralelas: trazando ahora la horizontal AB á nueve pies de altura, se tendrá el rectángulo *ab*AB, que es el hueco, ó lo que en las artes llaman *la luz de la puerta*. Para trazar las *dovelas*, que son las piedras superiores en forma de cuñas, se emplean varios métodos en la construccion; el siguiente es trazando un triángulo equilátero (fig. 13) con la distancia AB, cuyo vértice es *c*, el cual sirve de centro para trazar el arco de círculo AEB, este arco se divide en el número de partes que haya de tener de dovelas; por estos puntos de division y el centro *c* se trazarán las líneas que formarán estas, y trazando unas paralelas con la distancia de dos pulgadas se tendrán las *entre calles de*, que son unas fajas entrantes que se dejan en las juntas de las piedras, y á este género de construccion llaman *almohadillado*: las líneas tortuosas que terminan el dibujo á la parte superior y por el lado indican que deberia continuar mas el muro, y que se ha cortado por no caber mas en el papel, ó no ser necesario representarlo ahora; para determinar los dos *largueros f g* y el *cabecero h*, que son los tres maderos que forman el *cerco* de la puerta, así como los largueros y los seis *tableros i* de las dos hojas, se tomarán con el compás las respectivas dimensiones de estas, y se compararán sobre la escala de la figura para dar las correspondientes en el dibujo, y trazando las líneas paralelas por los puntos convenientes se obtendrán fácilmente todas las partes de que consta el dibujo.

Fig. 61. *Balcon.*

Para dibujar esta figura se procederá del mismo modo que en la anterior: se tomará un pie sobre la escala CD que sirve tambien para esta figura, y se verá que el rectángulo que forma el balcon ó *antepecho* tiene seis pies de largo, y

tres pies y tres pulgadas de alto, y las bolas que le sirven de pies tres pulgadas: se formará la escala del tamaño conveniente, y con arreglo á esta se trazará el rectángulo; despues se traza el rombo ó losange (véase la fig. 21) de modo que sus ángulos coincidan con los medios de cada lado del rectángulo, y en la interseccion de sus diagonales se hará centro para trazar el círculo que encierra la estrella trazada tambien con arcos de círculo: en cuanto á las cartelas que atan el rectángulo con el rombo y este con el círculo pueden dibujarse á pulso. Esta forma de balcones que llaman *adornados* está muy en uso, como vemos en las casas que se construyen ahora.

DIBUJO

DE ADORNO Y DE LA FIGURA.

LÁMINA 3.ª

Las molduras y otras partes de los muebles y edificios se decoran con adornos compuestos de flores y frutas, y diferentes plantas y animales, y la composicion de estos es lo que se llama *dibujo de adorno* ú *ornamento.*

Para componer el adorno se necesita, además del dibujo geométrico, saber dibujar la figura humana y demás animales, y conocer las figuras mitológicas ó fabulosas; pues el adorno no sirve solo para hermosear un mueble ó un edificio, sino para determinar tambien el carácter de estos y el objeto á que se dedican. No es mi intento ofrecer aquí un tratado de adorno, sino presentar á los discípulos algunos de los dibujos mas sencillos y usuales, para que copiándolos ejerciten la mano y venzan la timidez que se tiene cuando solo se trazan líneas con regla y compás, combinando por este medio la precision del dibujo geométrico y la franqueza del dibujo á pulso, á fin de que puedan despues dibujar la figura con soltura, y determinar bien las bellas formas que hacen en todos tiempos tan apreciables las producciones artísticas, por mas que el capricho ó la moda quiera alejarlas.

La figura 62 es una *hoja de agua*, llamada así sin duda por ser parecida á unas hojas que se crian en los arroyos; es la mas sencilla que se emplea en el adorno, pues se compone solo de un nervio ó vena que la sirve de eje de simetría, y de unos pequeños pliegues que forman ligeras inflexiones en el contorno y superficie: esta hoja, así como las dos siguientes, no tienen ninguna relacion fija entre su largo y ancho, pues depende del sitio en donde se colocan.

Para dibujarla con mas facilidad se trazará primero una línea recta *ab*, sobre esta se fijará el largo que haya de

tener, y para determinar con igualdad las inflexiones se trazarán unas perpendiculares á la línea *ab*, sobre las cuales se fijarán los anchos; determinados así los puntos principales, se dibujará á pulso el nervio y el contorno, señalando con el lápiz ligeramente hasta estar seguro de su exactitud, en cuyo caso se acaban de señalar bien.

La figura 63 se llama *hoja de oliva*; está formada de varios grupos de hojitas de oliva combinadas graciosamente: esta hoja, así como las de acanto, se emplea aislada para adornar las cartelas y otras partes, y se combina con otras para adornar los capiteles, como se verá en los órdenes de arquitectura.

Para dibujarla se trazará como en la anterior la línea que pasa por el medio del nervio principal, y las perpendiculares que determinan las diferentes masas ó grupos, y se fijarán las salidas de estas; despues se dibujará el contorno general de toda la hoja y se prepararán los grupos, como se ve en la mitad de la izquierda, fijando en sus contornos los puntos que determinan las puntitas de las hojas para poderlas dibujar y concluir, como se ve en la mitad de la derecha.

La figura 64 se llama *hoja de acanto*; está formada de varias masas de hojas menores, cuyos contornos y pliegues son muy graciosos: esta hoja es muy notable en arquitectura, tanto por su belleza como porque sirvió de orígen al capitel corintio. El procedimiento para dibujarla es el mismo que en la anterior, como se ve bien en el dibujo. Estas tres hojas que llevamos descriptas se llaman *compuestas*; se han sometido á la regularidad geométrica, observando en ellas una rigurosa simetría que rara vez se encuentra en las naturales, pero que es preciso que sean así en algunos casos, y particularmente cuando se colocan en las molduras, pues de lo contrario harian muy mal efecto.

Cuando se quieren imitar las plantas naturales no se debe seguir esa regularidad y simetría, porque haria defectuoso el dibujo, pues en la naturaleza solo se encuentra un dulce abandono lleno de gracia, que se adquiere á fuerza de estudiarla.

La figura 65 es una *hoja de roble*, copiada de una natural

á la mitad de su tamaño, pues aunque no son todas de las mismas dimensiones, esta era de las mayores, y tambien la mas simétrica entre muchísimas que se examinaron, unas de la llamada Casa del Campo del Real Palacio, y otras del Jardin Botánico, y se advirtió que se aproximaban mas á la regularidad geométrica las del Botánico, sin duda por el mayor cultivo. Se llama tambien *roble triunfal* porque los romanos hacian con estas ramas las coronas para los vencedores, y formaban los *festones* y *guirnaldas* para adornar los arcos triunfales.

Esta hoja es mas estrecha á la parte de abajo, y es sinuosa; tiene un nervio *principal* en medio, y de él parten los demás nervios *secundarios* que van disminuyendo hácia los extremos en medio de los *lóbulos*, que son las partes salientes; el *peciolo*, que es la parte que une el nervio principal al *tallo* ó rama, es muy corto; y el *pedúnculo*, que es el bastaguito que tiene el fruto ó *bellota*, es muy largo.

La figura 66 es una ramita de *laurel*, copiada tambien del natural á la mitad de su verdadero tamaño; estas hojas se llaman *lanceoladas*, porque son en forma de lanza, estan ligeramente onduladas por el borde, tienen tambien un nervio principal y otros secundarios; los pedúnculos nacen entre el tallo y el peciolo. El laurel se emplea tambien como el roble para componer los adornos con que se decoran los monumentos dedicados al valor ó la victoria, así como el olivo á la paz.

Para dibujar estas dos figuras no se necesita dar regla alguna, pues es dibujo puramente de *imitacion*.

La figura 67 es una gola adornada con hojas de agua; despues de trazada la moldura, se trazan unas líneas perpendiculares á igual distancia entre sí, sobre las cuales se dibujarán los nervios, y si se quiere se pueden trazar otras horizontales para determinar con igualdad los pliegues, y puede tambien adornarse con hojas de acanto, para lo cual se ha puesto una de esta clase.

La figura 68 es un cuarto bocel adornado de *echinos*, que son unas frutas en forma de huevo, y tambien se hacen apuntados como las bellotas: estan colocados en cascarones, separados por unas flechas.

Para dibujar estos adornos despues de trazada la moldura

se tomará la distancia *cb*, que es el radio con que se ha trazado el cuarto de círculo, con la cual se señalarán unos puntos en todo el largo de la moldura, y por estos se trazarán las líneas, que serán los medios de cada huevo y de las flechas, que se podrán concluir á pulso: el adorno de la baqueta, que es la moldura *a* que está debajo, son unos granos en forma de perlas, y se llaman tambien *cuentas* ó rosarios.

El estudio que se ha hecho de las molduras y demás dibujos de adorno, que son los que mas se usan en la arquitectura y en los muebles, por cuya razon los he preferido á otros, debe considerarse además del objeto propuesto como estudio preparatorio para poder comprender mas fácilmente los órdenes de arquitectura, que es una de las muchas aplicaciones del dibujo lineal, como veremos en el cuaderno siguiente, y aconsejo á los que quieran dedicarse al estudio de la arquitectura aprendan antes las proyecciones de los cuerpos, pues ellas enseñan á representar con exactitud todos los objetos, y sin estos conocimientos no podrán nunca colocar bien las hojas y volutas de los capiteles, y mucho menos trazar las plantas y alzado de un edificio, ni hacer con exactitud el dibujo de un mueble, una máquina ú otro objeto de artes.

DIBUJO DE LA FIGURA HUMANA.

El objeto principal del dibujo, llamado *natural* ó de la *figura*, es la representacion del cuerpo humano con todas sus proporciones, por ser este el principio de la pintura y escultura: para poder determinar bien estas, es necesario saber antes el trazado de las líneas geométricas, y sin estos conocimientos es muy dificil aprender el dibujo; por esta razon los profesores que desean que sus discípulos aprendan por principios, les exigen las nociones de geometría; porque ¿qué progresos pueden esperar de un discípulo que sin saber levantar una perpendicular, ni trazar una paralela, comienza á copiar ojos, y sucesivamente pasa á dibujar la figura, sin mas recursos que la imitacion? Pues aunque á fuerza de práctica, y despues de perder mucho tiempo, llegase á adquirir un golpe de vista tal cual exacto, nunca será lo suficiente para poder fijar con la precision debida las diferentes partes de que

consta el cuerpo humano, y mucho menos determinar la relacion de estas partes con el todo: por el contrario, empleando convenientemente las líneas geométricas, se facilitan las operaciones, como veremos; pues además de servirnos para determinar las dimensiones y dibujar entre ellas los contornos, nos servirán tambien como puntos de comparacion, con lo cual se adquiere mas pronto la exactitud en el ojo, tan necesaria al dibujante. Así pues para dibujar un ojo (fig. 69), visto de lado, se trazará la horizontal AB, que pasa por encima del párpado superior, y con una distancia, por ejemplo AB, igual á la dimension que deba tener el ojo, se trazarán las paralelas C y D, que formarán dos espacios iguales; el espacio superior será para la ceja, y el inferior para los párpados y la pupila: trazando ahora la línea *a*, dividirá el espacio inferior en dos partes iguales, y pasará por el medio del lagrimal, el extremo del ojo, y de la pupila; ésta se obtendrá fácilmente dibujando una elipse algo inclinada, que se indicará primero ligeramente hasta que se vea que tiene la forma conveniente, y despues se acabará de señalar, y por el mismo procedimiento se obtendrán las curvaturas de los párpados y de la ceja.

Para dibujarle de frente se prolongarán las líneas horizontales, y entre ellas se dibujarán las partes correspondientes como en la anterior, advirtiendo que el ojo tiene de largo doble que de ancho, como se ve en la figura.

Fig. 70. Para dibujar una media cara, vista de lado, se dividirá la altura desde la parte superior *a* de la nariz hasta la barba *b* en dos partes iguales, la una será para la nariz y la otra se subdividirá en tres partes; una para el labio superior, otra para el inferior, y la tercera para la barba: bajando ahora una vertical desde el punto *a*, que es la parte entrante de la nariz, tocará la barba en esta línea, y servirá para determinar con mas facilidad la salida de los labios.

Para dibujarla de frente se trazará una vertical, que pasará por en medio, y servirá de eje de simetría para colocar con igualdad á un lado y otro las diferentes partes entre las líneas horizontales: el rasgado ó largo de la boca es próximamente igual al alto de la nariz, aunque por lo general se da algo menos.

Fig. 71. Para dibujar una oreja se trazará un rectángulo,

que tendrá de ancho la mitad de su altura; se dividirá en tres partes iguales, y la del medio servirá para la cavidad del oido; la perilla, que es la parte *a*, sale como la mitad fuera del rectángulo.

Fig. 72. Para dibujar un pie, visto de lado, se dividirá su largo en cuatro partes iguales, y en su mayor altura, que es por la garganta, señalada con el punto *b*, tiene una parte y media; desde este punto va disminuyendo, formando varias inflexiones hasta los dedos; el medio del dedo meñique cae en la línea de la primera division, y la cabeza de este frente al nacimiento del dedo gordo.

Fig. 73. Para dibujar una mano, vista por afuera, se trazará un rectángulo, que tendrá de ancho las dos terceras partes de su largo, y se dividirá este en dos partes iguales; la una será para el largo de los dedos, y la mayor anchura de la mano es desde el nacimiento del dedo meñique hasta el segundo artejo del pulgar; este ancho se dividirá en seis partes iguales para colocar en cada una un dedo, como se ve en la figura, dejando una parte para el espacio que queda entre el pulgar y el index, llamado tambien *agneal*; el de corazon se llama tambien *anular*, y el meñique *auricular*; el dedo del medio es el mas largo, y todos los dedos parecen mas largos por esta parte porque se prolongan mas las aberturas que por el lado de la palma.

Fig. 74. Para dibujar una cabeza, vista de lado, se trazará para mayor facilidad un cuadrado perfecto, tomando por lado de este cuadrado la altura que deba tener la cabeza, la barba tocará en la línea inferior y el casco en la superior; el extremo de la nariz tocará en uno de los lados del cuadrado, y la parte de atrás ó corona tocará en el otro lado: dividiendo ahora los lados del cuadrado en cuatro partes iguales, ó lo que es lo mismo en cuatro espacios, se verá que la primera línea de division pasa por el punto *e*, que es el nacimiento del pelo, que ocupa todo el primer espacio; el segundo espacio es para la frente, el tercero para la nariz, en el cual se coloca tambien la oreja, y el cuarto se subdivide en tres partes iguales (como hemos dicho ya), la primera para el labio superior, la segunda para el inferior, y la tercera para la barba.

Fig. 75. Si la cabeza estuviese de frente, su mayor anchura

(que es de sien á sien) ocupa tres partes de las cuatro en que está dividido el cuadrado, y las orejas salen algo mas: el rostro es tan largo como ancho, contando desde el nacimiento del pelo.

Fig. 76. *Proporciones generales del cuerpo del hombre.*

Ya que hemos estudiado separadamente las partes mas principales de la figura en diferentes tamaños, pasaremos al estudio y composicion de esta. La altura del hombre (segun el parecer de los mas célebres profesores) es ocho veces el tamaño de la cabeza; así para representar una figura se trazará una línea vertical de igual altura que haya de tener la figura, y se dividirá en ocho partes, y por cada punto de division se trazará una horizontal.

La 1.ª línea de division pasará por debajo de la barba.
La 2.ª por los pezoncillos de los pechos.
La 3.ª por la cintura.
La 4.ª por las ingles, que es la mitad de toda la figura.
La 5.ª pasa por la mitad de los muslos.
La 6.ª por debajo de la choquezuela de las rodillas.
La 7.ª por la mitad de las piernas donde termina el músculo mayor de la pantorrilla.
La 8.ª por debajo de los talones, estando estos bien asentados.

Para determinar ahora el ancho del cuerpo y demás medidas mas principales, se trazará la línea *ab*, igual á una de las partes en que se ha dividido la figura, ó lo que es lo mismo, igual al tamaño de la cabeza; divídase esta línea en ocho partes iguales, y de este modo quedará subdividida toda la altura de la figura en sesenta y cuatro partes, que aun cuando esta fuese muy grande pueden determinarse bien todos los detalles, tomando las partes que le corresponda á cada uno sobre la línea *ab* que nos servirá de *módulo*; pero antes de comenzar á fijar estas convendrá examinar la posicion de la figura.

Si esta estuviese colocada bien de frente y con los dos brazos igualmente levantados ó bajados, la línea vertical AG pasaria por en medio del cuerpo, sirviendo de eje de simetría

á toda la figura, y á partir de esta se colocarian á cada lado las partes que le correspondiesen; pero como en la que nos sirve de estudio está un brazo levantado, ha sido preciso separar la pierna opuesta de la vertical, quedando el talon del pie derecho tocando á esta, y á plomo con el punto B, hoya de la garganta, sin lo cual no podria sostener el equilibrio: el centro del cuerpo ha tomado tambien un movimiento hácia la direccion del brazo, formando el eje de simetría una curva, que tiene su mayor curvatura en el punto E sobre la línea cuarta, en la cual se separa de la vertical una parte, y en las líneas tercera y quinta se separa menos.

Para fijar ahora las diferentes partes se observarán las reglas siguientes:

Desde la línea primera que pasa por debajo de la barba hasta la línea que pasa por encima de los hombros hay dos partes, que se tomarán sobre el módulo *ab*.

Desde la línea de los hombros hasta la hoyuela de la garganta, señalada con B (que en la cirujía se llama clavícula), hay dos partes.

Desde la línea segunda hasta la parte baja de los pechos una parte.

Desde la misma hasta el extremo de la espinilla del pecho, llamado *esternon*, señalada con C, dos partes.

Desde la línea tercera, que pasa por la cintura al ombligo D, dos partes.

Desde la línea sexta que pasa por debajo de las choquezuelas de las rodillas hasta el medio de estas, dos partes.

Desde la línea octava hasta la garganta del pie y altura del tobillo interior F, que está algo mas alto que el exterior, tres partes.

En cuanto al ancho del cuerpo tiene en la mayor salida de los hombros diez y seis partes, ó lo que es lo mismo, dos veces el tamaño de la cabeza, y diez por el lado.

Por los sobacos tiene doce partes por frente y diez por el lado.

Por la cintura diez partes por frente y ocho por el lado.

Por las nalgas doce partes por frente y diez por el lado.

El muslo tiene seis partes por frente y lo mismo por el lado.

Por la rodilla cuatro de frente y cuatro de lado.

Por la pantorrilla cinco de frente y lo mismo por el lado.

Por el tobillo dos de frente y tres por el lado.

El pie por el talon tiene dos partes y ocho por el lado, que es todo su largo.

El largo del brazo desde el punto *c*, que es el sobaco, hasta el extremo del dedo tiene tres veces el tamaño de la cabeza, ó veinte y cuatro partes; de modo que estando en cruz hay de dedo á dedo de cada mano tanto como tiene de alto toda la figura: así que para determinar el largo del brazo, estando levantado y extendido, se tomará la mitad de la altura de la figura, y se colocará desde el medio del pecho hasta el extremo del dedo, y haciendo centro en el ombligo, y trazando una circunferencia que pase por las plantas de los pies, tocará tambien en los extremos de los dedos de en medio de las manos.

Desde el sobaco á la parte superior del hombro hay cuatro partes.

Desde el sobaco al punto *d*, que es donde termina el morcillo ó molledo y corresponde el codo, hay ocho partes.

Desde el codo á la mano diez, y la mano tiene seis partes.

El ancho del brazo por el molledo es de tres partes por frente y cuatro por el lado.

Por la tabla tiene cuatro partes por frente y tres por el lado.

La muñeca tiene dos partes por frente y una y media por el lado.

Para la cabeza se trazará un cuadrado, y se dibujará como se ha explicado en la figura 74, y el pescuezo ó cuello, que se cuenta desde debajo de la oreja á la hoyuela de la garganta, tiene cuatro partes de grueso, y es redondo.

Proporciones mas generales del cuerpo de la mujer.

La altura del cuerpo de la mujer se divide tambien en ocho partes; sus proporciones son las mismas que en el hombre, con la sola diferencia que sus músculos no estan tan

señalados, porque las carnes estan colocadas con mas suavidad sobre todos los miembros sin mostrar hueso alguno, lo cual hace que sean los contornos mas iguales y graciosos. Las espaldas y el pecho es mas estrecho que el del hombre, pero las caderas son mas anchas, y los muslos mas gruesos y redondos, y van adelgazando suavemente hasta las rodillas. Las piernas por la pantorrilla tambien son mas gruesas y redondas, y van adelgazando hasta hacer el pie pequeño, y la forma de este y de los dedos debe ser carnosa. Los brazos tambien deben ser mas gruesos, particularmente hácia la parte del hombro, son redondos, y van adelgazando hasta la muñeca, y las manos son carnosas.

La cabeza se divide tambien del mismo modo; pero un poco mas corta, y el cuello un poco mas largo, de modo que la distancia desde encima de los hombros á la parte superior de la cabeza queda la misma; la frente debe ser descubierta y lisa, los ojos mas desviados, grandes, y no muy abiertos; las cejas arqueadas y no muy anchas; la nariz no debe ser muy aguda á la punta ni tampoco roma, sino un poquito redondeada; la boca no tan rasgada como la del hombre, y los labios no deben estar apretados; los carrillos han de parecer redondos, y los pechos tambien redondos y separados.

Proporciones de los niños.

Los niños varían mucho en sus proporciones segun la edad: cuando son recien nacidos tienen de altura cuatro veces el tamaño de la cabeza, y á los cuatro ó cinco años tienen cinco veces el tamaño de la cabeza, y así gradualmente se va aumentando hasta la edad viril, en la cual es ocho veces, como se ha dicho.

Los miembros en los niños son redondos y flexibles, la carne es rolliza y forma varias rosquitas ó arrugas hondas y carnosas, particularmente en los muslos debajo de las nalguillas, hácia las corvas, en la pantorrilla y en la garganta del pie. En el pescuezo tienen dos arrugas, una junto á las orejas y otra mas abajo. En las rodillas y codos tienen unos hoyuelos que no dejan percibir los huesos.

Seria necesario detenernos mucho si se hubiesen de expo-

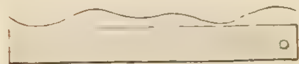
ner los diferentes métodos seguidos por los profesores para determinar las proporciones y contornos de la figura, y particularmente en la cabeza por ser esta la parte mas principal. Se ve frecuentemente emplear los círculos, elipses y otras curvas, que si bien con estas pueden determinarse las proporciones en algunos casos, no es con tanta generalidad como sirviéndose de las líneas horizontales y verticales; pues por este procedimiento pueden determinarse con toda precision hasta los escorzos, por dificil que sea la posicion de la figura, como puede verse muy bien *en el libro* 5.° *del tratado de medidas del cuerpo humano de la varia conmensuracion de Juan de Arfe y Villafañe*, *estampas desde el* 27 *al* 32. Determinadas ya de este modo las proporciones mas principales en la posicion que deba tener la figura, se obtendrán fácilmente todas las demás partes, dibujándolas á pulso y ojo, sin necesidad de emplear curvas que á veces complican mas las operaciones, y porque además en esta clase de dibujo no debe tener un dibujante constantemente el compás en la mano, por el contrario debe acostumbrarse gradualmente á dibujar á pulso y á ojo, considerando con atencion la forma general y dimension relativa de cada miembro, que conseguirá fácilmente por los medios que llevamos expuestos; con cuyos auxilios podrá pasar á copiar figuras mas complicadas que las que nos han servido de estudio, pues no siendo posible presentar aquí estos ejercicios con la extension que requiere, me he limitado solo á exponer las reglas mas necesarias, aunque en pequeña escala, á fin de que puedan los discípulos tomar algunas nociones del dibujo de la figura humana, que les será muy útil para la decoracion de los muebles y otros objetos de artes, como tambien á los que hayan de dedicarse á la pintura y escultura; pues con estos conocimientos podrán estudiar con mas acierto los buenos originales sacados del natural, y progresar en tan noble como interesante estudio.

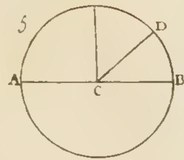
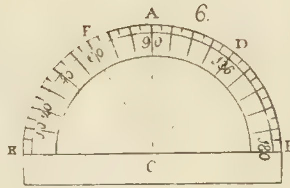
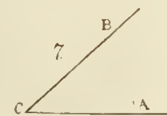
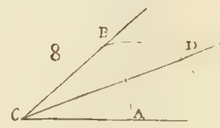
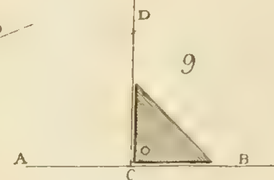
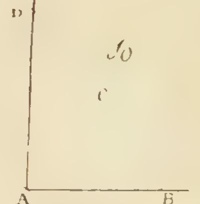
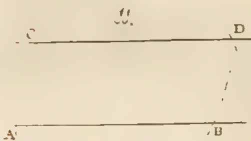
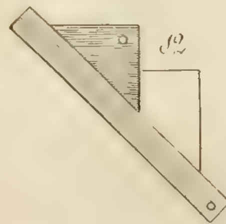
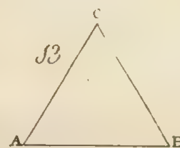
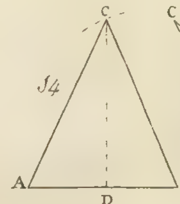
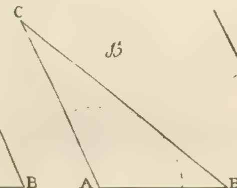
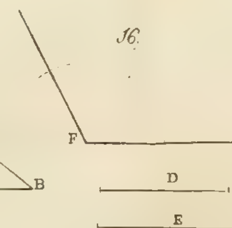
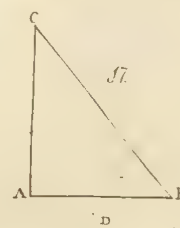
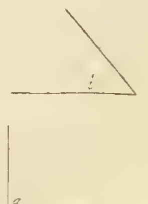
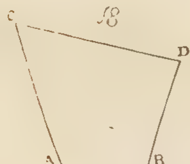
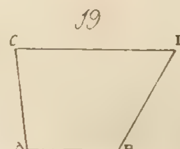
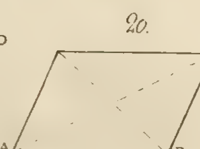
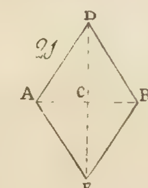
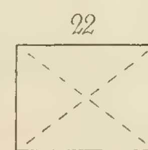
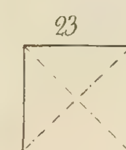
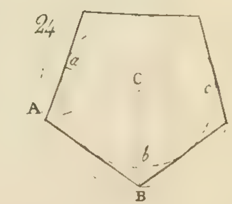
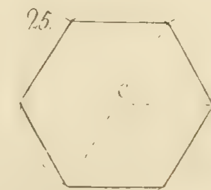
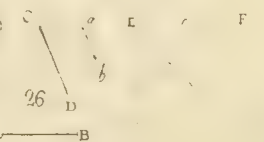
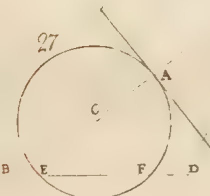
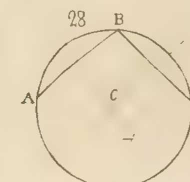
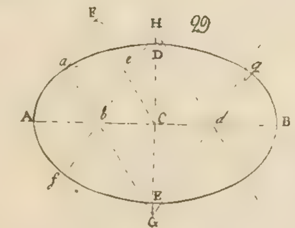
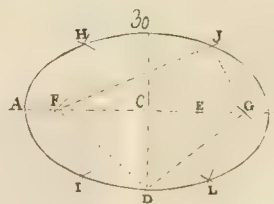
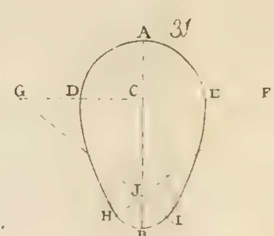
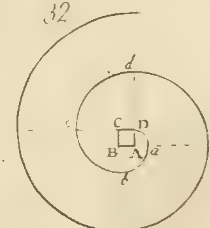
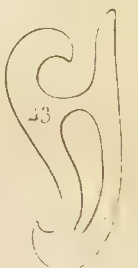
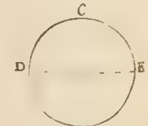
Ejercicios de Geometría.

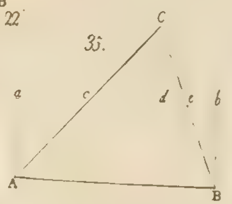
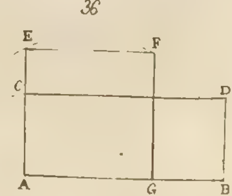
Lit. Badue

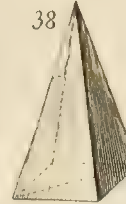
Part. 1ª 1ª


Figura 1.

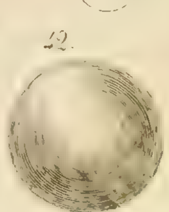

F. 2.

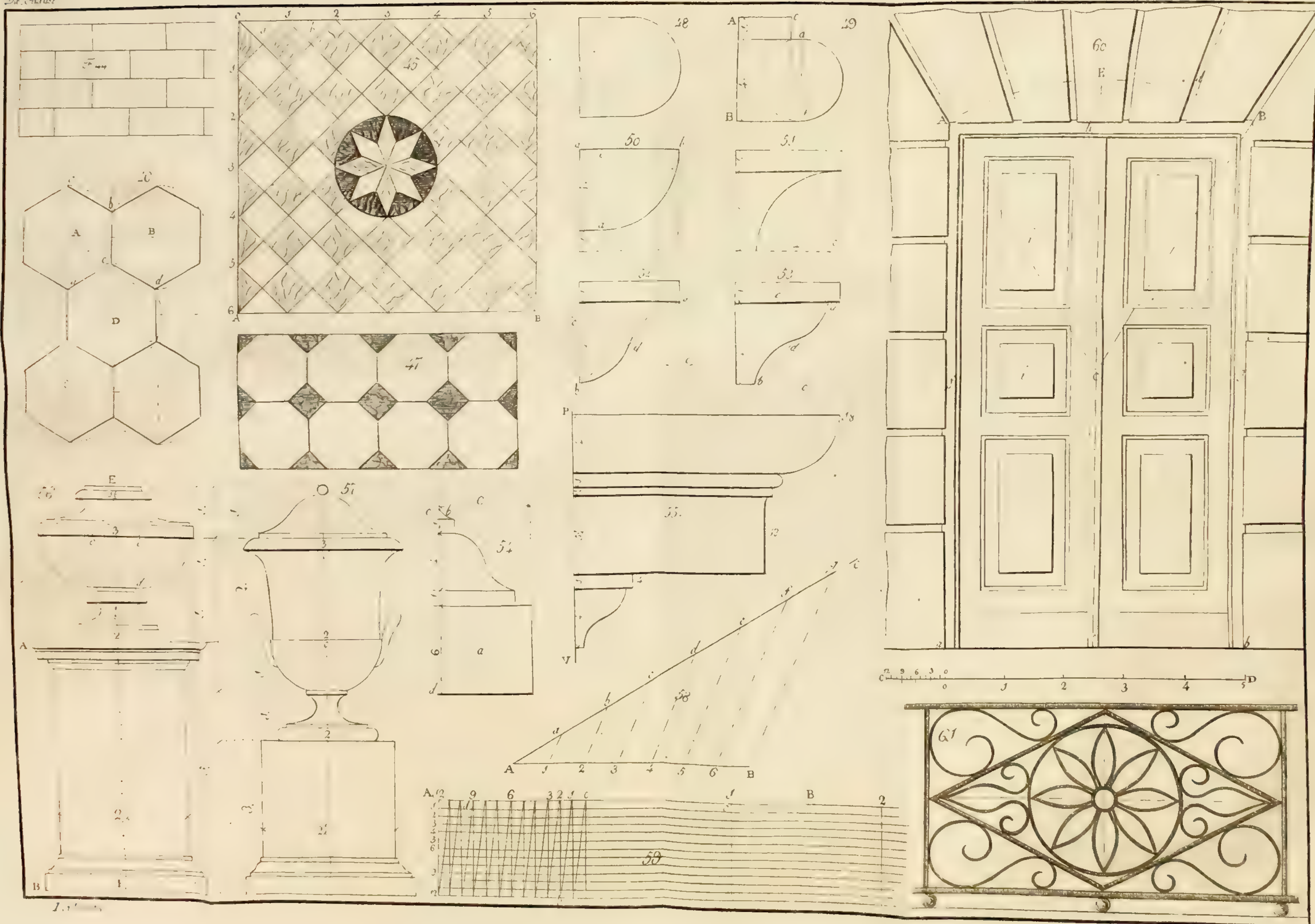







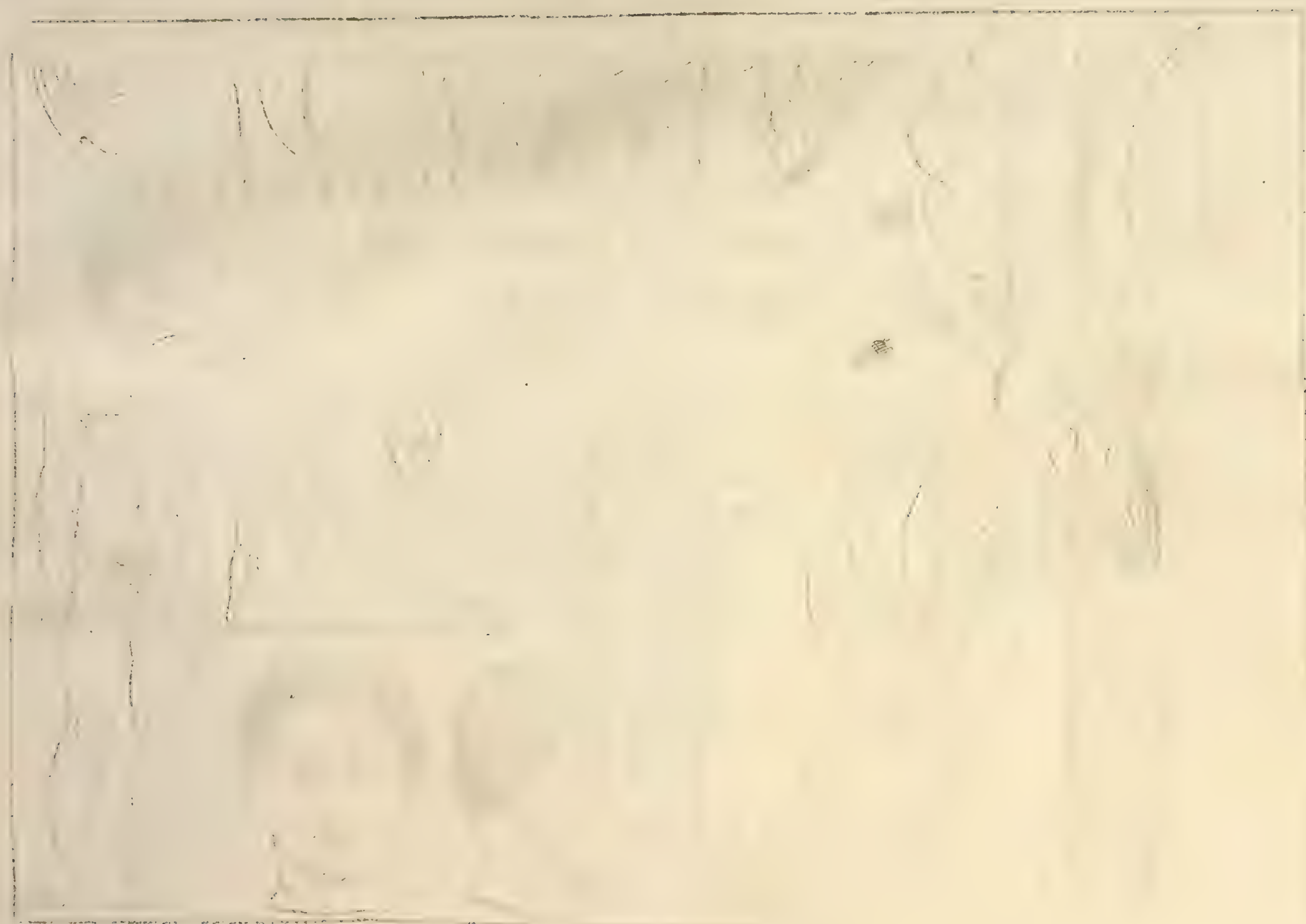


I. Villamur.


45
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
A
B
C
D
E

Adorno y Figura.





CURSO
DE DIBUJO INDUSTRIAL,

Ó LECCIONES DADAS EN LA ENSEÑANZA DE LA DELINEACION APLICADA Á LAS ARTES Y Á LAS MÁQUINAS EN EL CONSERVATORIO DE ARTES DE MADRID.

POR DON ISAAC VILLANUEVA,
PROFESOR DE DELINEACION, CONSERVADOR FACULTATIVO DE LAS MÁQUINAS Y MODELOS, Y ENCARGADO DE LA DIRECCION DE LOS TALLERES DE CONSTRUCCION EN DICHO ESTABLECIMIENTO; PROFESOR DE DIBUJO LINEAL EN EL INSTITUTO ESPAÑOL, ACADÉMICO DE HONOR Y MÉRITO DE LA LITERARIA Y CIENTÍFICA DE INSTRUCCION PRIMARIA ELEMENTAL Y SUPERIOR DE ESTA CORTE, É INDIVIDUO DE VARIAS CORPORACIONES CIENTÍFICAS, LITERARIAS Y ARTÍSTICAS.

Para uso de las escuelas primarias, colegios, institutos y demás enseñanzas de la delineacion.

PARTE SEGUNDA.

Contiene el método de las proyecciones, la perspectiva lineal aplicada á los muebles y al paisaje, y los órdenes de arquitectura en cuatro láminas.



Madrid: 1842.

IMPRENTA DE D. JULIAN VIANA RAZOLA.

Esta obra ha sido aprobada por la Excma. Direccion general de estudios para la enseñanza del Dibujo lineal.

Se vende á 10 *rs. en Madrid en la librería de D. Julian Viana Razola, calle de la Cruz, y en la de Hurtado, calle de Carretas, donde se hallará tambien el* Dibujo geométrico *por el mismo autor.*

NOCIONES
DE GEOMETRÍA DESCRIPTIVA
Y
MÉTODO DE PROYECCIONES.

LÁMINA 1.ª

Hemos visto en la primera parte de esta obra como con solo el auxilio de la geometría elemental se han trazado varias figuras atendiendo solo á la extension lineal; pero para representar completamente un cuerpo es necesario considerar tambien su grueso, pues todos los objetos que cria la naturaleza, y que elabora la industria, tienen las tres dimensiones, á saber: *longitud* ó *largo*, *latitud* ó *ancho*, y *grueso* ó *profundidad*; y tambien se dice el alto ó altura cuando (por ejemplo) se considera un madero colocado verticalmente, en cuyo caso el largo ó alto del madero es lo mismo. La geometría descriptiva suministra los medios para describir los cuerpos con todas sus formas y dimensiones por el método de las proyecciones, pues el objeto general de estas es el de representar la figura de los cuerpos capaces de definiciones exactas sobre superficies dadas de forma y posicion. Las superficies sobre las cuales se proyecta son planas, y para determinar rigurosamente un cuerpo se refiere á dos planos perpendiculares entre sí, el uno *horizontal* y el otro *vertical*, que se unen ó encuentran en una recta llamada *línea de tierra*.

Para facilitar la ejecucion de las operaciones de las

proyecciones se supone que de todos los puntos de un cuerpo parten unas líneas rectas paralelas entre sí y perpendiculares á los planos de proyeccion; las cuales en su interseccion con estos determinan la figura de los cuerpos en su verdadera dimension, y es lo que se llama proyeccion (1). Así pues las proyecciones del punto A (fig. 1) colocado en el espacio comprendido entre los dos planos L T O H N V, serán el punto *a'* pie ó interseccion de la perpendicular A *a'* trazada desde el punto A al plano vertical L T N V, y *a* pie de la perpendicular A *a* bajada desde el punto al plano horizontal L T O H; *a'* será la imágen ó proyeccion vertical del punto A, y *a* será la imágen ó proyeccion horizontal del mismo punto; la línea *a b* será la distancia á que está colocado este punto del plano vertical, y la línea *a' b* la distancia del plano horizontal, con lo cual quedará completamente determinada la posicion del punto A relativa á los dos planos de proyeccion; pues si se hace abstraccion del punto original, y se consideran solo dadas las dos proyecciones *a a'*, y por estas se trazan dos perpendiculares indefinidas á los planos, la interseccion de estas será precisamente el punto A. Si imaginamos ahora que el plano vertical gira sobre la línea L T hasta colocarse en la posicion V' prolongacion del plano horizontal, el punto *a'* describirá un arco de círculo y se colocará en *a''*, que será la proyeccion vertical del

(1) *Seria muy conveniente que los discípulos tuviesen á la vista un modelito en relieve de esta figura* 1.ª, *en la cual estuviese colocado el sólido entre los dos planos, y las líneas de proyeccion representadas por unos alambres ó sedas que partiesen de los puntos del sólido á los planos, como manifiesta la figura; y de este modo será mas fácil hacerles comprender las líneas y los cuerpos en el espacio, que al principio les ofrece bastante dificultad: por esta razon en la enseñanza del Conservatorio les presento este modelo y los demás sólidos que he hecho construir al intento en los talleres del establecimiento, así como los modelos de ensambladuras, molduras, engranajes y demás partes principales de las máquinas, que se describen en esta obra y que abraza la enseñanza.*

punto A en la nueva posicion del plano; esto es, formando una sola superficie con el horizontal que es como se ejecutan los dibujos; pero téngase presente que esto solo se admite como medio de ejecucion; pues debe considerarse siempre levantado el plano vertical.

Para proyectar una línea recta basta tener las proyecciones de sus puntos extremos, y por estos trazar una recta que será la proyeccion pedida, como se ve bien por las líneas *ab* y *a'b'* (fig. 2) que son las proyecciones de la línea A B; y para proyectar una curva es necesario además de sus puntos extremos determinar otros intermedios, y las perpendiculares trazadas por todos estos puntos á los planos determinan en su interseccion con estos las proyecciones de la curva dada, que si esta fuese una *curva plana*, es decir, que tenga solo la curvatura por un lado, y por el otro sea recta, una proyeccion será una línea recta, y la otra una curva; pero si fuese curva en dos sentidos, que es lo que se llama *curva de doble curvatura*, las dos proyecciones serán líneas curvas.

Para obtener las proyecciones de un cuerpo se necesita tener las proyecciones de los puntos mas principales de este, como se ve en la figura 3 que las líneas perpendiculares á los planos de proyeccion trazadas desde los puntos extremos del prisma determinan las proyecciones de este sólido, que está completamente representado por la figura *a'b'cd*, que es su proyeccion vertical exactamente igual á la cara anterior A B C D, y por consiguiente á la posterior, y por la figura *abfe* proyeccion horizontal igual á la cara superior A B E F y á su inferior.

Cuando una línea está colocada paralelamente á los dos planos sus proyecciones son tambien paralelas á dichos planos, como se ve (fig. 2), y por consiguiente á la línea de tierra L T que es comun á los dos planos.

Cuando una línea es perpendicular á un plano se proyecta sobre este en un solo punto, como en *a* (fig. 3), que es la proyeccion horizontal de la línea A C arista del sólido, y sobre el plano vertical, al cual esta misma arista es paralela, se proyecta en la línea *a'c* igual y paralela á dicha arista, ó bien en el punto *a'* que es la proyeccion

vertical de la línea AF colocada perpendicularmente á este plano, y por consiguiente su proyeccion horizontal será la línea *af* igual y paralela á AF.

Si una línea está colocada en el espacio de modo que, como AD, esté paralela á un plano é inclinada al otro, se proyectará sobre el plano al cual es paralela en toda su dimension, como en *a'd*, y sobre el plano al cual está inclinada aparecerá mas corta ó *escorzada*, como se dice en el dibujo; de modo que en su proyeccion horizontal se confunde con la línea *ab* proyeccion de la arista superior AB: así que para obtener su verdadera dimension se deberá tomar sobre *a'd*; pero si estuviese inclinada á los dos planos seria necesario hacerla girar hasta ponerla paralela al uno, como veremos mas adelante. En el estudio de las líneas en el espacio se consideran estas generalmente indefinidas, de lo cual resulta que parte de la proyeccion vertical de una línea se encuentra algunas veces en el plano horizontal y vice versa, y para saber á qué plano pertenece está convenido acentuar todas las letras que indican los puntos de las proyecciones verticales, como se ve en la fig. 1.ª; pero en las aplicaciones que vamos á hacer de las proyecciones á objetos determinados se acentuarán indistintamente en los dos planos segun se vayan determinando los puntos, á fin de indicar mejor el órden sucesivo de las operaciones.

Fig. 4 al 11. *Proyecciones de un prisma en diferentes posiciones.*

Como en la práctica del dibujo se efectúan las proyecciones sobre un papel extendido formando una sola superficie, como hemos dicho ya, supondremos que el rectángulo *abcd* que contiene las figuras desde el 4 al 11 es el papel sobre el cual se ha de hacer el dibujo, que podrá ser de una dimension cualquiera, siendo mayor que el que está representado á fin de que se puedan ejecutar las figuras mas grandes, pues en los dibujos en grande escala se hace mejor el estudio, porque no se confunden tanto las líneas, y se evita que los discípulos copien las figuras

sin estudiarlas, como generalmente sucede si se les permite que las hagan del mismo tamaño que las de la lámina. Así pues teniendo el papel del tamaño conveniente, y para mayor comodidad asegurado sobre el tablero con cuatro obleas, ó encolado y estirado como se previene en la tercera parte de esta obra para los dibujos sombreados, se principiará por trazar con el lápiz la línea horizontal OH, y en sus extremos se levantarán dos perpendiculares (part. 1.ª fig. 10), sobre estas se colocarán las distancias iguales ON, HV y se trazará la cuarta línea NV que será paralela á OH, y se tendrá un rectángulo perfecto que formara el *cuadro* que ha de contener el dibujo: las líneas que forman este rectángulo deben estar trazadas á una distancia conveniente de los bordes del papel á fin de que puedan cortarse las orillas que se han pegado al tablero, y que quede una márgen limpia: hecho esto se trazará la línea de tierra LT que esté bien paralela á OH y á NV; la distancia de esta línea respecto de las otras será segun la requiera el dibujo; en el caso presente será próximamente á la mitad de la altura del rectángulo, el cual quedará dividido en dos; la parte inferior LTOH será el plano horizontal, y la parte superior LTNV el plano vertical como dijimos en la figura anterior. En seguida se trazará el cuadrado ABEF (fig. 4) de un tamaño conveniente á fin de que quepan las demás figuras, y para trazarle con mayor facilidad se hará uso de la regla y la plantilla de escuadra, como se ha explicado (part. 1.ª fig. 12), colocando el lado de la plantilla de modo que coincida con la línea de tierra LT para trazar el lado AB de modo que sea paralelo á dicha línea; por los puntos AB se trazarán los otros dos lados iguales y perpendiculares á AB, y finalmente se trazará el cuarto lado EF paralelo á AB, con lo cual quedará concluido el cuadrado que será la base del prisma y su proyeccion horizontal.

Para obtener la proyeccion vertical se trazarán las líneas *proyectantes* EC y FD hasta encontrar la línea de tierra, y por los puntos de interseccion con esta, C y D, se trazarán dos verticales que serán perpendiculares á la

línea de tierra y paralelas al lado LN del rectángulo: fijando ahora la altura que se quiera dar al prisma, y trazando la horizontal A′B′, se tendrá la proyeccion vertical de este sólido representado por el rectángulo A′B′CD como hemos dicho en la fig. 3, el cual está colocado en posicion recta (pues no se inclina á ningun lado) y paralelamente al plano vertical.

Fig. 6 y 7. Para proyectar el mismo sólido de modo que no esté paralelo al plano vertical se trazará primero el cuadrado (fig. 6) de la misma dimension que (fig. 4), de modo que sus lados no esten paralelos á la línea de tierra, y por los vértices de los ángulos se trazarán verticales para obtener las aristas en la proyeccion vertical, y á la misma altura que en la anterior se trazará una horizontal y se tendrá la fig. 7, que será la proyeccion vertical del mismo sólido en diferente posicion.

Fig. 8 y 9. Para proyectar el mismo sólido inclinado sobre el plano horizontal se tendrá presente que aunque este ha variado de posicion no ha variado de forma ni dimension; así pues se empezará por trazar el rectángulo fig. 8 igual á fig. 5; para esto se trazará primero la línea CD que formará un ángulo cualquiera con la línea de tierra, pues la mayor ó menor abertura de este depende de la inclinacion que se quiera dar al sólido; por el punto C se trazará la línea CA perpendicular á CD, y tomando las dimensiones de la fig. 5 se concluirá el rectángulo (fig. 8) que será la proyeccion vertical de dicho sólido en posicion inclinada.

Para obtener la proyeccion horizontal se observará que al inclinarse este sólido sobre el plano horizontal no han dejado las caras anterior y posterior de ser paralelas al plano vertical; así que con la dimension AE (fig. 4) y á la misma distancia de la línea de tierra se trazarán las dos paralelas EI y A′D′ (fig. 9): bajando ahora unas líneas desde los puntos A y B (fig. 8) se tendrá el rectángulo A′B′EF que será la proyeccion horizontal de la base superior, en la cual la distancia desde A′ á E aparece la misma que en la fig. 4, y desde A′ hasta B′ aparece mas corta por estar inclinada, como dijimos:

bajando ahora unas verticales por los puntos C D se tendrá del mismo modo el rectángulo C′ D′ G I que será la proyeccion de la base inferior.

Fig. 10 y 11. Si se quiere representar el mismo sólido en una posicion que esté inclinado á los dos planos de proyeccion, que es lo que se llama en el dibujo *en doble inclinacion*, supondremos, para hacer la cuestion mas fácil, que la inclinacion de este sólido sobre el plano horizontal es la misma que en las figuras anteriores, y no se hará mas que copiar exactamente la fig. 9, lo cual se conseguirá fácilmente trazando primero la línea E I (fig. 10) de modo que forme con la línea de tierra la inclinacion que quiera darse, y por el punto E se trazará la perpendicular E A, en seguida se tomarán las dimensiones de la fig. 9 y se trasladarán á esta, y se concluirá la fig. 10, proyeccion horizontal del sólido en doble inclinacion.

Para obtener la proyeccion vertical obsérvese que pues el sólido ha conservado la misma inclinacion sobre el plano horizontal un punto cualquiera, por ejemplo A (fig. 8), no ha hecho mas que moverse en un plano horizontal; por consecuencia en la nueva posicion del sólido debe encontrarse siempre en la línea A A′ (fig. 8 y 11) que es la *traza* ó proyeccion vertical del plano horizontal en que se ha movido dicho punto; así que trazando unas horizontales por los puntos A y B (fig. 8) y subiendo unas perpendiculares á estas por los puntos A B E F (fig. 10), las intersecciones correspondientes de estas darán los puntos A′ B′ E′ F′ que unidos con cuatro rectas se tendrá un paralelógramo que será la proyeccion de la base superior, y haciendo lo mismo para la base inferior, y uniendo los ángulos correspondientes de las dos bases con las líneas A′ C′, B′ D′ &c. que serán las aristas, se tendrá la proyeccion vertical del prisma en doble inclinacion.

Trazadas ya de lápiz estas figuras se tendrá presente al pasarlas de tinta que las líneas E′ G (fig. 7) E′ G′ (fig. 11), y otras varias que se encuentran en las figuras, trazadas con una serie de rayitas sin puntos intermedios, se llaman *líneas de indicacion*, porque sirven para indicar

las aristas que caen detrás y otras partes ocultas que aunque no se vean es preciso indicar para la representacion completa de los cuerpos, y se trazan de este modo para distinguirlas de las líneas efectivas que determinan las partes aparentes, y de las líneas de operacion, como por ejemplo E A (fig. 8 y 9), que tambien se llama de *proyeccion* ó *proyectante* porque en este caso sirve para encontrar la proyeccion del punto E, y se trazan estas con una serie de rayitas y un punto intermedio como hemos dicho en la *advertencia de la parte I*; y si hubiese mas líneas que distinguir pueden ponerse dos ó mas puntitos seguidos, ó bien puntos solos, pues esto es puramente convencional.

Obsérvese tambien que en los dibujos lineales se ha convenido indicar con unas líneas mas gruesas los contornos de las superficies terminadas en arista viva que pertenecen á la parte que está en sombra, como E F B (fig. 4) y D B′ (fig. 5) &c. y no se ponen en las superficies redondas porque son contornos aparentes: por ejemplo, en la generatriz extrema de un cilindro como en la fig. 15, en la de un cono (fig. 29), en un círculo que represente una esfera (como fig. 31) no se deben poner. Esta convencion, además de embellecer el dibujo, ofrece la ventaja de hacer conocer fácilmente las partes que estan en relieve y las que estan en hueco, y los cuerpos formados por superficies planas ó curvas; pero como la colocacion de estas líneas, que llamarémos *de sombra*, pertenece al estudio de las sombras que se explican en la tercera parte, nos limitarémos por ahora á copiarlas exactamente, como se ven en el dibujo, hasta haber adquirido los conocimientos necesarios de las proyecciones, para poderlas determinar con exactitud.

Trazadas ya las líneas con tinta, como queda dicho, se pasará la goma elástica para borrar el lápiz y limpiar el dibujo, y se tendrá la representacion ó dibujo lineal del prisma de base cuadrangular en diferentes posiciones, cuyas operaciones conviene estudiarlas bien y no pasar á otras figuras sin haberlas comprendido, pues en ellas se explica el método de las proyecciones.

Las proyecciones que acabamos de ejecutar toman diferentes nombres segun la parte ó partes del objeto que representan. Se llama simplemente *proyeccion horizontal ó plano* á la representacion de un mueble, una máquina ó un edificio hecha sobre el plano horizontal de modo que exprese todas sus partes, suponiendo que está vista por encima; y se llama *corte ó seccion horizontal* cuando se supone cortada á cierta altura y separada la parte superior para poder ver el interior ó hueco y las partes cortadas ó macizos, y tambien se llama *planta*, particularmente en arquitectura, y puede ser baja, principal &c. segun á la altura que se suponga cortado el edificio.

A la proyeccion vertical se la llama tambien *alzado ó elevacion*, y toma el nombre de *corte ó seccion vertical* cuando se le supone cortado y separada la parte anterior, y se llama *perfil* cuando solo se manifiesta un corte dado en un muro ó cornisa para ver su forma, espesor ó contórnos. En general se llaman dibujos *geométricos* á todas las proyecciones que quedan citadas.

Fig. 12 y 13. *Proyecciones de un prisma recto de base exagonal.*

Este sólido se compone de seis caras rectangulares colocadas paralelamente á sí mismas, y la base superior é inferior son dos exágonos regulares. Como para obtener un polígono regular es necesario trazar primero un círculo y dividir su circunferencia en tantas partes como lados haya de tener el polígono, se trazará el círculo (fig. 12) y se dividirá en seis partes iguales, y uniendo cada dos con una recta se tendrá el polígono exagonal, que será la base y proyeccion horizontal del prisma. Trazando ahora unas verticales por los puntos A B C D E F del polígono, y trazando la horizontal G H, proyeccion vertical de la base inferior, y á la altura que se quiera la A′D′, paralela á G H, y por consiguiente perpendiculares las dos á las aristas, se tendrá la proyeccion vertical ó elevacion del prisma (fig. 13), y las dos aristas E′ y F′ se indicarán como hemos dicho, porque estan

ocultas, y las C′ y D′ se trazarán mas gruesas por pertenecer á la parte que está en sombra, y lo mismo las DEF de la base.

Téngase presente tambien que aun cuando en un dibujo no esté trazada la línea de tierra, como sucede generalmente cuando este consta de muchas partes, no por eso se debe dejar de suponer que existe para las operaciones; así en el caso presente, por ejemplo, la línea GH sirve de línea de tierra.

Fig. 14 al 19. *Proyecciones de un cilindro en diferentes posiciones.*

Hemos dicho (part. 1.ª fig. 41) que el cilindro es un sólido ó cuerpo redondo en un sentido, terminado por dos círculos. Este sólido se considera en la geometría formado por el movimiento de una recta llamada *generatriz* que se mueve paralelamente á sí misma al derredor de un círculo que es su *directriz*, y su superficie se llama tambien *reglada*, porque como es curva solo en un sentido puede aplicarsele una regla en el otro.

Para trazarle se hará primero el círculo (fig. 14) que será la base y proyeccion horizontal, y por el centro se levantará una perpendicular á la línea de tierra y se tendrá el eje de simetría CC′; por los puntos AB se trazarán dos tangentes paralelas al eje, y trazando la horizontal A′B′ (fig. 15) se tendrá un rectángulo que será la proyeccion vertical del cilindro en posicion recta: los lados horizontales de este rectángulo serán las proyecciones verticales de los círculos que sirven de bases al cilindro, y los lados verticales serán las generatrices extremas ó contornos aparentes, por lo cual no se pondrá línea de sombra en la generatriz extrema B′F.

Fig. 16 y 17. Para proyectar este cilindro en una posicion inclinada sobre el plano horizontal y paralelo al vertical, como parece bastante evidente que á excepcion de la inclinacion la proyeccion de este sólido sobre el plano vertical es la misma, no se hará mas que copiar exactamente la fig. 15 en la fig. 16; trazando ahora el eje de

simetría A′F′ (fig. 17) y las paralelas D′H y C′G′ y bajando unas verticales de los puntos ACB (fig. 16) las respectivas intersecciones de estas líneas darán los puntos A′B′C′D′, que serán los ejes de una elipse, proyeccion horizontal de la base superior del cilindro; porque cuando un círculo se presenta inclinado, su proyeccion es una elipse, que teniendo ya sus ejes será fácil trazar por los medios indicados en la geometría (véase fig. 29 y 30, part. 1.ª), y del mismo modo se tendrá la proyeccion de la base inferior, advirtiendo que podrán aproximarse ó separarse mas ó menos las dos elipses, segun la mayor ó menor inclinacion ó altura que se dé al cilindro.

Fig. 18 y 19. Para proyectar este sólido en doble inclinacion se hará la fig. 18 igual á la 17, teniendo cuidado que la generatriz extrema DH no sea paralela á la línea de tierra, y examinando lo que se dijo en el prisma (fig. 10 y 11) se verá que las respectivas intersecciones de las líneas verticales trazadas por los puntos ABCD (fig. 18) con las horizontales trazadas por los puntos ACB (fig. 16) darán los cuatro puntos A′B′C′D′ (fig. 19), que serán los extremos de los ejes de la elipse, proyeccion vertical de la base superior; y haciendo lo mismo para la base inferior, y uniéndolas con las generatrices extremas A′E′ y B′F′, se tendrá la proyeccion vertical del cilindro en doble inclinacion; pero téngase presente que si en esta figura han podido considerarse como generatrices extremas las líneas A′E′, B′F′ porque se confunden con estas las verdaderas por la poca inclinacion que se ha dado á la fig. 18, en el caso en que la inclinacion sea mayor estas líneas estarán indudablemente mas próximas una de otra, y no presentarán el verdadero diámetro del cilindro; así que será necesario dividir el círculo (fig. 14) en un número de partes iguales, como se ve en la fig. 20, y trasladarlas sucesivamente en las demás figuras para obtener mayor número de puntos en las bases de la fig. 19, y con estos las verdaderas generatrices extremas.

Hemos visto que para representar el cilindro en doble inclinacion se han hecho las mismas operaciones que

para el prisma, pues en este se han buscado las intersecciones respectivas de las líneas trazadas de los cuatro ángulos de las bases para obtener estas en las diferentes posiciones y las aristas, y lo mismo se hubiera hecho si el prisma fuese de mas ó menos caras, y en el cilindro se han trazado los dos diámetros de los círculos que sirven de bases para obtener estas en escorzo y las dos generatrices extremas y otras dos que se han indicado, comenzando en una y otra figura por proyectar el sólido en posicion recta por ser la mas fácil para obtener la verdadera forma y magnitud, copiándole despues sobre el plano á que quedaba paralelo (fig. 8 y 16) con la inclinacion que habia de tener relativamente al otro plano, y este procedimiento deberá seguirse siempre que se quiera proyectar un objeto inclinado á los dos planos, que es la posicion mas complicada que puede tener.

Fig. 20 al 23. *Intersecciones de cilindros.*

Como en las artes y en las máquinas se emplean un gran número de cilindros ya huecos, ya macizos combinados de diversos modos, es muy interesante examinar algunas de sus diferentes uniones.

El círculo AB*f* (fig. 20) es la proyeccion horizontal de la base del cilindro vertical A′B′CD, y el rectángulo EFGH la proyeccion horizontal del cilindro I′L′MN colocados paralelamente al plano vertical, cuyos ejes se cortan perpendicularmente entre sí. Para obtener las curvas de interseccion de estos cilindros de diámetros desiguales se trasladará el plano de la base del cilindro menor, representada por la línea EG (fig. 20), á la posicion paralela al plano horizontal; para esto se tomará por radio IG, y haciendo centro en la prolongacion del eje se trazará el círculo IEMG; divídase este en un número de partes iguales, como se ve en la figura, y por estos puntos de division se trazarán las líneas *a a* y *c c* que serán las trazas ó proyecciones horizontales de planos *secantes* ó secciones paralelas á los ejes que cortarán á los cilindros segun unas generatrices. Para obtener la proyeccion vertical de estas

secciones se trazará el círculo E′MG′I (fig. 21) que será la misma base trasladada al plano vertical, advirtiendo que en esta proyeccion las líneas se presentan de otro *modo*, por ejemplo, la línea EF (fig. 20) que en proyec*cion* horizontal es generatiz extrema, en la proyeccion *vertical* del mismo cilindro (fig. 21) se presenta en medio de este y se confunde con el eje de simetría E′F′, y la línea IL, eje de simetría, ha pasado á ser generatriz extrema en I′L′, y así sucesivamente: entendido esto, por los puntos de division del nuevo círculo se trazarán las horizontales $a'a^2$ y $b'b^2$ que serán las trazas verticales de las secciones, y subiendo ahora unas verticales por los puntos af las respectivas intersecciones de estas líneas darán los puntos $b^2f'a^2$, por los cuales pasará la curva.

Si se quieren proyectar estos cilindros de modo que el horizontal no sea paralelo al plano vertical para que no se confundan las curvas anterior y posterior, se trasladará la fig. 20 á la posicion (fig. 22) de modo que la generatriz extrema GH no sea paralela á la línea de tierra, y siguiendo las operaciones como se explicaron en la figura anterior, y como indican las letras, se tendrá la curva anterior $b^2f'a^2$ (fig. 23) y la posterior $d^2g'c^2$, que está indicada porque cae detrás, é igualmente se tendrán las proyecciones de las bases del cilindro horizontal que por presentarse en este movimiento inclinadas al plano vertical se proyectan en elipses.

Por los procedimientos indicados se pueden encontrar las curvas de interseccion de dos cilindros, cualquiera que sea la diferencia de sus diámetros, y las aberturas del ángulo que formen los ejes, en cuyo estudio deberian detenerse los discípulos, particularmente los que se dedican á la arquitectura, y los carpinteros y albañiles, para que puedan comprender mejor el trazado, construccion y colocacion de las formas que sirven para la construccion de las *bóvedas por aristas*, que generalmente se emplean en los techos de las cuevas ó sótanos de las casas, en las alcantarillas y otros casos.

FIG. 24 y 25. *Secciones del cilindro.*

Hemos dicho (part. 1.ª fig. 30) que si se da una seccion inclinada en un cilindro resulta una curva llamada *elipse*. Trazada la proyeccion horizontal y vertical del cilindro y la línea inclinada *a b*, esta línea será la traza ó proyeccion del plano secante que contendrá la elipse, y su proyeccion horizontal será igual al diámetro A′ B′ del círculo, y lo mismo sucederá cualquiera que sea la inclinacion que se dé á la seccion, pues por la misma razon que un círculo que está inclinado al plano de proyeccion se proyecta en este en una elipse, como hemos visto en las figuras anteriores, podrá estar una elipse colocada de tal modo respecto de su plano de proyeccion que se proyecte en un círculo como se ve (fig. 24), y pudiera colocarse tambien de modo que el eje mayor apareciese mas corto, como si por ejemplo se la hiciese girar sobre el punto *b* hasta tomar la posicion *b d*, en cuyo caso la proyeccion horizontal será *d′*B′, mas corta que el eje menor como se ha dicho. Para representar esta curva en su verdadera magnitud será necesario trasladarla á una posicion paralela al plano de proyeccion; para esto supondremos que la línea *a b* gira al derredor del punto *b* para levantarse y colocarse en posicion vertical, y haciendo centro en *b* y con *b a* por radio se describirá el arco de círculo *a a′*, y la línea *b a′* representará la traza de la seccion ó plano secante que contiene la elipse en la nueva posicion, y separándola paralelamente á sí misma, y haciéndola girar alrededor de su eje, tomará la posicion *b′ a*² paralelamente al plano vertical: para trazar la curva en esta posicion se dividirá el círculo (fig. 24) en un número cualquiera de partes iguales, y por los puntos de division *g h* se trazarán unas verticales que serán otras tantas generatrices, y por las intersecciones de estas con la línea *a b* y desde el punto *b* por centro se describirán unos arcos de círculo; por las intersecciones de estos con la línea *b a′* se trazarán unas horizontales, y tomando las distancias *d′g f* &c. y colocándolas sobre las

respectivas horizontales desde el eje $a^2 b'$ se tendrán los puntos $g' c^2 b'$ &c., por los cuales pasará la elipse.

Desarrollo de superficies.

Hemos dicho que los sólidos ó cuerpos pueden ser macizos ó huecos; á un cilindro hueco se le llama generalmente en las artes *caño* ó *tubo*, y pueden ser de barro ó de cualquiera materia metálica, como por ejemplo una chapa de plomo, de hierro, hoja de lata &c., en cuyo caso se concibe bien que será *desarrollable*, es decir, que podrá extenderse su superficie de modo que forme un plano. Para esto supondremos abierto el tubo por una de sus generatrices, que podrá ser por AC (fig. 25); tómense las distancias entre dos puntos de division, por ejemplo de A'g (fig. 24), colóquese esta sobre la horizontal AA' (fig. 26) y á partir del punto A tantas veces como partes de division tiene el círculo por el órden que estan señaladas en este, y se tendrá la línea AA' igual á la circunferencia del círculo, base del cilindro, que es lo que se llama en geometría *rectificar la circunferencia del círculo*; pero téngase presente que para que esta rectificacion sea exacta es preciso dividir la circunferencia en partes tan pequeñas que la línea recta trazada entre dos puntos de division se confunda con la parte de curva.

Por todos los puntos de division de la línea AA' (fig. 26) se levantarán unas perpendiculares, y con la distancia AC, igual á la altura del cilindro, se trazará una paralela, y el rectángulo AA'CC' será igual á la superficie del cilindro desarrollado con todas sus generatrices.

Para obtener ahora el efecto de la seccion en su desarrollo no habrá mas que tomar sobre la línea AB (fig. 25) las distancias de esta á los puntos por donde corta la línea *ab* las generatrices del cilindro y trasladarlas al desarrollo sobre las generatrices correspondientes; así pues tomando la distancia A*a* y trasladándola á la fig. 26 sobre la generatriz por donde se ha abierto el cilindro desde A hasta *a* y de A'*a'* y la distancia B*b* en B*b'* y así sucesivamente y trazando una curva que pase por los puntos

acb'c'd' se tendrá la curva que forma la seccion desarrollada.

Para desarrollar el cilindro horizontal (fig. 21) y obtener el desarrollo de la curva de interseccion se procederá del mismo modo que en la anterior. Se trazará la horizontal IA (fig. 27) igual á la circunferencia del círculo, base de este cilindro, se levantarán unas perpendiculares por todos los puntos de division, se tomarán las respectivas distancias desde la línea I'M (fig. 21) á la curva de interseccion $i\,a^2 f'\,b^2$ y se trasladarán á la fig. 27 sobre las generatrices correspondientes, segun se ve en la figura, y por los puntos *iafbi'* pasará la curva de la parte anterior, y como la posterior es igual á esta se trasladarán las mismas dimensiones y se tendrá tambien.

Fig. 28 y 29. *Secciones y desarrollo del cono.*

El cono es un cuerpo redondo en un sentido que se supone formado por el movimiento de una recta llamada *generatriz*, que se apoya constantemente en un punto que es el *vértice* ó *cúspide* del cono y sigue en su movimiento un círculo dado, que toma el nombre de *directriz.*

Para representar este sólido se trazará un círculo (fig. 28) haciendo centro en el punto V, que será la proyeccion horizontal de la base del cono; por los puntos A B se trazarán dos *tangentes* paralelas al eje V V' que determinarán la proyeccion vertical de la base en los puntos A' B'; por estos y por el punto V' que determinará la altura del cono se trazarán las dos rectas V'A' y V'B' que serán las generatrices extremas del cono: dividiendo ahora el círculo en un número de partes iguales, y por los puntos de division 1 2 3 proyectados en la línea de tierra y por el vértice V' se trazarán unas líneas que serán otras tantas generatrices vistas en escorzo, que formarán el cono en proyeccion vertical.

En este sólido se consideran varias secciones, que en la geometría se conocen con el nombre de *secciones cónicas*: de las cuales resultan varias curvas que se distinguen con nombres particulares. Se concibe bien que si se

da una seccion horizontal paralela á la base resultará un círculo tanto menor, cuanto que la seccion se haya dado mas cerca de la cúspide y vice versa; si se da una seccion vertical de modo que pase por la cúspide y el centro de la base, dividirá el cono en dos partes iguales, y resultará un triángulo isósceles igual al de la fig. 29 proyeccion vertical del cono; si se da una seccion paralela al eje resulta una curva abierta por un lado, compuesta de un vértice y dos ramas, y se llama *hipérbola*: si se da una seccion paralela á una de las generatrices, la curva que resulta es parecida á la anterior, y se llama *parábola*, y finalmente si se da una seccion inclinada de modo que no sea paralela á ninguna de las anteriores resulta una elipse como en el cilindro, y la línea *ab* (fig. 29) es la traza ó proyeccion vertical de esta seccion (1).

Para desarrollar la superficie de este cuerpo se tomará el largo de una generatriz extrema, por ejemplo A′V′ (fig. 29), y con esta dimension por radio se trazará el arco de círculo ABA′ (fig. 30) y sobre esta se colocarán los puntos de division en que se ha dividido el círculo (fig. 28), y trazando por dichos puntos y el vértice V (fig. 30) unas líneas se tendrán todas las generatrices en el desarrollo del cono. Para obtener ahora el efecto de la seccion no habrá mas que tomar las distancias desde el vértice á los puntos por donde corta la seccion á las diferentes generatrices y trasladarlas al desarrollo; así pues se tomará la distancia V′*a* (fig. 29) y se trasladará á la generatriz correspondiente desde V hasta *a* y *a*′ (fig. 30): tómese igualmente la distancia V′*b* y colóquese en la otra generatriz correspondiente desde V hasta *b* y así sucesivamente; pero téngase presente que como á excepcion de las dos generatrices extremas todas las demás de la fig. 29 se presentan en escorzo, para obtener su verdadera longitud

---

(1) *Los que necesiten enterarse del trazado de estas curvas podrán procurarse el Tratado de dibujo geométrico aplicado á las artes, de que se hace mencion en la primera parte de esta obra, donde encontrarán tambien varios ejercicios de penetraciones y desarrollos.*

será necesario hacer girar estos puntos sobre la generatriz extrema; esto es lo que se quiere indicar por las horizontales *c c' d d' e e'*, así que para tomar la dimension V' *d* con toda exactitud se tomará desde V' hasta *d'*, pues de lo contrario seria mas corta por razon del escorzo; trasladados ya estos puntos á la fig. 30 se trazará la curva *a c b a'*, que será el efecto de la seccion. Si la figura 30 se recortase segun está trazada y se arrollase hasta unir la línea V A con V 'A' se tendria la verdadera forma del cono igual á la de un embudo ó aceitera de hoja de lata (excepto el asa), de lo cual se concibe bien que un hojalatero tendrá que emplear este procedimiento sobre una hoja de lata para obtener el embudo, y el rectángulo (fig. 26) será la forma que tendrá un tubo de plomo, cobre ú hoja de lata antes de volverle y soldarle la union, que en geometría se llama generatriz, con sola la diferencia que no necesitan trazar las demás generatrices á no ser en el caso de tener que trazar las curvas de interseccion que ellos llaman *uniones* ó *soldaduras*, en cuyo caso se emplea el método explicado en las figuras 21 y 27, pues haciendo el trazado en un papel ó carton, y recortando este por las líneas, se coloca sobre la chapa y sirve de modelo ó plantilla para señalar muchas piezas; tal es el método empleado por los obreros en Inglaterra para hacer las cafeteras y otros objetos, cuyas soldaduras vemos estan hechas con tanta perfeccion, por cuya razon será conveniente ejercitar en estos trazados á los discípulos que se dediquen á hojalateros, caldereros, broncistas, plomeros y otros oficios semejantes, haciéndoles recortar los dibujos por los trazados obtenidos para que, arrollándolos, despues obtengan la forma del cuerpo que querian representar y sus intersecciones, con lo cual lo comprenderán mejor.

Fig. 31 al 33. *Desarrollo de la esfera.*

La esfera, que como queda dicho es un cuerpo redondo en todos sentidos, se hace generalmente al torno cuando debe estar perfectamente redonda; cuando no exigen

tanta precision y es voluminosa suelen hacerse de carton ó de tela, como por ejemplo los globos que sirven para el estudio de la geografía, en cuyo caso es necesario hacerlas de varios pedazos ó *cachas*, pues la superficie de la esfera no puede desarrollarse en una superficie toda unida como un tubo ú otros cuerpos.

Para trazar las cachas se describirán primero dos círculos (fig. 31 y 32) iguales al tamaño que deberá tener el globo, y se dividirá su circunferencia en un número de partes iguales, como se ve en las figuras; por los puntos de division ABCDEF &c. (fig. 31) se trazarán unos radios, y se tendrá la proyeccion horizontal de las cachas que forman el globo ó esfera; para obtener la proyeccion vertical se trazan horizontales por los puntos de division *abb* (fig. 32) y con un radio igual á la mitad de la línea *bf* se trazará el círculo 1, 2, 3, 4, (fig. 31) y sobre esta línea y la línea *bd* proyéctense estos puntos 1, 2, 3, por los cuales se trazarán las curvas *g* 1. B′ 1 *c* y *g* 3 D′ 3 *c* (fig. 32) y se tendrán las cachas en proyeccion vertical.

Para obtener el desarrollo se tomarán las partes ABC &c. en que se ha dividido el círculo, y se colocarán en la línea AI (fig. 33) que será igual á la rectificacion de la superficie de la esfera hecha por el círculo mayor ó *máximo* de la fig. 31, y con la misma distancia AB (fig. 31) determínense los puntos *hgbc* (fig. 33) y trácense unas paralelas á la línea AI y el rectángulo *gmcn* que contendrá toda la superficie de la esfera desarrollada: para trazar las curvas que forman las cachas trácense por la mitad de las distancias AB, BC &c. las líneas *rstu* y así sucesivamente, que servirán para obtener los extremos ó puntas de las cachas y de los ejes de simetría para poder determinar los puntos por donde pasa la curva, que se conseguirá fácilmente tomando la mitad de la distancia 1, 2, (fig. 31) y colocándola á cada lado de los ejes de simetría sobre las líneas *b* y *b* (fig. 33) en los puntos 5, 6, 7, 8, por los cuales pasará la curva.

Se concibe bien que si se recortase la fig. 32 segun indican las líneas efectivas, y se arrollase hasta reunir el

punto A con I y todos los extremos de las cachas correspondientes á cada lado, se tendria la esfera ó globo: así es como estan hechos unos globos que usan los niños para estudiar la geografía, los cuales llevan doblados, y cuando quieren hacer uso de ellos los arman tirando de unos cordoncitos que estan pegados á cada punta de las cachas y reunidos por una sortija.

Fig. 34 y 35. *Trazado de la hélice.*

Se llama *hélice* una curva trazada sobre la superficie de un cilindro recto por un punto que gira alrededor de este cilindro, y que se eleva al mismo tiempo de una cantidad dada.

Despues de esta definicion pasemos á determinar la proyeccion vertical de la hélice trazada por el punto A′ (fig. 35) sobre el cilindro proyectado horizontalmente por el círculo A C E (fig. 34). Imagínese que el punto A′, despues de haber hecho una revolucion entera, ha subido al punto I; divídase la distancia A′ I, que se llama *paso de la hélice*, en un número de partes iguales, como *b c d e*: divídase tambien la circunferencia A B C D E en el mismo número de partes, y los puntos de division B C D E &c. serán las proyecciones horizontales de las diferentes posiciones del punto dado en su movimiento alrededor del cilindro; si por estos puntos se levantan unas perpendiculares, en su interseccion con las horizontales, se tendrán los puntos *b′ c′ d′ e′*, que será la proyeccion vertical de la hélice, de la cual solo la mitad es aparente.

Como en las artes ocurre con frecuencia trazar la hélice, bien sea para la construccion de la espiral de Arquímedes, ó para trazar la rosca de un tornillo que se quiere hacer en un cilindro, he creido conveniente poner aquí un método muy sencillo, que consiste solo en desarrollar la superficie cilíndrica y trazar en ella la hélice. Para esto se tomará un papel ó cualquiera otra materia flexible igual á la superficie cilíndrica: sobre esta superficie, representada por el rectángulo L A O P (fig. 36), que es la del cilindro (fig. 35) en el cual se quiere trazar la

rosca, se trazarán unas paralelas IM á una distancia igual al paso de la rosca, y por los extremos opuestos de estas paralelas las trasversales AM, IO, que será la hélice desarrollada. Se concibe bien que si se arrolla la circunferencia hasta unir el lado AL con OP, el extremo M de la primera trasversal se unirá con I, y O con L, y de este modo formará una hélice continuada. Si ahora se elige esta hélice para la parte saliente de la rosca se trazará otra intermedia, que será la parte entrante, y aplicando dicha superficie sobre el cilindro quedará la rosca trazada con toda exactitud, como veremos mejor en la parte 5.ª de esta obra, en donde se dará el trazado de los tornillos de rosca triangular y cuadrangular por ser estos unas de las partes mas principales que entran en la composicion de todas las máquinas.

Fig. 37 y 38. *Trazado de la superficie gaucha ó alabeada.*

Superficie *alabeada* es aquella que no tiene todos sus puntos en un mismo plano, y se distinguen en dos clases: se llama en los talleres simplemente *alabeada* á una superficie (por ejemplo) á una tabla cuando dos de sus ángulos opuestos levantan mas que los otros dos; y á la operacion de rebajar los dos ángulos opuestos que levantan mas hasta dejarlos iguales con los otros, de modo que formen todos cuatro una superficie igual y recta en todos sentidos, llaman *desalabear la tabla.* Á las superficies que además de ser alabeadas forman curvas como las escaleras llamadas de *caracol*, la superficie de la espiral ó rosca de Arquímedes que se emplea para sacar agua, y otras varias se llaman *superficies alabeadas helicoide*, ó simplemente *helicoides*, y á la operacion de labrar la cara inferior del peldaño de una escalera de caracol llaman *alabear* el peldaño.

Estas superficies se conocen en geometría con el nombre de *gauchas* ; nosotros las llamarémos *alabeadas*, pues con este nombre las conocen en nuestros talleres y en la arquitectura (véase el Diccionario de Arquitectura por Bails).

De la que nos ocuparémos ahora es de la superficie

helicoide: esta superficie está engendrada por una recta que, apoyándose sobre una hélice, pasa constantemente por el eje de un cilindro, sobre el cual esta hélice está trazada; la línea que engendra esta superficie se llama *generatriz*, y puede formar con el eje del cilindro un ángulo cualquiera.

Para trazarlas se describirán primero las bases ACE y *ace* (fig. 37) de dos cilindros concéntricos, cuyo eje comun es vertical; se trazará la proyeccion vertical A′C′E′A² de una hélice, cuyo paso es A′A², situada sobre el cilindro exterior por el método indicado en las fig. 34 y 35: despues se pondrá de A′ á 1 el grueso que se quiera darla, y por este punto se trazará otra hélice igual. Se determinará en seguida la proyeccion vertical *a′b′c′d′e′* de una hélice del mismo paso, pero trazada sobre el cilindro interior, y su igual $a^2 b^2 c^2 d^2 e^2$. Las líneas A*a*B*b*C*c* &c. son las proyecciones horizontales de las diferentes posiciones de la recta generatriz que suponemos horizontal; estas rectas se proyectan verticalmente en A′*a′* en B′*b′* en C′ &c.

Obsérvese que en la posicion A′*a′* la generatriz se proyecta en su verdadera magnitud, y en la posicion C en un solo punto, y que siguiendo las diferentes posiciones de esta generatriz se podrá aplicar una regla sobre la superficie, por lo cual se llama tambien *reglada*.

Se concibe bien que si en la superficie superior de este sólido se labrasen unos escalones se tendria una escalera circular de ojo hueco, como verémos en el tratado de carpintería, parte 4.ª de esta obra.

PERSPECTIVA.

LÁMINA 2.ª

La perspectiva es el arte de representar los objetos tal como se ofrecen á nuestra vista, y se divide en dos partes: la primera es la representacion con solo líneas, y se llama *perspectiva lineal*; y la segunda es la colocacion de las tintas ó colores, y se llama *perspectiva aérea*: un dibujo en perspectiva no puede servir para la construccion de un objeto, pues no presenta las dimensiones exactas como el geométrico por las alteraciones que sufre; pero en cambio se manifiesta mejor, y es mas inteligible, aun para las personas que no conocen el dibujo, pues puede verse por varios lados á la vez, sin necesidad de presentarles en diferentes proyecciones. Por esta razon es tambien muy útil á los artesanos, y particularmente á los que se ocupan de la confeccion de muebles, pues sirviendo estos de comodidad y de adorno en las habitaciones, deben reunir la utilidad y la elegancia: por esto el que desea un mueble suele pedir al artista un dibujo para ver antes si le agrada la forma que ha de tener, y para dar una idea mas clara de esta debe dibujarse en perspectiva.

Otra de las ventajas que ofrece el estudio de la perspectiva es que con la práctica de esta y del dibujo geométrico se adquiere facilidad para dibujar de *sentimiento*, facilidad que deben tener los maestros ó directores de los talleres para manifestar de pronto á un obrero la forma que deben dar á una pieza, ó una ensambladura que generalmente se representa en una posicion *movida*, que ni es en proyeccion geométrica ni perspectiva; pero que expresa bien la idea, como se verá en algunas de las ensambladuras descriptas en la parte 4.ª, lámina 1.ª Con este objeto presento estas nociones de perspectiva, aplicadas particularmente á los muebles, pues aunque hay varios tratados

en que se exponen los principios fundamentales de la ciencia, estan aplicados á la arquitectura y paisaje; y aun cuando las reglas en general sean las mismas, siempre ofrecen algunas dificultades al hacer las aplicaciones á casos particulares, por lo cual me limitaré á presentar algunos procedimientos gráficos para poner los muebles en perspectiva sin tratar de profundizar la ciencia, pues nos detendria demasiado.

En la lámina anterior hemos visto como por medio de las líneas paralelas, trazadas por los puntos extremos de un cuerpo á los planos de proyeccion, se determina la imágen de este en su verdadera dimension, y á esta representacion hemos llamado proyeccion ó dibujo geométrico. Si estas líneas, en vez de trazarlas paralelamente á sí mismas y perpendiculares á los planos de proyeccion, las dirigimos todas á un punto, y se interceptan con un plano, la interseccion de estas líneas con el plano darán tambien la imágen del objeto, como se ve bien en la fig. 1.ª, por la cual será fácil concebir que si suponemos en O el ojo del espectador que mira al cubo ABCDEF y MNLT una superficie trasparente colocada verticalmente entre el objeto y el espectador, la interseccion de esta superficie con los rayos de luz enviados por los diferentes puntos del objeto al ojo determinarán otros tantos puntos que unidos por líneas darán la imágen *abcdef* del cubo, como se presenta á nuestra vista, que es lo que se llama *perspectiva.*

Así trácese la proyeccion horizontal de un cubo (fig. 2) y la línea LT proyeccion horizontal del plano interpuesto entre el cubo y el espectador que se supone colocado en O; trácense por este punto y los extremos del cubo unas líneas, y las intersecciones de estas con el plano darán los puntos *aebf* que se trasladarán á la línea LT (fig. 3), y por estos puntos se levantarán unas perpendiculares que serán las aristas del cubo: para obtener la altura se trazará la proyeccion vertical del mismo cubo (como se ve en la fig. 4) colocando la línea LM que representa el plano, y el punto O á la misma distancia del cubo que está en la fig. 2: hecho esto, trácense unas líneas desde los extremos del cubo al punto *O*, y los puntos de interseccion

cgae se trasladarán á la fig. 3 sobre las aristas correspondientes; y la altura L*c* será *a*C y *b*D, la L*a* será *a*A y *b*B y así sucesivamente, y se tendrá el cubo en perspectiva, como se dijo en la fig. 1.ª y se manifiesta bien en la fig. 3. La distancia que hay entre la línea CD y la línea LT manifiesta la distancia que hay entre el cubo y el plano, y como este está colocado entre el objeto y el espectador, y las líneas se dirigen á un mismo punto, aparece el cubo mas pequeño, y á esta disminucion que sufren los objetos en perspectiva llaman *degradacion*, la cual hemos obtenido haciendo primero la degradacion de las proyecciones geométricas del cubo, que es uno de los varios métodos que se emplean.

Todos los objetos despiden rayos de luz mas ó menos intensos que vienen á parar á nuestra vista, por los cuales se nos hacen visibles, y se llaman *rayos visuales*; el conjunto de rayos visuales enviados por todos los puntos extremos de la extension que abraza nuestra vista de una sola mirada forman un cono, cuyo vértice O (fig. 1) está en la pupila y se llama *cono óptico* ó *visual*, el eje OV de este cono visual es perpendicular á la base y al plano ó cuadro perspectivo MNLT; es paralelo á la superficie de la tierra, y pasa por V, punto principal de la perspectiva que se llama *punto de vista*: las generatrices extremas de este cono forman un ángulo OGH, que se llama *ángulo óptico*, y la abertura de este ángulo depende de la distancia á que se miran los objetos; pero no debe ser mayor de 90.° ni menor de 50.°, pues en el mayor ángulo que se puede ver clara y distintamente uno ó muchos objetos es en el recto, y fuera de este ya no se ven bien, y siendo menor de 50.° aparecen muy confusos, como veremos.

Fig. 5. ***Determinar el cono visual y la distancia á que deben verse los objetos.***

Trácese un círculo que será la base del cono óptico representado en la fig. 1.ª, y por el centro V una horizontal; esta línea se llama *línea de horizonte* porque es el término

de nuestra vista, pasa por el punto principal ó de vista y por los puntos de distancia; inscríbase en el círculo el cuadrado MNLT, que será el plano perspectivo en donde han de representarse los objetos, y la línea LT, base del cuadro, se llama *línea de tierra*, y debe ser paralela al horizonte: por los puntos L y T se trazarán dos líneas que se reunirán en el punto de vista V, y estas líneas se llaman las *degradantes*: por el punto de distancia D, tomado en la interseccion del círculo con la línea de horizonte, y el punto T se trazará una línea, y por el punto de interseccion de esta con la degradante LV se trazará la paralela *ab* á la línea de tierra, que será la *línea de fondo* de la superficie LT*ab* que representa un cuadrado puesto en perspectiva, cuyos lados serian iguales á LT. Si se traza la línea GH igual al diámetro del círculo, y se toma la distancia VD y se coloca desde C á O, trazando el triángulo GOH, proyeccion horizontal del cono óptico, se verá que el ángulo O es recto ó de 90.°, por el cual hemos mirado la superficie puesta en perspectiva: si con la distancia GH trazamos el triángulo equilátero GHO′ se tendrá un ángulo de 60.°, y tomando la distancia O′C y trasladándola á la línea de horizonte se tendrá otro punto de distancia en D′, por el cual se determinará la línea de fondo *cd* de la misma superficie que aparece mas pequeña ó *degradada* porque se mira á mayor distancia; pues es claro que cuanto mas lejos miramos los objetos nos parecen mas pequeños, como vemos bien por las dos superficies que hemos obtenido, la una vista por el ángulo de 90.°, y la otra por el de 60.°; la primera aparece con demasiado fondo, y la segunda se presenta ya mas degradada; sin embargo algunos toman el ángulo de 50.°, en cuyo caso hacen demasiado pequeños los objetos, pues presentan poco fondo y se confundirian los que estuviesen muy separados de la base del cuadro; así no debe usarse de este ángulo ni del de 90.° sino en un caso muy preciso; pero entre estos dos ángulos pueden tomarse otros por los cuales se presenten muy bien los objetos mas ó menos degradados, segun convenga.

Si se toma la distancia VL radio de la base del cono

óptico y se coloca vez y media á partir del punto V sobre la línea de horizonte, se tendrá el punto de distancia en D″: trazando por este punto y por T una diagonal dará la interseccion *e*, por la cual se trazará una horizontal y se tendrá una superficie mas degradada que la obtenida por el punto D: tomando la distancia VD″ y trasladándola de C á O″ se verá que es un ángulo de 67.°, por el cual empiezan ya á degradar conocidamente los objetos como hemos visto. Si con una dimension igual á dos radios se determina otro punto de distancia y se hace la misma operacion se tendrá otra superficie mucho mas degradada que la anterior por un ángulo de 55.°; por lo cual debe observarse por regla general que para no exponerse á que hagan mal efecto los objetos puestos en perspectiva no debe usarse de un ángulo mayor de 67.° ni menor de 55.°, y que puesto que estos puntos de distancia mas convenientes se han obtenido con la dimension VL podrán determinarse sin necesidad de trazar el ángulo óptico con solo tomar la distancia que haya desde el punto de vista al ángulo mas distante del cuadro, cualquiera que sea su forma y magnitud, y colocarla entre vez y media y dos veces segun convenga á partir del punto V.

Algunos determinan el punto de distancia con una dimension entre una vez y dos la mayor dimension del cuadro ó dibujo que se va á ejecutar, que es á la mayor y menor distancia á que debe suponerse colocado el espectador para poder ver bien un objeto sin necesidad de volver la cabeza á ningun lado; pero es preciso contar tambien con la altura á que se coloca el horizonte, porque á mayor altura puede separarse mas el punto de distancia ó vice versa; así que de la colocacion del punto de vista y del de distancia depende el bueno ó mal efecto de los objetos puestos en perspectiva.

Fig. 6. *Poner en perspectiva una superficie horizontal dividida en cuadrados.*

Trácese la línea LT que será la línea de tierra y base del cuadro, en sus extremos levántense dos perpendiculares

que serán las márgenes; y como la superficie que vamos á poner en perspectiva representa un pavimento de baldosas cuadradas que debe estar debajo del punto de vista, no se necesitará dar mas altura al cuadro que la necesaria para situar el punto de vista V; para esto si examinamos la fig. 5 veremos que el triángulo isósceles VLT formado por las degradantes y la base del cuadro tiene de altura la mitad de la base, pues aunque esta proporcion no es siempre la misma, como se ve bien por el triángulo VL′T′ que pertenece á otro cuadro de diferentes dimensiones, nos servirémos de ella para facilitar mas la operacion.

Así pues tomando la mitad de LT (fig. 6) y colocándola desde A hasta V se tendrá la altura, y trazando las degradantes VL y VT se tendrá el triángulo isósceles, y el punto de vista estará en el vértice V, por el cual se trazará la línea de horizonte paralela á la de tierra LT. Para determinar los puntos de distancia se tomará la dimension VL y se colocará á cada lado del punto V entre vez y media y dos veces segun se ha dicho; aunque en el dibujo solo se ha colocado una vez por economizar el terreno y poder colocar el punto D dentro de la lámina, y tambien para hacer notar que como en esta figura se ven los cuadrados por el ángulo de 90.°, el cuadrado C que está mas separado del eje VA aparece con demasiado fondo, por lo cual se colocarán los puntos de distancia D y D′ convenientemente, y se trazarán las diagonales perspectivas DT y D′L, y por los puntos de interseccion con las degradantes se trazará la línea de fondo, y se tendrá la superficie perspectiva *ab*LT.

Para determinar ahora los cuadraditos ó baldosas se dividirá la base del cuadro en tantas partes iguales como cuadrados haya de contener, y por los puntos de division 1, A, 2, se dirigirán unas líneas al punto de vista y á los de distancia, y por las intersecciones de estas líneas, como por ejemplo por los puntos *cde*, se trazarán unas paralelas á LT y se tendrán los lados y diagonales de todos los cuadrados contenidos en la superficie; de los cuales la mitad estan colocados paralelamente á la línea de tierra,

y la otra mitad de ángulo, que deberán estudiarse separadamente para ejercitarse mas, pues solo se han colocado así para economizar una figura.

Si se quisiese llenar el espacio que queda entre las degradantes y las márgenes del cuadro, se observará que la línea de fondo *ab* está dividida en partes iguales por las líneas dirigidas al punto de vista y de distancia; así tomando cualquiera de estas distancias, por ejemplo *nb*, y colocándola cuantas veces quepa en la prolongacion de la línea del fondo, y trazando por estos puntos como *mr* y el punto de vista unas líneas, se tendrán todos los cuadrados necesarios para llenar el espacio, como se ve á la derecha; y si se quisiese llenar de cuadrados hasta el horizonte se trazará una línea por el punto *a* y el punto D′, y por las intersecciones de estas con las líneas dirigidas al punto de vista se trazarán otras paralelas á *ab* y se tendrá duplicado el fondo, y repitiendo la operacion se llegaria al horizonte.

Obsérvese tambien que las líneas dirigidas al punto de vista forman los dos lados de los cuadrados que estan colocados paralelamente á la base del cuadro, que en proyeccion geométrica serian perpendiculares, y que las dirigidas á los puntos de distancia forman las diagonales de estos, y lo contrario sucede en los que estan colocados de ángulo; así que para colocarlos de un modo ó de otro no hay mas que tomar para los lados las unas ó las otras líneas, y observar por regla general que todas las líneas que en proyeccion geométrica forman ángulos de 45.º con la base del cuadro se dirigen á los puntos de distancia, y las que forman ángulos rectos se dirigen al punto de vista. Cuando los objetos estan colocados de modo que uno de sus lados ó caras sea paralela á la base del cuadro y sus lados perpendiculares como los cuadrados de la derecha, se dice que estan vistos *por el punto del medio*, y la cara que está paralela se dice que está *vista de frente*; cuando estan colocados como los de la izquierda de modo que sus lados formen ángulos de 45.º se dice que estan vistos *por ángulo perfecto*, y cuando forman un ángulo mayor ó menor se dice que estan

movidos ó *fuera de ángulo*; lo mismo los que estan en la direccion del eje del cono que los que estan fuera de él, siempre que esten comprendidos dentro del cono óptico; por lo cual se pueden representar en un mismo cuadro varios objetos vistos de diferentes modos.

Fig. 7. *Poner un cuadrado en perspectiva visto fuera de ángulo, y determinar sus puntos accidentales.*

Trácese la línea de tierra *so* y la de horizonte, y sobre esta el punto de vista, y á cada lado los puntos de distancia D y D′: trácese el cuadrado geométrico BCEF de modo que sus lados formen un ángulo cualquiera con la linea de tierra, y que la parte que se quiera que se vea primero en el cuadro esté la mas próxima que es el punto B: trácense perpendiculares por todos los ángulos, y en las intersecciones de estas con la línea de tierra se hará centro, y con la distancia de estos puntos á los correspondientes de los ángulos del cuadrado, por ejemplo con la distancia *r*C por radio se describirá un arco de círculo, ó lo que es lo mismo esta distancia se colocará desde *r* hasta *c*, y por este punto *c* y el de distancia D′ se trazará una línea que en su interseccion con la visual V*r* dará el punto C′, que será la perspectiva de C; y haciendo lo mismo para todos los puntos, como se ve en la figura, se obtendrán estos, y uniéndolos por líneas se tendrá la perspectiva BC′E′F′ de un cuadrado visto fuera de ángulo.

Si se hubiese de representar una superficie ó pavimento solado con cuadrados vistos fuera de ángulo, se concibe bien que teniendo que repetir para cada uno la operacion que acaba de hacerse seria muy molesto: por lo tanto es necesario emplear un procedimiento que sea mas general. Hemos visto en la figura 6 que las líneas que forman los lados paralelos de los cuadrados vistos de ángulo perfecto van á reunirse al horizonte en un mismo punto de distancia; luego en los vistos fuera de ángulo deben reunirse tambien sobre el horizonte en otro punto mas ó menos separado del de vista, que para distinguirle de los otros se llama *punto accidental*.

Para determinar los puntos accidentales es necesario trazar. la proyeccion horizontal del cono óptico, del plano ó cuadro perspectivo y del objeto; y seria conveniente que para mayor claridad se hiciese este estudio aparte, aunque por la brevedad está puesto en la misma figura; así pues tenemos ya la proyeccion del objeto BCEF y del cuadro, que es la línea *so*, se tomará la distancia VD, ó VD′ que es á la que se supone ver el cuadrado, y se colocará desde B á O, y esta línea será la proyeccion horizontal del eje del cono óptico, cuyas generatrices omitirémos por no sernos necesarias y no hacer mas confusa la figura: por el punto O se trazará una paralela al lado BF del cuadrado que cortará á la línea *so* en *o*, por este punto se levantará una perpendicular al horizonte, ó bien se tomará la distancia B*o* y se colocará desde V hasta A′, y este punto será el accidental donde deben concurrir los dos lados BF y CE del cuadrado, y repitiendo la misma operacion para los otros lados se tendrá igualmente el otro punto accidental A: obtenidos estos y colocados sobre el horizonte se prolongarán los lados del cuadrado hasta encontrar la línea de tierra, y por el punto *c*′, interseccion de la prolongacion de EC, se dirige una línea al punto accidental A′, y se tendrá el lado C′E′, y dirigiendo otra desde el punto B se tendrá el otro lado paralelo BF′, y del mismo modo se tendrán los otros dos, y se verá que el cuadrado obtenido por este procedimiento es igual al anterior: lo que prueba que el resultado es el mismo por uno y otro método, con sola la diferencia de abreviar la operacion por medio de los puntos accidentales en el caso de tener que representar muchos cuadrados; pues se concibe fácilmente que con solo determinar los puntos donde tocan los lados de los cuadrados en la línea de tierra, como por ejemplo B, ó de su prolongacion si estuviesen separados como *c′ d′*, y dirigiendo líneas desde estos puntos á los accidentales se pueden determinar á la vez muchos cuadrados como en la figura anterior.

Fig. 8 y 9. *Poner un círculo en perspectiva.*

Si se circunscribe al círculo (fig. 8) un cuadrado, y se pone este en perspectiva como se ha explicado en la superficie *ab*LT (fig. 5 y 6) se tendrán los puntos tangentes A′B′C′E′, y si se quieren mas puntos se trazarán las diagonales en el cuadrado (fig. 8) y por los puntos *abcd* donde cortan al círculo se trazarán unas líneas como se ve en la figura, y puestas en perspectiva darán los puntos *a′b′c′d′*, y se tendrán ocho puntos, por los cuales se trazará el círculo á pulso que aparece en una elipse.

El uso de los cuadrados para poner en perspectiva una figura irregular ofrece muchas ventajas; si por ejemplo se quisiese poner en perspectiva la vista de una marina, la direccion de un camino ó el curso de un rio tortuoso ú ótros objetos, no habria mas que inscribirlos en un cuadrado, y este dividirle en otros cuadradaditos menores como si fuese una cuadrícula, y puestos en perspectiva se obtendrán todos los puntos correspondientes por donde tocan los diferentes contornos del objeto, como se ha visto en el círculo.

Fig. 10. *Poner un cubo en perspectiva.*

Si se pone una superficie en perspectiva dividida en cuadrados que estos se refieran á una medida dada, como una vara, un pie &c. y se quiere poner un objeto cualquiera, como por ejemplo un cubo, que se refiera tambien á una dimension determinada, y suponiendo que cada cuadradito represente un pie, y que el cubo tenga dos pies de alto y dos de ancho, se tomarán cuatro cuadrados, y por los puntos BCET se levantarán perpendiculares que serán las aristas verticales; se colocará la altura en la márgen del cuadro desde T hasta F, y por este punto se trazará una horizontal: por el punto G interseccion de esta con la perpendicular B y por el punto F se dirigirán dos visuales al punto V, que en las intersecciones

con las perpendiculares EC darán los puntos IH; por los cuales se trazará una horizontal y se tendrá el cubo en perspectiva, del cual se ven tres caras.

Para colocar el mismo cubo mas adentro se ejecutarán las mismas operaciones que quedan explicadas, con la sola diferencia que para obtener la altura, despues de colocada ésta en la márgen del cuadro, como se ve en *c*, se levantará una perpendicular en el punto *e* interseccion de la degradante con la horizontal sobre que se eleva la cara anterior del cubo, y por el punto *d* se trazará otra horizontal que en su interseccion con las aristas dará los puntos *gf*, y se tendrá la altura y aparecerá el cubo mas pequeño por estar mas distante.

Estos cubos estan vistos los dos al punto del medio, con sola la diferencia de que en el menor no se ve ninguno de los costados porque está colocado en medio de la direccion del eje óptico, y en el mayor se ve además de la cara anterior un lado; así cuando se quiere representar un objeto de modo que se vea además del frente un costado, se colocará fuera del eje.

Fig. 11 al 13. *Poner un catre de hierro en perspectiva.*

Ya que conocemos los diferentes procedimientos que se emplean para poner los objetos en perspectiva, pasarémos á hacer las aplicaciones de estas reglas á la perspectiva de algunos muebles y otros objetos de artes; para lo cual se pondrán primero en proyeccion geométrica, á fin de ejercitarse bien en el método de las proyecciones y acostumbrarse insensiblemente á ejecutar las operaciones que llaman en los talleres plantear la obra, que no es otra cosa que trazar del tamaño de construccion las proyecciones geométricas que quedan explicadas en la lámina anterior, y obtenida ya la forma y dimensiones del objeto en real, será fácil obtener la perspectiva; para esto tendrémos presente que como las escalas sirven para arreglar las partes de un dibujo, será preciso formar esta; para lo cual determinarémos antes la magnitud que ha de tener el dibujo, y las dimensiones que deberia tener

el mueble que se quiere representar. Obsérvese tambien que la altura de la vista de un hombre puesto de pie es término medio cinco pies, y como la altura de las cabeceras de un catre no exceden de cuatro pies y medio, quedará este debajo del horizonte; así trácese la línea de tierra LT (fig. 13) y paralelamente la del horizonte, divídase la distancia entre estas dos líneas en cinco partes iguales, y cada una representará un pie, y fórmese con ellas la escala (fig. 11) como se ha explicado (véase figura 58 y 59, parte 1.ª): obtenida ya la escala se trazará la proyeccion horizontal (fig. 12); para esto se determinará una dimension igual á siete pies y medio de la escala, que será el largo del catre, y se colocará sobre una horizontal desde A á B; y por estos puntos se levantarán dos perpendiculares, y con una dimension de cuatro pies (que es el ancho) se trazará la línea CE: el rectángulo *abce* (fig. 12) es el lecho del catre, y la distancia A*a* &c. que es la salida de las volutas de las cabeceras, es próximamente de seis pulgadas; el grueso de los hierros y demás partes se comparará sobre la escala como está prevenido. Trazada ya la proyeccion geométrica, se trasladarán las dimensiones sobre la línea de tierra (fig. 13) desde A á B, en medio de estos puntos se levantará una perpendicular, y se tendrá el punto de vista V; por este y los puntos A y B trácense las degradantes, y con una dimension que no sea menor que AB determínese el punto de distancia D, pues el otro se ha suprimido porque no cabe en la figura; pero puede trazarse si se quiere, aunque en el caso presente no se necesita; tómese el ancho AC (fig. 12) y colóquese desde A á C′ (fig. 13) y dirigiendo una línea al punto de distancia D en su interseccion con la degradante dará el punto C, por el cual se trazará una paralela á la línea de tierra, y se tendrá el rectángulo perspectivo ABCE. Colóquense las distancias A*a* y B*b*, y trazando por estos puntos dos visuales se tendrá el rectángulo *abce*, y por estos cuatro puntos se levantarán perpendiculares para obtener los cuatro hierros que forman los pies, cabeceras y volutas *f*. Para obtener las alturas se trazará la línea A5 que será la escala de elevacion, y

por el punto *d* se trazará una horizontal, y por las intersecciones de esta con las perpendiculares *ab* se trazarán dos visuales y se tendrá el rectángulo *a'b'c'e'*, que será el lecho; y sobre el larguero anterior se determinarán las barretas que haya de llevar; para obtener la altura de las cabeceras se fijará esta en los puntos *f*, y se dirigirán unas visuales, y del mismo modo se obtendrán las tres varillas que tiene cada cabecera, y los adornos de estas y las volutas se dibujarán á pulso, y para indicar mejor los hierros se pasará un poco de tinta de china con el pincel por entre las paralelas que los forman, como se ve en el dibujo.

Fig. 14 y 15. *Poner un armario en perspectiva.*

Trácese la línea de tierra LT (fig. 15) y paralela á esta la línea G 7 que determinará la altura que ha de tener el dibujo, y suponiendo que el armario fuese de siete pies de alto se dividirá su altura T 7 en siete partes iguales, con lo cual se formará la escala; aunque en la lámina sirve la misma que para la figura anterior: trácese la proyeccion horizontal (fig. 14), y suponiendo que el cuerpo del armario tenga cuatro pies de ancho y uno y medio de fondo, se tomarán estas dimensiones sobre la escala y se trazará el rectángulo *abcd*, y las líneas puntuadas que indican el vuelo ó salida de la cornisa, que es de cuatro pulgadas. Como el costado del armario es liso, á excepcion de la cornisa, se ha omitido la proyeccion vertical de este, pero deberá hacerse con el perfil N de la cornisa, cuyo trazado se verá en la fig. 55 parte 1.ª Obtenidas ya las proyecciones geométricas se pasará á determinar la perspectiva; para esto se tendrá presente que hemos dicho que de la colocacion del punto de vista y del de distancia depende el buen efecto, como veremos ahora.

Estando ya convenido que la altura de la vista de un hombre sea á cinco pies sobre la línea de tierra, y como un mueble ocupa poca extension, y no hay necesidad de elevar demasiado el horizonte, podemos muy bien determinar este, sirviéndonos de la escala; así pues, si por el

número 5 se traza una paralela á la línea de tierra, se tendrá el horizonte á cinco pies de elevacion. Si se toma la distancia del horizonte á la línea de tierra, y se coloca á cada lado del eje para obtener las márgenes del cuadro como en la fig. 5, en la cual es un cuadrado perfecto, y siendo esta distancia en la fig. 15 de cinco pies, estaria el punto de vista en O, y teniendo cuatro de ancho el armario desde A′ hasta C′ que es la longitud AC (fig. 14) se concebirá fácilmente que no podemos colocar el punto de vista en O porque el costado del armario C′E haria demasiado violento; lo cual se remediará separando mas el punto de vista de la márgen del cuadro y colocándolo en V por ejemplo, que no es otra cosa que separar el armario del eje del cono visual hasta que haga buen efecto, en cuyo caso el cuadro perspectivo será un rectángulo, como se ve en L′T′M′N′ (fig. 5).

Colocado ya convenientemente el punto de vista respecto de la posicion del mueble que se ha situado en A′C′, se determinará el de distancia, para lo cual se tendrá tambien presente que se ha dicho que puede determinarse este con la mayor dimension del cuadro ú objeto colocada entre una vez y dos veces á partir del punto de vista: tomando una sola vez, que será A′7, se tendrá el punto de distancia en D, y fijando el fondo del armario desde C′ á B′ y trazando la línea B′D se tendrá el punto E, por el cual se trazará una paralela, y se terminará el rectángulo EFC′A′ que manifiesta el fondo del armario en perspectiva: si se tomase dos veces la dimension A′7, para determinar el punto D mas separado se verá que la línea EF estará en E′, y como el armario tiene en sí poco fondo apareceria el costado tan estrecho que no podria manifestar bien sus formas, por lo cual deberá elegirse entre estos dos uno que haga mejor efecto; así que, aun cuando se han dado algunas reglas para la mayor y menor longitud á que puede colocarse el punto de distancia, no pueden fijarse estas de un modo preciso para encontrar la que podrá convenir mejor en cada caso particular, pues esto depende del objeto que cada uno se proponga, fundado en el buen gusto que se adquiere con la práctica de las operaciones.

Determinado ya el fondo que deba tener, aunque en la figura está con la menor distancia por la poca extension de la *lámina*, se levantarán perpendiculares en los puntos A′C′ que determinarán en los puntos 7 y G el lado mayor del rectángulo superior ó techo del armario, y la perpendicular levantada por el punto E en su interseccion con la visual GV dará el punto H, y GH será el lado menor que se ve por el costado: para obtener el cuerpo del armario se tomará la dimension B*b* (fig. 14) que es el vuelo de la cornisa, y se colocará en la fig. 15 desde A′ á *d* y de C′ á *e*; por estos puntos se dirigirán dos líneas al punto V, y por C′ una al punto D, y en la interseccion de esta con *e*V se tendrá el punto *f*, por el cual se trazará una paralela á la línea de tierra, que en su interseccion con *d*V dará el punto *n*, por este, por *f* y por *o* se levantarán perpendiculares, y se tendrá el cuerpo del armario.

Para obtener la altura de los pies, la basa, cornisa y barras de las puertas se determinarian estas sobre la márgen del cuadro ó sobre una vertical, que llamaremos *escala de elevacion*; para lo cual nos podrá servir la línea A′7 sobre la cual se ven indicadas estas partes: por estos puntos y por V se trazarán unas visuales y por las intersecciones de estas con la línea *nr* darán los puntos correspondientes, por los cuales se trazarán las horizontales que las determinarán, como se ve en el dibujo: para obtener el medio ó junta de las puertas se tomará la mitad de la distancia A′C′ que será *m*, y por este punto y el punto V se trazará una línea que en su interseccion con *nf* dará el punto *s*, por el cual se trazará una vertical, y lo mismo se hará para determinar los anchos de los largueros de las puertas; adviértase que el ángulo 7 de la cornisa aparece con mas vuelo que el ángulo G, y debe ser así porque el primero se mira casi perpendicularmente á la diagonal, y el segundo en su misma direccion; en la práctica suelen hacerse algunas modificaciones, con lo cual hace mejor efecto, pero para esto se necesita muchos conocimientos en la perspectiva, y un gusto especial que se adquiere con el estudio.

PERSPECTIVA.

LÁMINA 3.ª

Fig. 16 y 17. *Poner en perspectiva varios armarios.*

Trácese primero la proyeccion geométrica horizontal (fig. 16), para esto obsérvese que las tres fachadas que forman los armarios estan comprendidas en un rectángulo que tiene trece pies desde A hasta B, y diez desde C á A, que es el fondo, y la puerta colocada en este tiene tres pies de ancho; en la mitad de la derecha estan representados los armarios vistos por encima de las cornisas segun indican las líneas efectivas, y las de puntos indican el fondo del cuerpo del armario, en la de la izquierda se suponen cortados horizontalmente para poder ver bien el fondo, grueso del armazon del armario y puertecillas, cuyas partes estan indicadas por una serie de rayitas en diferentes inclinaciones á fin de distinguir mejor los larguerillos de las puertecillas y de la armadura: la mayor salida ó vuelo del cuerpo inferior ó meseta es de dos pies, desde F á B, y la salida del superior con la cornisa desde *f* hasta *b* veinte pulgadas, y el fondo *gh* quince: las demás dimensiones podrán conocerse comparándolas con la escala, y así se podrán determinar todas con exactitud, pues aunque las dimensiones de los armarios no son siempre las mismas porque dependen del objeto á que se destinan, convendrá seguir las indicadas en el dibujo hasta saber poner estas partes en perspectiva. Trazada ya la proyeccion horizontal será fácil poner sobre esta la vertical, pues aunque se ha omitido en el dibujo, debe hacerse para ejercitarse bien en plantear la obra, y porque así se forma una idea mas exacta de lo que se va á hacer.

Obtenidas ya las dos proyecciones se trazará la línea de tierra (fig. 17), y á diez pies de esta la línea superior que determinará la altura de los armarios: determínese el horizonte, el punto de vista y el de distancia, colóquese la dimension AB sobre la línea de tierra y el fondo desde A hasta G para obtener el rectángulo ABCP en perspectiva; colóquense igualmente las salidas AE y BF del cuerpo inferior, y por el punto *c* interseccion de la visual EV con la diagonal GD trácese *cd*, y se tendrá el rectángulo EF*cd* que forma la salida del cuerpo inferior sobre el pavimento. Para obtenerla en su altura colóquese esta sobre la márgen del cuadro ó escala de elevacion, y por el punto *p* se trazará una horizontal, que en su interseccion con la vertical trazada en E dará el punto *e*, por este se trazará una visual y en su interseccion con la vertical trazada por *c* se tendrá *c'*; por este punto se trazará una horizontal, y ejecutando lo mismo en el otro lado se tendrá la altura y salida de la meseta del cuerpo inferior. Para obtener el cuerpo superior se colocará la salida de este y de la cornisa en los puntos *hf*, por estos puntos se trazarán visuales, y las intersecciones de estas con la línea ED darán los puntos RS, la vertical trazada por el punto R determinará en R', la salida de la cornisa y la del cuerpo del armario la determinará la vertical trazada por el punto S; por este mismo punto se trazará una horizontal que en su interseccion con la visual CA dará el punto O, por el cual se trazará una vertical y se tendrá la línea posterior O*o* del fondo del armario, el ancho de la cornisa y miembros que la componen se obtendrá repitiendo lo que se hizo en la fig. 15.

Para obtener la separacion para el paso de la puerta y ancho de esta se colocarán las dimensiones á los lados del eje de simetría en los puntos IL y NM, y por estas se trazarán visuales que en las intersecciones con las líneas del fondo darán los puntos *in*, por los cuales se trazarán verticales; y para obtener la altura de la puerta se fijará esta en la escala de elevacion, y se trazará la visual 7V, y en su interseccion con la vertical trazada en el punto C dará el punto H, y por este se trazará una horizontal y se tendrá la altura. Para determinar las puertecillas si se toma

en la fig. 16 la distancia que hay desde la línea AB hasta los puntos *r s*, que es la mitad del ancho del armario, y se coloca respectivamente á partir de E y *b* (fig. 17), se tendrán los puntos *r s*, y trazando por estos y el punto D unas líneas, las intersecciones de estas con las visuales que determinan las salidas de los cuerpos de los armarios darán los puntos *r' s'*, por los cuales se trazarán unas verticales que serán los medios de los armarios en perspectiva; y del mismo modo podrán obtenerse fácilmente los anchos de los larguerillos verticales que forman los bastidores, y los horizontales se obtendrán fijando los anchos en la márgen del cuadro como se ve en *t*, y dirigiendo visuales al punto V así como las tablas de las divisiones, segun se ve en los armarios de la derecha.

Se concibe bien que á excepcion del mostrador, que se ha omitido porque quitaria la vista de la parte inferior, tenemos la perspectiva de una tienda con su puerta en el fondo, y pudiera representar tambien un cuerpo de biblioteca. Este dibujo, ejecutado en mayor escala y limpio de las líneas de operacion, pudiera trazarsele un pavimento de baldosas colocadas de ángulo, y haria muy buen efecto.

Fig. 18. *Poner en perspectiva una bóveda en cruz.*

Como esta bóveda se compone de cuatro arcos iguales semicirculares, sostenidos por cuatro pilares tambien iguales, puede muy bien ponerse en perspectiva con solo determinar sobre la línea de tierra la dimension AB, y el grueso AG y BH de los pilares, y dirigiendo líneas por estos puntos al de vista y de distancia se tendrá el plano ó planta perspectiva ABEF, y levantando unas perpendiculares por los ángulos de las plantas de los pilares se tendrá el alzado de estos.

Para trazar los arcos se tendrá presente que la altura de estos es generalmente doble de su anchura, aunque en esta figura se ha dado algo menos; así trácese la horizontal IL á la altura conveniente, y haciendo centro en C trácese el semicírculo NLI, y por los puntos LI diríjanse unas visuales al punto V, y en las intersecciones de estas

con la arista de los pilares determinarán la altura de estos y los arranques de los arcos, cuyos centros se obtendrán trazando por dichos puntos de interseccion unas horizontales como por L′I′, que en su interseccion con el eje determinará el centro C′ para trazar el semicírculo L′N′I′ que fija el espesor NN′ del primer arco, y del mismo modo se obtendrá el segundo.

Obsérvese por regla general que todos los arcos semicirculares que esten colocados de frente paralelamente al cuadro pueden trazarse á compás, pues aunque van disminuyendo segun se alejan, se disminuyen proporcionalmente por todos lados y no varian de forma: lo mismo sucede con cualquiera otra curva colocada como queda dicho; pues á pesar de la mayor ó menor degradacion segun la distancia conservan proporcionalmente la misma curvatura; pero no sucede así con los arcos colocados de lado, pues como los planos ó superficies sobre que estos estan trazados son perpendiculares al cuadro y se dirigen al punto de vista, se escorzan demasiado y sufren grande alteracion en su forma, y lo mismo sucede con los que se dirigen á los puntos de distancia, como por ejemplo las aristas de las bóvedas en cruz que se ven en esta figura.

Para trazar estas curvas pueden emplearse varios procedimientos: el siguiente es el mas sencillo en el caso presente; trácese por el punto N una horizontal hasta encontrar la vertical AO, que es una arista del pilar y comun interseccion de la superficie anterior que está de frente y de la exterior del lado; por el punto O trácese una visual, por el punto *a* interseccion de las dos diagonales, trácese una horizontal, y por *a′* interseccion de *a a′* con la degradante AE se levantará una perpendicular que en su interseccion con la visual OV determinará el punto *n* que es el correspondiente á N, y se tendrá la altura del semicírculo correspondiente á la superficie ó cara exterior, cuya proyeccion horizontal es AE: los dos puntos del arranque de este arco son *li*, y como tres puntos no serian suficientes para determinar bien esta curva que no es un semicírculo, será necesario determinar otros puntos; para esto tómese en el semicírculo LNI unos puntos, por

ejemplo RS, trasládense estos sobre la arista extrema en S′, y por este punto trácese una visual; proyéctense los puntos de division sobre la línea de tierra, por ejemplo R en R′, y por este punto trácese una visual que cortará á las diagonales en *b* y *c*; por estos puntos se trazarán unas horizontales que en sus intersecciones con la degradante darán los puntos *b′c′*, por los cuales se levantarán unas perpendiculares que en su interseccion con la visual S′V darán los puntos *rs* correspondientes á RS, y pasará la curva del arco exterior del lado por los puntos *lrnsi*, y si se quisiesen mas puntos podrán determinarse del mismo modo que *rs*. Se concibe bien que para obtener la curva interior del mismo arco no habrá mas que levantar por los puntos *def* unas perpendiculares, que en las intersecciones de estas con las horizontales trazadas por los puntos *rns* de la curva darán los correspondientes para trazar dicho arco, y empleando el mismo procedimiento se obtendrá el de la derecha, y los puntos para trazar las curvas de la cruz de la bóveda se obtendrán en las intersecciones de las mismas horizontales con las visuales RV, SV que serán los puntos *r′n′s′* &c.

La figura que nos ha servido de estudio tiene el defecto de aparecer muy violenta por estar el punto de distancia muy cerca del de vista, pero ha sido preciso ponerlo así para que la distancia A y E sea mayor y no se confundan las líneas *b′a′c′* que determinan los puntos de la curva, pues de lo contrario no se comprenderia bien: en un dibujo mayor deberá colocarse mas distante el punto D, y así presentará menos fondo y no aparecerá tan forzada la perspectiva.

Si por el punto E se dirige una línea al punto D, y por su interseccion con la degradante BV se traza una horizontal, se tendrá el plano perspectivo de otra bóveda igual que podria trazarse por el mismo procedimiento, y continuando del mismo modo se conseguiria llegar al horizonte con una galería de arcos, y se veria que al fin de esta solo quedaria un pequeño hueco en el punto de vista: esto se concebirá fácilmente, pues si colocado en un extremo de una calle de árboles de mucha longitud se fija la vista en

el extremo opuesto, se verá que los árboles aparecen mas juntos y pequeños segun se van alejando y parecen juntarse al *fin* en el término de nuestra vista que es el punto V, y *lo* mismo sucede en un salon largo, pues parece que el techo baja á reunirse con el suelo, y las paredes de los lados parecen juntarse, de modo que si hubiese uno de extremada longitud solo se veria al fin una pequeña abertura.

FIG. 19. *Perspectiva aplicada al paisaje.*

En las figuras anteriores, en que se ha representado un objeto solo en cada cuadro, hemos colocado el horizonte á cinco pies; pero no es una precision el colocarle siempre á esta altura porque varía segun la posicion del espectador, pues si suponemos á este colocado en un plano horizontal en un punto elevado sobre él, y que este punto tuviese por ejemplo una altura igual á la del hombre, se concibe bien que la altura de la vista del espectador estaria á diez pies, en cuyo caso descubriria mayor extension que si estuviese sobre el mismo plano ó terreno y los objetos los veria mas separados, pues podria descubrir el espacio entre dos objetos colocados en la direccion de una misma visual que acaso no descubriria si estuviese el punto de vista mas bajo porque se confundiria con el objeto anterior; y si estuviese sentado descubriria mucho menos, y el punto de vista estaria á dos pies y medio, porque un hombre sentado en el suelo pierde la mitad de su altura.

Cuando se quieren poner muchos objetos en un mismo cuadro, como generalmente sucede en la representacion de un paisaje, se supone colocado el espectador sobre un punto elevado, y de este modo se tiene mayor terreno perspectivo, y pueden presentarse los objetos con mayor claridad. En la fig. 19 está colocado el horizonte á quince pies, en cuyo caso se supone colocado el espectador en un punto elevado de diez pies sobre el terreno.

Para poner en perspectiva el edificio colocado á la izquierda, cuya fachada principal se dirige al punto de vista, se trazará la visual AV, y suponiendo que tenga cuarenta pies de fachada, se tomará esta dimension en

la escala formada en la línea de tierra, cuya division es de cinco en cinco pies, y se trazará por el número 40 y el punto de distancia una línea y se tendrá el punto B: el vuelo de la cornisa se fijará desde A á E, y dirigiendo una visual se tendrá el punto F; por este y por E se levantarán dos perpendiculares que determinarán la salida superior de la cornisa en los puntos *ef*, intersecciones de la visual *e*V, y del mismo modo se obtendrá la salida del balcon en los puntos *a' b'*. Para determinar los huecos de las puertas y ventanas se fijarán las dimensiones sobre la línea de tierra, y por estos puntos y el de distancia se trazarán líneas que en las intersecciones respectivas con la línea de fachada darán los puntos para levantar las perpendiculares como se hizo en la figura 17 para determinar las puertecillas: y fijando en la márgen del cuadro las diferentes alturas, y observando las reglas dadas anteriormente, se determinarán las demás partes del edificio. El arco que se presenta escorzado por estar en la fachada ó superficie, que se dirige al punto de vista, se determinará fácilmente trazando un arco con un radio igual á cinco pies, que es la mitad del ancho de la puerta, haciendo centro en C y á partir de *b* que es el punto de mayor altura: fórmese el cuadrado C*bdg*, trácese una diagonal, y por el punto de interseccion de esta con el arco trácese la horizontal *no*; y por *o* diríjase una visual al punto de vista que en la interseccion con la diagonal C*'g'* dará el punto *n'*, por donde pasará la curva *d' n' b'* del arco escorzado, cuya operacion no es otra cosa que el estudio hecho en las figs. 8 y 9 aplicado á un plano vertical. Por este procedimiento fácilmente pueden determinarse todos los arcos de una galería dirigida al punto de vista ó de distancia; pero en el caso de tener que determinar tambien las curvas de las bóvedas es preferible el que se ha empleado en la figura 18.

Para representar las figuras tendremos presente que la altura del horizonte puede servir en alguos casos para determinar la de varios objetos colocados en diferentes puntos. Así si en el punto G se quiere colocar una figura humana, como ésta se encuentra en el primer plano

ó término, no habrá perdido nada de su altura; por tanto con solo tomar cinco pies sobre la escala y colocarles á partir del punto G se tendrá *r*, que será la altura de la figura; pero si del punto G se levanta una perpendicular hasta encontrar el horizonte, y como la altura de este es quince pies, se divide esta en tres partes iguales, y tomando una de estas partes se tendrá tambien el punto *r*, y de este modo se podrán colocar cuantas figuras se quieran: por ejemplo para determinar la altura de una figura en el punto S, que como está mas retirada debe ser mas pequeña, no habrá mas que hacer que levantar la perpendicular hasta el horizonte y tomar la tercera parte; y si en el punto I se quiere poner una figura sentada se tomará la sexta parte de la distancia de I al horizonte, pues que un hombre sentado en el suelo pierde la mitad de su altura. El árbol L está tambien en el primer término, y el horizonte le divide en dos partes iguales; de lo cual resulta que tiene treinta pies de alto: si se quisiese colocar otro de la misma altura que estuviese mas distante, se colocará de modo que le divida tambien el horizonte en dos partes iguales, como se ve en el que está colocado junto á la casita, y puede observarse por regla general que cuando se quieren colocar varios objetos iguales en distintos puntos no hay mas que ver la relacion de posicion del primero respecto del horizonte, y colocar del mismo modo los demás; porque si la primera figura, por ejemplo, toca con la cabeza al horizonte, todas las demás deben tambien tocar, suponiendo que sean de la misma altura, y si fuese una un hombre y otra un muchacho se deducirá fácilmente la altura que le corresponde, como se ha hecho con el que está sentado en el punto I; del mismo modo se podrá deducir que la altura de la casita es de quince pies, pues que el caballete del tejado toca al horizonte y está colocado sobre el mismo terreno que se supone próximamente de nivel.

En el caso de que la altura de la figura ó cualquier otro objeto no pudiera colocarse un número de veces iguales en la altura del horizonte, de lo cual resultará una fraccion que seria molesto determinarla, puede emplearse otro

método que consiste solo en colocar la altura de la figura ó del objeto en la márgen del cuadro ó en cualquier otro punto sobre la base, como por ejemplo en G; por este punto, pie de la figura, y por *r* que determina la altura, se dirigen visuales, las cuales formarán una escala de degradacion; y si se quisiese colocar otra figura en S se trazará una paralela á la base del cuadro, y por el punto *s* se levantará una perpendicular que en su interseccion con la visual superior dará el punto *s'* que determinará la altura, la cual se trasladará á *r'* trazando una paralela: este procedimiento es mas general y el mismo que se empleó para encontrar la altura del edificio en el punto *f*.

El horizonte se llama *visual* cuando está representado por la línea que separa el cielo del mar, como MV que es el horizonte natural; pero cuando la vista está terminada por montañas, árboles ó edificios, de modo que no se pueda ver el verdadero y se traza uno ficticio, se llama *horizonte racional* como VN; tambien se llama horizonte á la línea superior de las montañas que separa estas del cielo, pero en el dibujo se entiende siempre por horizonte una línea recta horizontal situada á la altura de la vista del espectador.

Con estos principios que llevamos expuestos tenemos suficientes para poder representar los muebles en perspectiva (que es lo que nos hemos propuesto) y determinar las partes mas principales que entran en la composicion de un paisaje: con cuyos conocimientos se podrán comprender mas fácilmente las obras especiales que tratan mas detenidamente esta materia, que no es posible presentar aquí con la extension necesaria, y que no podrian aplicarse bien sin haber estudiado antes los órdenes de arquitectura que se exponen en la siguiente lámina, aunque estos pueden delinearse antes ó despues de hacer el estudio de la perspectiva segun convenga mejor á la carrera á que se dedique el discípulo.

ÓRDENES DE ARQUITECTURA.

LÁMINA 4.ª

Se llama *órden de arquitectura* al conjunto y disposicion proporcionada de las diferentes partes que forman el ornato de los edificios. Un órden completo consta de tres partes ó miembros principales, que son: el *pedestal*, la *columna* y el *cornisamento*, y cada una de estas partes se compone de otras tres; las del pedestal son la *basa*, el *dado* y la *cornisa*; las de la columna son la *basa*, el *fuste* ó *caña* y el *capitel*; y las del cornisamento el *arquitrave*, el *friso* y la *cornisa* ó *corona*, cuyas partes es fácil conocer por los letreros que se ven en la lámina, en la cual solo estan representados los cinco órdenes de la arquitectura greco-romana que comentó Vigñola, por ser los que mas se usan, y se distinguen con los nombres de *toscano*, *dórico*, *jónico*, *corintio* y *compuesto*. El toscano y el compuesto los inventaron los romanos, y los otros tres los tomaron de los griegos; en todos estos órdenes la altura del pedestal es la tercera parte de la altura de la columna con basa y capitel, y la del cornisamento es la cuarta parte; así si se divide toda la altura en diez y nueve partes iguales, el pedestal tendrá cuatro, la columna doce, y el cornisamento tres; pero como por este medio solo se obtendrian las tres grandes masas ó miembros principales, es necesario formar una escala llamada de módulos, con la cual se obtienen todas las demás partes, como verémos.

Trazado del pedestal toscano.

Para poder comprender mejor los órdenes convendrá estudiar primero las tres partes principales trazando cada una separadamente en una dimension mayor que la lámina, á fin de poder representar bien todas las pequeñas

molduras que las componen; para esto se trazará una horizontal que servirá para sentar el pedestal, y en medio de esta se levantará una perpendicular A B, que servirá de eje de simetría. Hecho esto, obsérvese que el pedestal (inclusa su basa y cornisa) tiene de altura cuatro módulos y ocho partes, como se indican por los números é iniciales; la basa de la columna colocada sobre el pedestal tiene un módulo de altura, que en todo componen cinco módulos y ocho partes, y añadiendo á esto una porcion de la caña de la columna se tendrán seis módulos: así dividiendo en seis partes iguales la dimension A B que se quiera dar al dibujo, se tomará una de estas partes que será el *módulo*, el cual se dividirá en doce, que se llaman *partes de módulo*, con las cuales pueden determinarse con toda precision todos los miembros menores y molduras, dando á cada una las partes que indican los números colocados entre las paralelas, y para mayor facilidad deberán determinarse primero por grupos; así á la altura de cuatro módulos y ocho partes que es la del pedestal se trazará la horizontal C D, y sobre esta y á un módulo de distancia trácese otra paralela, y se tendrá la altura de la basa de la columna; despues se irán trazando otras paralelas á las distancias correspondientes segun indican los números: hecho esto se pasará á determinar los vuelos ó salidas que estan indicados por los números colocados al lado, cuyas dimensiones se tomarán desde el eje de simetría, para lo cual se determinará primero el ancho del dado ó neto del pedestal trazando dos verticales con una dimension de diez y seis partes y media á cada lado del eje; estas verticales determinan tambien la mayor salida de la basa de la columna, que en todos los órdenes es igual á la del neto del pedestal, y para poder trazar bien los perfiles ó contornos de las molduras convendrá tener presente las reglas dadas en la lámina 2.ª parte 1.ª, en la cual estan trazadas estas molduras en mayor dimension, pues como en esta son muy pequeñas no pueden estar con tanta perfeccion. Adviértase que aunque se dijo que para trazar una moldura se dividiera su ancho en cinco partes iguales, y que la una era para el

filete, se dijo tambien que esta proporcion no es siempre la misma, pues dependia de la combinacion de las molduras ó del sitio donde se colocasen, como se verá bien por el talon que sirve de cornisa al pedestal, que el filete tiene dos sextos, pues siempre que un filete corona á una ó mas molduras es mayor que cuando está colocado entre estas, y toma el nombre de *listel*; la parte P, que aparece una faja lisa, es un cuadrado que se llama *plinto*, sobre el cual asienta el toro T como se verá mejor en P′ que es la proyeccion horizontal de la basa del pedestal (que deberá ponerse debajo); la altura de la basa en todos los órdenes es igual al semidiámetro inferior de la caña de la columna, el cual se toma por módulo y solo se divide en doce partes para el órden toscano y dórico, y para los demás se divide en diez y ocho como veremos.

CAPITEL Y CORNISAMENTO TOSCANO.

Este cornisamento tiene tres módulos y seis partes, y uno del capitel son cuatro y medio, con lo cual podrá determinarse la dimension que deba tener el dibujo y el módulo como se ha explicado, que convendrá sea de la misma magnitud que el que ha servido para trazar el pedestal, pues haciéndolo con el mismo módulo se ve mejor la relacion que tienen entre sí todas las partes de un mismo órden, aun cuando estas se estudien separadas. Trácese una vertical que será el eje de simetría y una horizontal á la parte superior, á partir de esta, y con una dimension de un módulo y cuatro partes trácese una paralela, y se tendrá el ancho de la cornisa: determínese tambien el ancho del friso, del arquitrave y capitel con las dimensiones generales que se indican por los números y las iniciales, y despues determínense las dimensiones particulares de cada moldura, por las cuales se trazarán paralelas; al tomar estas dimensiones sobre el módulo es preciso tener mucho cuidado en tomarlas con precision para que vengan bien en la medida general. Obtenidas ya todas las molduras se determinarán sus vuelos como

indican los números, fijando la mayor salida de la cornisa que es de veinte y siete partes y media á partir del eje de simetría, y á nueve partes y media de este trácese una paralela al eje, la cual determinará el macizo de la cornisa ó salida del friso E, del arquitrave F, del cuello G del capitel, y coincidirá exactamente con la parte superior H de la caña ó fuste de la columna: determínese igualmente el vuelo de las demás molduras y del capitel. Los nombres de estas partes son: *a cuarto bocel*; *b junquillo*; *c filete*; á estas dos molduras llaman tambien *bocelino*; *d faja de la corona*, que es el nombre que se da á los vuelos ó perfiles superiores; *e filete*; *f talon*; *g listel del arquitrave*, el cual se une á la faja F por una *media* caña ó caveto. La faja *h* y el listel *i* estan sobre un cuadrado que forma el *abaco* ó *cimacio* del capitel como se ve en *h'* que es su proyeccion horizontal, y las dos molduras *l*, que no son otra cosa que un bocelino, se llama tambien *astrágalo*.

Fig. 1. *Trazado y proporciones de la columna.*

El grueso de las columnas relativamente á su altura varía en cada órden.

La columna toscana tiene de alto siete veces su diámetro con basa y capitel, que son catorce módulos.

La dórica ocho diámetros ó diez y seis módulos.

La jónica nueve ó diez y ocho módulos.

La corintia y compuesta diez.

La columna en todos los órdenes es cilíndrica desde el filete *b* que llaman el *imoscapo* hasta la tercera parte de su altura *c*, desde donde comienza á disminuir formando una curva suave hasta el bocelino *d* que llaman tambien el *sumoscapo*. Para trazar esta curva se trazará primero el eje de simetría y se determinará la altura que deba tener la columna, y el diámetro inferior y superior segun indican los números en cada órden; á la tercera parte de su altura se trazará la horizontal *c b* y sobre esta un semicírculo, cuyo diámetro será igual al de la columna; por el punto *a*, que es el diámetro superior, trácese una paralela al

eje que encontrará al semicírculo en *a'*, divídase la porcion de arco *a'b* en un número cualquiera de partes iguales, y por estos puntos de division trácense unas verticales, divídase tambien en el mismo número de partes la altura *ba* y trácense unas horizontales, y por los respectivos puntos de interseccion 1' 2' 3' pasará la curva.

PÓRTICO TOSCANO.

Para poder determinar bien todas las partes de que consta un órden completo convendrá hacer el dibujo en una dimension próximamente igual á cuatro veces el tamaño de la lámina, que es el que tiene un pliego de marca, y determinada que sea la dimension del dibujo se dividirá esta en diez y nueve partes iguales; se tomarán cuatro para el pedestal, doce para la columna y tres para el cornisamento, y se tendrán las tres masas ó partes principales; para obtener las demás se tendrá presente que la columna de este órden tiene siete diámetros de altura con basa y capitel, y que el semidiámetro es el módulo que nos servirá para los detalles. Tambien podrá hacerse sumando los módulos que tienen de altura las tres partes principales que todas componen veinte y dos módulos y dos partes, y contando con cuatro módulos mas que próximamente podrá ocupar la proyeccion horizontal ó planta de los pilares y pedestales, como se ve en el pórtico (fig. 2) representado en el neto del pedestal, se dividirá la magnitud del dibujo en veinte y seis partes, que serán módulos y se formará la escala: se trazará la línea de tierra L T, y en medio de esta se levantará una perpendicular que será el eje de simetría. Colóquese la altura del órden que es de veinte y dos módulos y dos partes á partir de la línea de tierra, trácese una horizontal y se tendrá la línea superior del cornisamento; trácense otras paralelas para determinar las demás partes principales: hecho esto trácense los ejes de las columnas á la distancia que se indica en la figura y que se encontrará en la tabla, y determínense el ancho de los pilares, el vuelo de la cornisa y demás en general para presentar

el todo del órden, como se ve en el dibujo, y de este modo se podrán determinar despues los miembros menores con mas facilidad.

Para determinar la planta téngase presente que pueden ponerse las columnas separadas del pilar ó muro, ó bien apegadas á este como en la figura, en cuyo caso deberá quitarse á las columnas la tercera parte de su diámetro, y no la mitad como generalmente se ve en los muebles, pues tornean una columna y la sierran á la mitad y esto es muy feo, pues si bien es económico, es contra todo principio; porque aparecen las columnas mezquinas y débiles. El ancho de los pilares en los pórticos con pedestal es de cuatro módulos, y sin pedestal tres; así que el ancho de las fajas de los arcos ó *archivoltas a* (fig. 3 y demás) es de un módulo en los pórticos con pedestal, y medio en los sin pedestal. La altura de los arcos en los dos casos es dos veces su ancho, y la curva es un semicírculo perfecto, cuyo centro está en la línea superior de la *imposta*: para el grueso de los pilares ó muros no se ha fijado dimension alguna, pues esta depende del todo del edificio.

El órden toscano, que se distingue de los demás por la sencillez en sus molduras y la robustez de sus columnas, fue inventado en la Toscana, provincia de Italia, de donde tomó el nombre; los pobladores de aquel país que habian venido de la Lidia estaban continuamente en guerra con los pueblos vecinos, por cuya razon se ocupaban mas de la seguridad en sus edificios que de su hermosura, de lo cual proviene la solidez de este órden, que es su carácter distintivo.

ÓRDEN DÓRICO.

Este órden es el mas robusto de los tres griegos y de un carácter majestuoso: fue inventado por los doros en la Grecia, y es el mas antiguo de todos los órdenes; se distingue por los *triglifos* A que adornan el friso, estos figuran unas chapas de bronce que ponian para cubrir las cabezas de los maderos que descansaban sobre el arquitrave, en estas chapas hacian unas ranuras ó canales *a*[1] en chaflan,

debajo del listel del arquitrave se figuran unas gotas que indican el agua que escurre de las canales del triglifo, encima de estos se colocan los modillones B que sostienen la corona de la cornisa; estos y los triglifos deben colocarse de modo que coincidan con el medio de los ejes de las columnas y de los arcos, su ancho es de un módulo, y debe quedar entre dos triglifos un espacio cuadrado de un módulo y medio que se llama *metopa*; en las columnas se hacen veinte canales que se llaman *estrias* que terminan en arista viva.

Para trazar este órden se seguirá el método indicado en el anterior, y para trazar las aristas se trazará un semicírculo C que será la proyeccion horizontal de la caña de la columna, se dividirá este en diez partes iguales, como se ve en la figura, y con una de estas por radio se determinará en cada una el punto *c* que será el centro para determinar la curvatura de la estria que se verá mejor en C'.

El cuarto bocel O del capitel de este órden y del jónico y compuesto suele adornarse con unas frutas en forma de huevo colocadas en unos cascarones ó cazoletas separadas con flechas (véase lám. 2.ª, parte 1.ª): para determinar estos óvolos ó huevos se dividirá la proyeccion horizontal del cuarto bocel ú ovario (fig. 5) en tantas partes iguales como óvolos ha de contener, de modo que caiga cada uno á plomo de una estria: por los puntos de division se trazarán unos radios *fghi* &c., y estos serán los ejes de simetría de cada flecha, y en medio de estos se trazarán otros radios que serán los ejes de simetría de los óvolos como *no* &c.: para obtener la curvatura de estos se observará que como el cuarto bocel se presenta inclinado en las dos proyecciones, será preciso moverle de modo que se presente de frente; para esto por los dos extremos de la curva *ab* (fig. 4) se trazará una línea y perpendicularmente á esta las dos paralelas *ar* y *bs*: trácese paralelamente á *ab* y á cualquiera distancia de esta la línea *n'o'*, que será el eje de simetría en la nueva posicion; trasládense las distancias *og*, *oi* y *nf*, *nh* á los puntos *g'i'*, *f'h'*, y se tendrán los ejes de las flechas: para dibujar estas, el óvolo y el cascaron, segun se ve en la figura, en la cual está representado

de frente para trasladarlo á la fig. 5, que se hará fácilmente si se divide la curva *a b* en un número de partes iguales, y por los puntos de division *c d e* se traza unas horizontales, y por estos mismos puntos unas paralelas á la línea *a r*, sobre las cuales se tomarán las distancias desde el eje *o′ n′* á los diferentes puntos de las curvas del cascaron y demás, y se trasladarán á la fig. 5 sobre los círculos correspondientes *c′ e′ d′* para poder dibujar los óvolos en proyeccion horizontal, y trasladarlos despues á la vertical (fig. 4) segun se van presentando en escorzo, como se ve mejor por el eje *m′ t′ u′*, pues segun se van separando del centro se presentan mas estrechos y escorzados (1).

Para representar un pórtico se seguirá el método aplicado en el órden toscano, y las dimensiones de estos se encontrarán en la tabla, así como las de los *intercolumnios*, que son los espacios que se dejan entre las columnas que no llevan arcos. Los pilares en los pórticos con pedestal tienen cinco módulos de ancho con el objeto de que venga bien la division de los triglifos y de las metopas.

ÓRDEN JÓNICO.

Este órden tomó el nombre de Jonio, caudillo de una colonia ateniense que pasó al Asia, y le compuso y empleó en varios templos que edificó en Jonia. Es mas delicado y elegante que el dórico; su módulo se divide en diez y ocho partes. La cornisa es muy graciosa, tanto por sus perfiles cuanto por los dentículos A que la adornan, los cuales dejan un espacio entre sí de dos partes, que es la mitad de su ancho, y deben colocarse de modo que caiga uno en medio del eje de la columna y de

(1) *Como el pequeño tamaño de las figuras no permite indicar sino los puntos mas principales de esta operacion, convendrá que los profesores presenten á los discípulos un dibujo en mayor escala para facilitarles este estudio, que no deja de ofrecer alguna dificultad á los principiantes, y lo mismo deberá hacerse con los capiteles jónico, corintio y compuesto.*

los arcos. El capitel tiene dos volutas en forma de espiral que parten de un círculo, cuyo centro está en la interseccion de la horizontal C trazada á doce partes debajo de la línea superior del cimacio y de la vertical B trazada á diez y ocho del eje, de modo que de centro á centro de los ojos de las volutas hay dos módulos. Para trazarlas se describirá primero un círculo con una parte por radio, que será el ojo, y en él se inscribirá un cuadrado, que le servirán de diagonales las líneas C y B, como se ve (fig. 6); los lados de este cuadrado se dividirán en dos partes iguales, y se colocarán los números 1, 2, 3, 4, que servirán para trazar la primera vuelta ó espira; para esto se hará centro en 1, y con la distancia 1 D (fig. 7) por radio se describirá el arco de círculo D 1′, se mudará el centro al 2, y con 2 1′ por radio se describirá 1′ 2′, y así sucesivamente se concluirá la primera vuelta ó espira que terminará en el núm. 4′; como la voluta tiene tres espiras se dividirán las distancias desde 1 hasta *c*, desde 2 hasta *c* &c. en tres partes iguales, como se verá mejor en la fig. 6, y los números 5, 6, 7, 8, servirán de centros para la segunda espira que terminará en 8′ (fig. 7), y los 10, 11 y 12 para la tercera que concluirá en 12′, y se tendrá el contorno exterior de la voluta.

Para trazar el interior que forma el listel ó filete, que es el tercio de la faja de la voluta, y debe conservarsele esta proporcion hasta llegar al ojo, se dividirán las distancias del 1 al 5, del 2 al 6 &c. (fig. 6) en cuatro partes iguales, y se tendrán los números 13, 14, 15, 16 y así sucesivamente, que servirán de centros para trazar el listel, y se tendrá concluida la voluta por un procedimiento inverso del que se indicó en la fig. 32 parte 1.ª, pues allí empezaba la voluta á arrancar desde el centro, que es en donde aquí termina; porque en la arquitectura se consideran formadas las volutas por una chapa de plomo ú otra materia colocada sobre la cabeza de la columna, cuyas orillas se enrollan hácia adentro. La parte exterior de la voluta se adorna con hojas largas, como se ve en B′, en el cuarto bocel se ponen óvolos, y en el bocelino se ponen perlas redondas interpoladas con otras largas, y estas deben

caer una debajo de cada óvolo, y las redondas en el espacio de la flecha; tambien se hace uso en este órden de un capitel llamado jónico moderno que tiene cuatro volutas colocadas á los ángulos como el compuesto, y de estas salen unos festones de flores que hacen muy buen efecto, como puede verse en el real palacio de Madrid: á la columna la hacen veinte y cuatro estrias, cuya curvatura es un semicírculo; estas estan separadas por una entrecalle ó listel, y lo mismo se observará en el corintio y compuesto, pues solo terminan en arista viva en el dórico.

La basa que está representada con el pedestal jónico se llama *ática*: es la mas graciosa de todas, y la que se emplea generalmente en este órden en lugar de la suya que es de mal gusto y muy recargada de molduras: tambien la emplean en el corintio y compuesto por mas sencilla; se compone de dos toros y una escocia *a* con dos filetes; en este órden y en los dos siguientes el filete *b* del imoscapo no está comprendido en el módulo de la basa, como se ve bien en el dibujo.

ÓRDEN CORINTIO.

A este órden, cuyo carácter distintivo es la riqueza, se le engalana con varios adornos que se hacen en las molduras, como hojas de acanto, de agua, perlas, óvolos y otros follajes, que hemos visto en la lám. 2.ª, parte 1.ª: los modillones de la cornisa tambien estan adornados de una hoja de acanto que hace muy buen efecto; el capitel, mas alto que en los otros órdenes, es una porcion de cilindro, al cual llaman *vaso ó tambor*, adornado de hojas de acanto ó de olivo, y de en medio de estas salen unos vástagos arrollados en espiral que forman las volutas y caulículos. Vitrubio atribuye la invencion de este capitel á *Calímaco*, escultor en Corintio, de donde tomó el nombre.

Para trazar este capitel se trazarán dos líneas perpendiculares entre sí 4 *e* y *df*, y en su interseccion C se hará centro, y con un radio de dos módulos se describirán sobre estas líneas unas porciones de círculo que serán los extremos del cimacio, que tendrá de ancho cuatro

partes desde *a* hasta *b*, con la distancia *ed* por radio y desde estos puntos se trazarán dos arcos de círculos, y en su interseccion *c* se tendrá el centro para trazar la curva *bd* del cimacio y las demás que forman las molduras que le componen; para obtener las hojas se trazarán en la proyeccion horizontal dos círculos con la dimension que indican los números, y estos determinarán la salida de las hojas mayores y menores: divídanse estos círculos en diez y seis partes iguales, y por estos puntos se trazan unos radios que serán los ejes de simetría de las hojas, sobre los cuales se dibujará primero el nervio principal, y se contorneará para levantarlas despues á la proyeccion vertical como se ve en el dibujo. Para trazar las volutas obsérvese que como estas se presentan en la proyeccion vertical algo inclinadas por la curvatura del abaco, convendrá proyectarlas primero horizontalmente y elevarlas despues, y lo mismo se hará con los caulículos: en el abaco tiene un floron A que suele ser una hortensia ó margarita, esta ocupa además del abaco el labio del tambor (1). El pedestal de este órden, para ser la tercera parte de la columna, debe tener solo seis módulos y dos tercios; pero algunos le dan hasta siete módulos porque suponen que así hace mas esbelto.

ÓRDEN COMPUESTO.

Este órden lo compusieron los romanos: es una mezcla del jónico y corintio, y sus proporciones generales son las mismas que en el corintio. El capitel no tiene caulículos, las volutas son mayores, y tiene el ovario y las perlas como el jónico; para trazarle se seguirá el mismo método que en el anterior.

---

(1) *Este capitel se encontrará en mayor tamaño en la 2.ª lámina de la 3.ª parte, y se verán mejor todas las partes de que consta.*

Tabla de las medidas de los intercolumnios y de los pórticos.

	TOSCANO.	DÓRICO.	JÓNICO.	CORINTIO Y COMP.to
Intercolumnios de eje á eje.	$6\frac{2}{3}$ mód.s	$7\frac{1}{2}$ mód.s	$6\frac{1}{3}$ mód.s	$6\frac{2}{3}$ mód.s
	SIN PEDESTAL.			
Pórticos de eje á eje. . . .	$9\frac{1}{2}$ mód.s	10 mód.s	$11\frac{1}{2}$ mód	12 mód.s
Distancia de la imposta al arquitrave.	$4\frac{1}{2}$ mód.s	$5\frac{1}{2}$ mód.s	$5\frac{1}{4}$ mód.s	$6\frac{1}{2}$ mód.s
Vano de los arcos.	$6\frac{1}{2}$ por 13	7 por 14	$8\frac{1}{2}$ por 17	9 por 18
	CON PEDESTAL.			
Pórticos de eje á eje. . . .	$12\frac{3}{4}$ mód.	15 mód.s	15 mód.s	16 mód.s
Distancia de la imposta al arquitrave.	$5\frac{1}{2}$ mód.s	$6\frac{1}{3}$ mód.s	$7\frac{1}{2}$ mód.s	8 mód.s
Vano de los arcos.	$8\frac{3}{4}$ por $17\frac{1}{2}$	10 por 20	11 por 22	12 por 25

El arco corintio y compuesto con pedestal tienen de alto algo mas que el doble de su ancho porque de este modo hace mas esbelto, y tambien porque suelen dar mas altura al pedestal que el tercio de la columna.

Aplicacion de los órdenes de arquitectura para decorar los muebles.

Los órdenes de arquitectura que llevamos descriptos son sin duda alguna el mas bello adorno para los muebles y edificios; pero no siempre pueden emplearse completos porque si se quisiese decorar un armario (por ejemplo) como este es un mueble para colocar objetos dentro, y lo que se desea es la mayor capacidad posible en la menor extension, es claro que solo el cornisamento haria perder una gran parte de la altura, pues aunque pudiera ponerse un cajon, como hacen algunos, es de muy mal uso porque está muy alto, y porque además ó se cortan todas las molduras con

la delantera de este, dejando en las juntas de los lados unas aberturas muy desagradables á la vista, ó para evitar este defecto dejan el cierre del cajon en los ángulos ó ingletes de las molduras, que tambien es muy perjudicial porque padecen mucho estas y se saltan fácilmente; por lo tanto, para evitar estos inconvenientes, convendrá tomar del cornisamento solamente la parte superior, que se llama la cornisa, y suprimir el friso y arquitrave.

La cornisa mas á propósito para el efecto es la jónica, porque además de perfilar muy bien es muy bella, y cuando no conviniese que fuese tan rica en molduras puede ponerse la toscana: estas dos cornisas tienen la ventaja de coronar muy bien un mueble porque tienen poco vuelo, pues este es próximamente igual á su altura. Esta clase de cornisas no se deben emplear con columnas ni pilastras porque hace muy mal efecto cuando carga inmediatamente la moldura inferior de una cornisa sobre el ábaco del capitel; en este caso se suprime el cimacio ó moldura superior del arquitrave y se une este á la moldura inferior de la cornisa y se tendrá una *cornisa arquitravada*, que es el nombre que se da á los cornisamentos cuando se les suprime el friso y se une el arquitrave á la cornisa, y en general se llaman *mutiladas* siempre que no sea un cornisamento completo.

Las columnas en un armario y otros muebles presentan el inconveniente de aumentar demasiado la salida sin ofrecer mas fondo útil, y esta es la razon que han tenido para poner medias columnas, que es contra toda regla como ya se ha dicho; por tanto no deben ponerse columnas ni pilastras en esta clase de muebles no llevando un cuerpo inferior resaltado que sirviendo de basamento al cuerpo superior del armario sirva tambien para asentar las columnas, pues estas no deben llegar al suelo, ni mucho menos ponerlas sobre pedestales aislados; tal es la regla que se debe observar en la estantería de una tienda, de una biblioteca &c.

Para determinar el ancho de estas cornisas se dividirá la altura del armario ó de la pared, si se corriese en una sala, en veinte partes iguales, y se tomará una para la

cornisa si fuese sencilla; pero si fuese arquitravada se dará lo menos una quinzava parte en el caso que sea sola, porque si se pone con columnas convendrá arreglarse á las proporciones del órden á que pertenezca.

Los huecos de las puertas y ventanas, y las delanteras de las tiendas, se guarnecen con unas fajas combinadas con varias molduras que llaman *jambas*, que no es otra cosa que la archivolta de un órden puesto en línea recta, el ancho de estas jambas debe ser la sexta parte del hueco que guarnece, y su grueso ó salida un sexto de su ancho.

Siempre que se quiera hacer uso de algun miembro de los órdenes de arquitectura para adornar un mueble ú otro objeto es preciso tener presente que no se deben prodigar mucho las molduras de modo que formen masas ridículas y pesadas á la vista; se deben usar con mucha circunspeccion para no recargar los muebles demasiado. Es necesario colocar las molduras en pequeños grupos de modo que la vista pueda distinguirlas fácilmente, teniendo cuidado de combinar las mas pequeñas con las mas voluminosas, y las partes rectas y filetes á fin de que resalten unas de otras, observando siempre las leyes de sencillez y variedad; reglas sobre que se funda el arte de decorar los muebles y monumentos, pero desgraciadamente se observa todo lo contrario en los principiantes que solo han aprendido el dibujo de los órdenes, pues creyendo que donde no hay un órden completo no hay arquitectura, los quieren poner en todas sus obras, y cometen mil absurdos.

Origen de los diferentes géneros de arquitectura.

Se llama *arquitectura* en general al arte de construir los edificios, y segun la clase y objeto de estos se divide en varias especies, que se designan con los nombres siguientes: *arquitectura civil*, *militar* y *naval*; y cuando las construcciones se hacen en el agua, como puentes, canales, puertos &c., se llama *arquitectura hidráulica*.

La arquitectura civil tiene por objeto la construccion de los edificios públicos y particulares, como son las iglesias, los teatros, los palacios, las casas particulares y otros

monumentos, y los que dirigen estas obras se llaman *arquitectos civiles*, y hacen sus estudios en la Academia llamada de nobles artes; y á los que además de construir estos edificios se dedican tambien á la construccion de puentes, canales y otras obras hidráulicas se llaman *ingenieros civiles*, y hacen sus estudios en la Escuela especial de caminos, canales y puertos.

La arquitectura militar tiene por objeto la construccion de las obras que sirven para la fortificacion de las plazas, como castillos, murallas &c., y á los que se dedican á estas se les distingue con el nombre de *ingenieros militares*; y por arquitectura naval se entiende la construccion de navíos y demás embarcaciones.

Hay tambien otra clase de ingenieros llamados de minas, cuyo objeto es la direccion de los trabajos necesarios para la extraccion de los minerales: estos necesitan conocer la construccion y levantamiento de planos como los demás ingenieros y arquitectos, por cuya razon principian unos y otros sus estudios por las matemáticas y la delineacion como base fundamental.

El orígen de la arquitectura ó arte de construccion se confunde con el del hombre, pues despues de atender este á su alimento como primera necesidad, trataria de proporcionarse un abrigo para libertarse de la intemperie de las estaciones y defenderse de los animales feroces, sirviéndose para esto de los huecos de los árboles y de las cavidades de las peñas, ó bien formando cabañas con los arbustos ó ramas que pudiese arrancar con sus manos, pues careceria de otros útiles, las cuales acabaria de cerrar con tierra, paja, y las piedras pequeñas que la naturaleza le ofreciese, como vemos todavía en las chozas de nuestros pastores: mas adelante, y segun se fueron aumentando las familias, se vieron precisados á procurarse habitaciones mas cómodas para vivir separados; así es que el genio de la arquitectura se ha ido desplegando segun las necesidades, y en proporcion que el hombre ha ido entrando en la civilizacion. Los hijos construian sus habitaciones cerca de las de sus padres, é igualmente los parientes, y este fue el principio de los lugares, ciudades y demás grandes

poblaciones: con el tiempo se fueron aumentando demasiado las familias, y se vieron precisados á dispersarse para encontrar nuevas tierras que cultivar, y de este modo se fue poblando todo el mundo.

Repartidos los hombres en familias por las diferentes partes del globo, y á largas distancias unas de otras, variarian bien pronto en costumbres, para lo cual influiria mucho el clima y los alimentos, y por consiguiente en el modo y forma de construir sus habitaciones, acomodándolas á sus necesidades, á los recursos que les ofreciese el terreno, y á sus leyes y religion, lo cual dió lugar á diferentes géneros de arquitectura, que tomó el nombre de las naciones que los inventaron.

Fácil es concebir que en España sucederia en el primer tiempo lo mismo que en las demás naciones: los primeros moradores habitaron en chozas ó cabañas mas ó menos cómodas que sucesivamente irian mejorando; entre las diversas naciones que vinieron á establecerse en España, los primeros que construyeron algun edificio notable, segun cuentan los historiadores, fueron los fenicios, estos construyeron un templo que dedicaron á Hércules y otro á Diana: despues los cartagineses construyeron en varias ciudades palacios y fortalezas y un magnífico templo en Cádiz que dedicaron tambien á Hércules por el que habian destruido á los fenicios en Medina-Sidonia: mas adelante los romanos conquistaron á España y construyeron muchos y grandiosos edificios con solidez y buenas reglas que habian aprendido de los griegos, por lo cual se llama á este género de arquitectura greco-romana, cuyo adorno principal consistia en las esbeltas columnas que sostienen el bellísimo cornisamento y sus arcos semicirculares, como se ve en la lámina 4.ª, cuyo buen gusto y reglas tomaron los españoles, que bien pronto se igualaron á los romanos en el arte de construir. Entre unos y otros construyeron en aquella época, que fue de mas de doscientos años, muchos y suntuosos edificios, como lo prueban bien algunos que aun se conservan en buen estado, y las muchas ruinas y vestigios que se encuentran por toda España, como puede verse en la obra titulada

Sumario de las antigüedades romanas de España por D. Juan Agustin Cean Bermudez, obra muy interesante, y que hace mucho honor á su autor.

La venida de los vándalos y de otros bárbaros que inundaron la España á principio del siglo V no solo paralizó los progresos de la arquitectura greco-romana, sino que destruyeron casi todas las obras; y aunque los godos, que arrojaron á estas naciones, construyeron algunos edificios, fue con los fragmentos de los romanos que colocaban sobre paredes de tierra toscamente construidas, pues ocupados continuamente en la guerra desconocian la arquitectura, y en los edificios que construyeron empleaban por lo general arcos rebajados de formas muy variadas; así que este género es muy diferente del que por equivocacion se le da el nombre de arquitectura gótica como veremos.

Los árabes, que vinieron á España en 713, arruinaron la mayor parte de los edificios que habian construido los godos en las continuas guerras que tuvieron con estos, y particularmente los templos como enemigos que eran de la religion cristiana; pero apoderados al fin de la mayor parte de la nacion se dedicaron á construir toda clase de edificios, y como muy instruidos en las matemáticas y demás ciencias formaron un nuevo género de arquitectura, que, aunque en nada se parecia á la greco-romana, no carecia de solidez, buen gusto é inteligencia: los arcos principales eran en forma de herradura ó media luna como símbolo de este planeta á quien ellos tenian mucha devocion; tambien hacian uso de los arcos puntiagudos que habian tomado de los egipcios, los cuales arrancaban de unas columnas largas y delgadas con cortos capiteles muy adornados de follajes que servian de imposta á los arcos; no usaban pedestales, y los cornisamentos no eran por lo general muy anchos; el friso era espacioso y se unia con una media caña ó escocia á la cornisa ó corona que constaba de pocas molduras: en los frisos, que llamaban almozárabes ó ajaracas, ponian muchos y graciosos adornos de grecas, cintas, letras y flores, moldados en yeso ó estuco y concluidos á hierro: no usaban en sus adornos ninguna figura humana ni de

animales porque les estaba prohibido por su religion. Los salones eran altos y cuadrados generalmente, tenian pocas ventanas y colocadas á mucha altura, sin duda para que no pudiesen asomarse sus mujeres por la costumbre que tenian de no dejarlas ver: en medio de cada ventana ponian una columnita, y dos ó mas á los lados para sostener unos pequeños arcos puntiagudos muy adornados, y en los espacios que quedaban entre estos y el arco principal que forma el hueco de la ventana ó ajimez hacian muchos y muy vistosos calados.

Los techos de los salones eran de maderas odoríferas, como el cedro y otras; formaban un artesonado con primorosos adornos, cuyos fondos ó centros pintaban de oro y azul oriental tan permanente que aun se conserva este color en muy buen estado como se ve en algunos edificios: las puertas tenian á la parte superior la misma forma que el hueco ó arco, y estaban primorosamente ensambladas; tenian muchos adornos de poco relieve en los tableros ó entrepaños, y por lo general un pequeño postigo en cada hoja; usaban mucho de los azulejos en forma de triángulos de color azul oriental, con los cuales formaban zócalos muy vistosos en la parte baja de las paredes, y fajas y otros adornos en los suelos, cuyo uso es muy frecuente aun en el reino de Valencia.

Muchos fueron los edificios que construyeron los árabes durante su larga dominacion, de los cuales fueron arruinados algunos en las continuadas guerras que los hicieron los cristianos hasta que los arrojaron de España: en donde se conservan mas edificios árabes es en Granada; *la Alhambra* que se concluyó en 1346, el Generalife y otros monumentos y casas particulares marcan bien este género de arquitectura, que en nada se parece á los demás. El Alcázar de Segovia pertenece tambien á esta arquitectura, y otros edificios de esta ciudad, en los cuales se encuentran muchas preciosidades artísticas del gusto árabe que D. José María Abrial, profesor de perspectiva, bien conocido por sus obras, ha estudiado detenidamente y dibujado con mucha precision, recopilando además todas las noticias que ha podido adquirir relativas á su historia y

construccion que se hallaban diseminadas *en los diferentes archivos tanto del Gobierno como de los conventos y particulares*; estos importantes trabajos que he tenido el gusto de ver seria de gran utilidad que se publicasen; pero el excesivo coste del litografiado de las láminas hace que sea una empresa demasiado difícil para un particular, por lo cual, á pesar de los buenos deseos de su comentador, carecerán por ahora los artistas de tan preciosos documentos. De los arquitectos árabes aprendieron los mozárabes, que eran los cristianos sometidos á los moros; pero como tenian diferente religion variaron los adornos, introduciendo en ella la figura humana y de animales, y como este género de dibujo estaba abandonado eran las figuras imperfectas y de mal gusto, colocaban unas vigas en los frisos de las cornisas debajo del arranque de los artesonados de los techos que atravesaban los edificios y se componian de varias piezas muy bien ensambladas que formaban cuadrados, rombos y otras figuras geométricas, cuya costumbre duró muchos años como puede verse aun por un libro que existe en la biblioteca nacional de Madrid con el título de *Compendio del arte de carpintería*, publicado en Sevilla en el año de 1632 por Diego Lopez de Arenas, en el cual da reglas y medidas para trazar los techos y alfardas y algunos dibujos, aunque muy confusos por el mal grabado; y aun en Valencia de D. Juan, inmediato á Leon, he visto en 1840 parte del techo de una iglesia de esta construccion, y se encuentran otras varias en aquellas inmediaciones. En Segovia el techo de la iglesia del convento de las monjas de S. Antonio el Real es la mitad de este género, y la otra mitad mas moderna; y en Sevilla y Toledo son muy comunes estos techos: quitaron tambien los arcos de herradura y los que usaban eran puntiagudos que arrancaban de unos grupos de columnas muy delgadas arrimadas á la pared ó pilar, y de este modo variaron el carácter de la arquitectura árabe y degeneró en otra que duró mas de tres siglos, á la cual dieron varios nombres. Por otra parte los asturianos, leoneses y castellanos, que ocupados continuamente en hacer la guerra á los moros habian progresado muy

poco en este arte, seguian sus costumbres, y los pocos edificios que construyeron eran oscuros y groseros con mezcla del romano y godo; pero libres ya de sus enemigos, construyeron otros con mas inteligencia y gusto, aunque de arquitectura fuerte y sencilla, y la llamaron gótico-moderna para distinguirla de la otra anterior, la cual continuó hasta el siglo X. Los que mas contribuyeron á variar completamente el carácter de la arquitectura fueron los cruzados que volvieron de la Tierra Santa; estos introdujeron la forma de cruz que se advierte en las plantas de las iglesias, y el uso de las máquinas y otros aparatos de guerra en los adornos: adornaban los machones ó pilares principales con columnillas muy delgadas, imitando los vástagos de las palmas de Palestina, que subian unidos hasta el arranque de las bóvedas, por las cuales se extendian simétricamente para reunirse en el centro en un floron ó remate calado con vistosos adornos: por los muchos calados y adornos que usaban, imitando los penachos y crestas de las aves, llamaron tambien á este género *obra de cresteria*, y *gótico-germánica* porque estaba muy en uso en aquel tiempo en la Germania. A este género de arquitectura pertenece la catedral de Leon que se principió en 1199, segun dice la España sagrada, la de Búrgos en 1221, la de Toledo en 1226, la de Sevilla en 1405, y otras que pudieran citarse, cuyos adornos de filigrana y vidrieras de labor con diferentes colores manifiestan el gusto y delicadeza de aquella época. La grande elevacion de las bóvedas que hacen tan majestuosos estos templos, la ligereza y atrevimiento con que están construidos, y la solidez tan demostrada por el tiempo que ha trascurrido desde su construccion hasta el dia en que admiramos aun estos edificios prueban bien que los arquitectos gótico-germánicos no desconocian el arte de construir, si bien en sus adornos se entregaban á la variedad y al capricho.

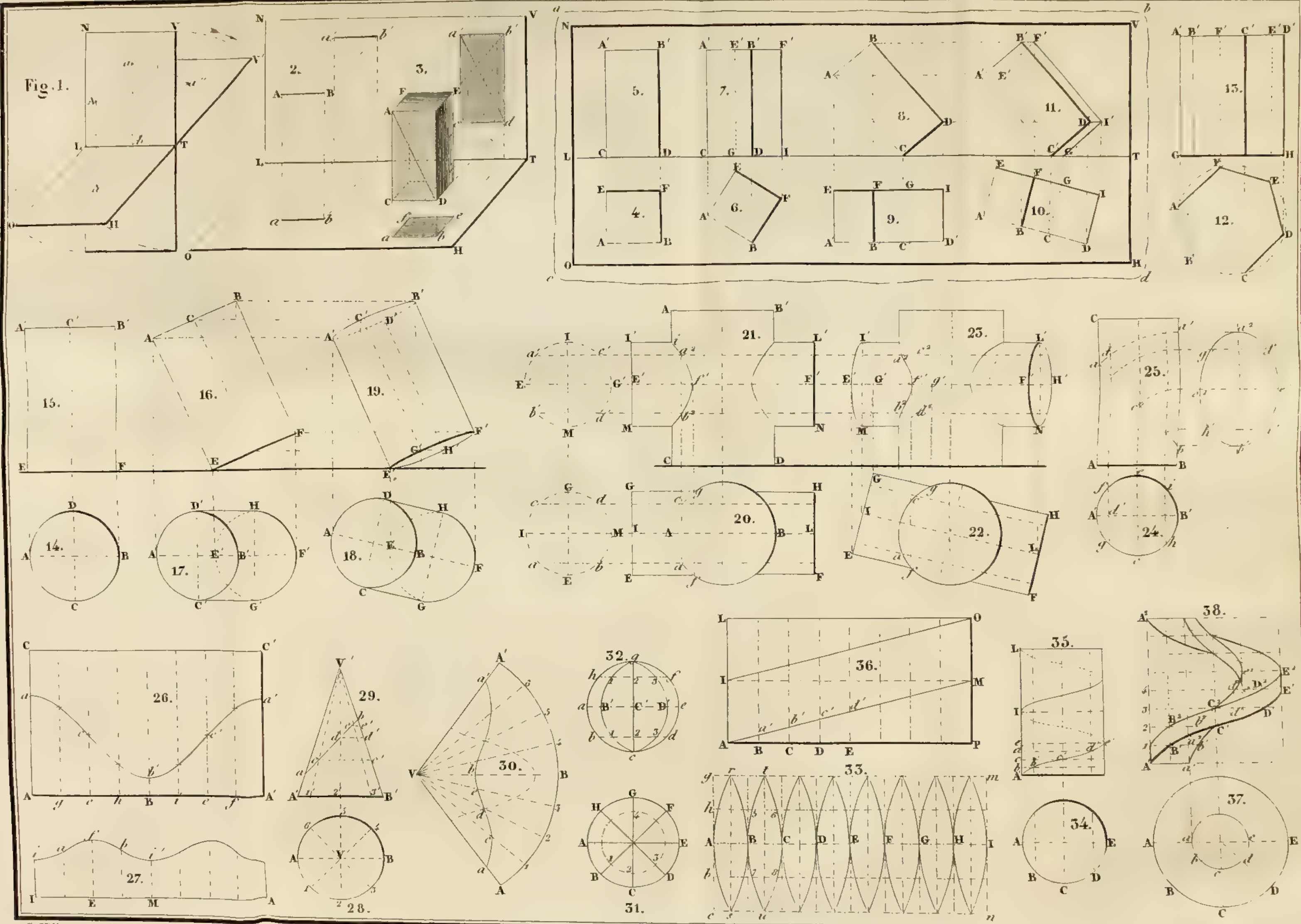
Estuvo en uso la arquitectura gótico-germánica hasta que en 1504 construyó Enrique Egas el colegio mayor de Sta. Cruz de Valladolid y el hospital de expósitos de Toledo, en cuyos edificios se advierte una mezcla de gótico

y greco-romano. Con este motivo volvió á ponerse en uso la arquitectura greco-romana, á lo cual contribuyó mucho un libro titulado *Medidas del romano* que compuso D. Diego de Sagredo, y se imprimió en Toledo el año 1526, del cual existe aun un ejemplar en la biblioteca nacional, en cuyas láminas se ven los órdenes greco-romanos descriptos con poco gusto y malas proporciones, con pedestales muy bajos y adornos ridículos, los cuales adoptaron los plateros para las custodias y demás ornamentos sagrados, por lo cual la llamaron *arquitectura plateresca*: el primer platero que la usó fue Antonio Arfe en la custodia que hizo para Santiago, en la de Medina, en la de Rioseco y en las andas para la custodia de Leon que habia hecho su padre Enrique al gusto gótico, así como la de Toledo y otras varias. Juan de Arfe y Villafañe, arquitecto y escultor en oro y plata, que aventajó mucho á su padre y á su abuelo Enrique y Antonio Arfe, mejoró mucho este género de arquitectura, como puede verse en su libro de la *Varia comensuracion*, que se publicó por primera vez en Sevilla en 1585, el cual ha sido reimpreso en Madrid en 1806, de que ya hablé en la 1.ª parte de esta obra al tratar del dibujo de la figura, y por las muchas obras de plata y oro que construyó, como las custodias de la catedral de Ávila, las de Osma, Valladolid y Sevilla, que él mismo describió en su libro. Entre los primeros arquitectos que la adoptaron en sus obras de cantería fue Pedro Machuca en el palacio que de órden de Cárlos V se empezó á construir en la *Alhambra* de Granada en 1527, en que puede decirse comenzó la época de la restauracion de la arquitectura greco-romana, la cual no llegó á su pureza hasta el 1563 en que Juan Bautista de Toledo trazó el suntuoso monasterio de san Lorenzo del Escorial, que concluyó su discípulo Juan de Herrera con grande aumento y mejoras; y el rey Felipe II dio una órden para que no se construyese ningun edificio público en España sin que Herrera aprobase los planos, por cuyo medio se logró volviese al grado de perfeccion que tenia en tiempo de los romanos, y continuó hasta mediados del siglo XVII en que comenzó á decaer por la extravagancia de los arquitectos que, queriendo

engalanarla con medallones, repisas y ridículos follajes, la quitaron otra vez las bellas formas y proporciones que habia vuelto á adquirir en tiempo de Toledo y Herrera, y llegó á tal grado su deformidad como puede verse por la detestable fachada del cuartel de Guardias de Corps de esta corte, la del Hospicio, Sto. Tomas con la escalera principal del convento y patio, la de S. Cayetano y otras varias de aquel tiempo que pertenecen á la arquitectura churrigueresca, llamada así porque la introdujo del extranjero un arquitecto nombrado José Churriguera, que construyó varias obras y trazó muchos retablos, de los cuales por fortuna se han quemado algunos en la época actual: este murió en 1725 y dejó dos hijos, que continuaron la obra de Sto. Tomas y la propagacion de la extravagante doctrina de su padre, la que continuó hasta que en el reinado de Felipe V, habiendo concebido este señor la idea de edificar un suntuoso palacio, mandó hacer los planos á D. Felipe Juvara, que era considerado en aquel tiempo por el mas célebre arquitecto de Europa, y por muerte de este continuó D. Juan Bautista Sachetti dirigiendo la ejecucion del modelo que existe hoy en el museo topográfico, el cual no se siguió, y se encargó al mismo Sachetti el proyecto del actual palacio, en cuyos trabajos se ocuparon varios profesores, entre los cuales se distinguió D. Ventura Rodriguez, que asistió á colocar la primera piedra de dicha obra que se empezó en 1737. En este tiempo y por mandado de Felipe V se formó en Madrid una junta que estableció la escuela pública de arquitectura como preparatoria de la real Academia de nobles artes que el mismo mandó formar, y que su hijo Fernando VI estableció con el título de S. Fernando, y con el tiempo se fueron estableciendo otras en las principales capitales de provincia, como la de la purísima Concepcion en Valladolid, y otras varias. Como fueron muchos los profesores que trabajaron en la obra del real palacio, y muchos tambien los discípulos que concurrieron á la Academia, bien pronto comenzó á renacer el buen gusto, y cuando mas progresó la arquitectura fue en el reinado de Cárlos III, como lo acreditan bien las muchas

obras que hizo construir, en las cuales se lee su augusto nombre. Este dió una real órden para que no se construyese ninguna obra pública sin que la Academia aprobase los planos, con lo cual se acabó de desterrar el mal gusto; tambien pensionó algunos de los jóvenes que mas sobresalian por sus progresos en el estudio de las bellas artes para que fuesen á perfeccionarse á Italia. Su hijo Cárlos IV, deseando imitar á su padre, hizo construir varias obras que confió al célebre arquitecto D. Juan de Villanueva, que por sus muchos conocimientos mereció el aprecio de los reyes Cárlos III y Cárlos IV, y de quien el señor Cean Bermudez dice en su interesante obra: "*Muy pocos arquitectos españoles, así antiguos como modernos, se igualaron á D. Juan de Villanueva en genio artístico, inteligencia en su arte, y en el delicado gusto en el ornamento:*" lo cual prueban bien sus muchas obras, y entre ellas la que le inmortaliza es la del museo de pinturas situado en el paseo del prado de Madrid, que inventó, trazó, y principió su construccion de órden de Cárlos III en 1785, y continuó de órden de Cárlos IV: estuvo pensionado en Roma siete años para perfeccionarse en las bellas artes, fue nombrado director general de la Academia y arquitecto mayor de Madrid, le confirieron los honores de comisario ordenador, y despues intendente de provincia. Nació en Madrid de familia artística, su padre, llamado tambien D. Juan, fue un célebre escultor, el cual trabajó mucho para que se estableciese la Academia, y fue de los primeros directores de los estudios que puso la junta preparatoria y despues de la Academia, á los cuales hizo asistir á sus dos hijos; D. Diego, que era el mayor, trabajó en la obra del real palacio de Madrid con el destino de delineador bajo la direccion de Sachetti, fue nombrado director de arquitectura en la real Academia en 1756, y de perspectiva en 1772; y D. Juan, que fue el menor, y de quien se ha hablado primero, hizo sus estudios bajo la direccion de su padre y hermano, á quienes aventajó muchísimo, murió en Madrid en 1811 á los setenta y un años de edad; y puede decirse que desde ese tiempo, si no ha decaido la arquitectura, tampoco ha progresado, no por

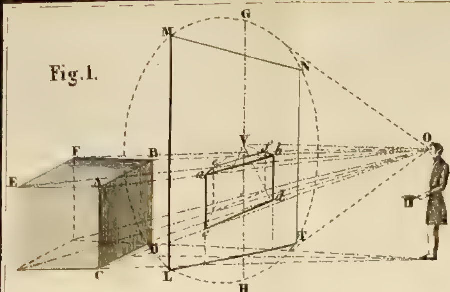
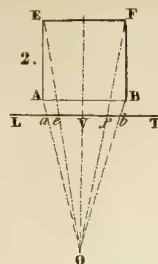
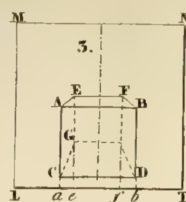
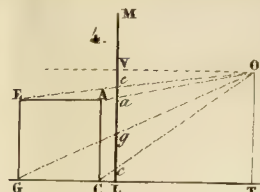
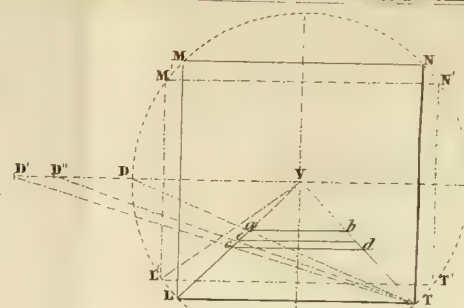
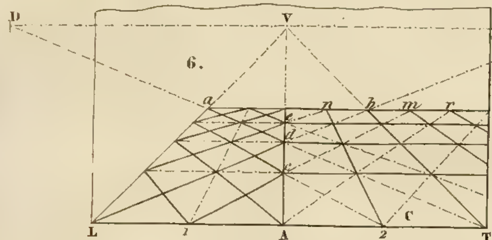
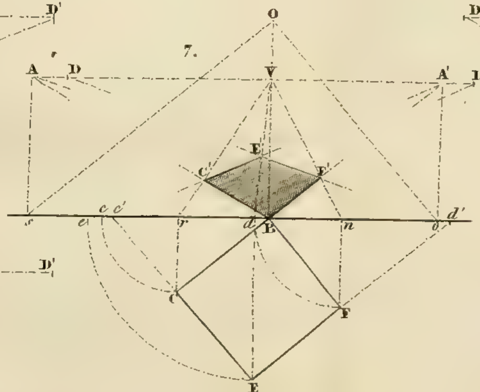
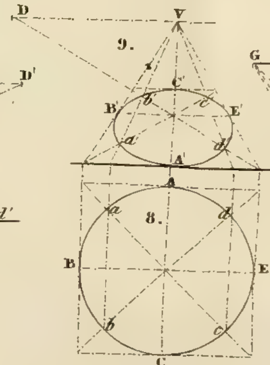
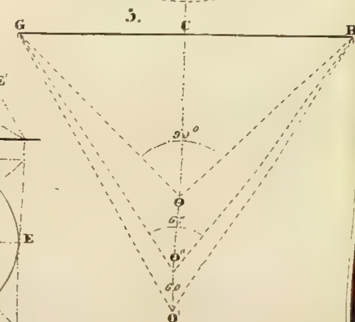
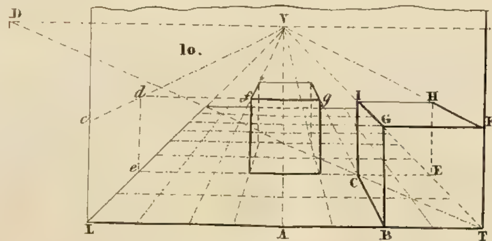
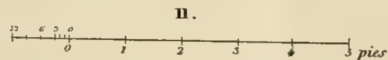
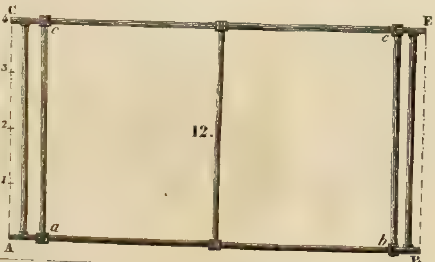
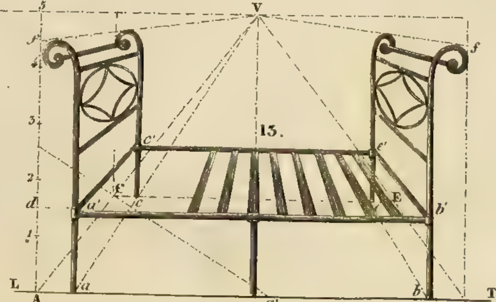
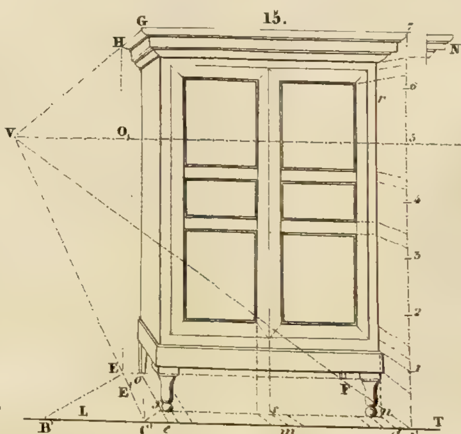
falta de buenos arquitectos, sino porque con las continuas disensiones políticas no se han construido edificios notables, en los cuales hayan podido desplegar sus conocimientos, pues ha estado limitada la construccion á casas particulares edificadas por especulacion, en las cuales ha tenido poco lugar el ornato; pero desgraciadamente se va introduciendo un nuevo género de arquitectura en los adornos interiores de las habitaciones, en las tiendas y fachadas de estas, y aun en los muebles, á la cual llaman gótica ó de la edad media, y que no es otra cosa que una mezcla ridícula hecha por quien no conoce ningun género de arquitectura; en algunos, no obstante, se encuentra buen gusto y correccion en los adornos, merced á que han sido ejecutados por algunos de los buenos tallistas que aun tenemos, pero hay otras que deberian quemarse; y en donde se advierten mas extravagancias es en los muebles, pues queriendo adornarlos sin conocer el dibujo, meten la gubia en la madera y hacen unos surcos, á los cuales llaman adornos; por lo tanto encargo mucho á los artesanos que para no caer en semejantes defectos estudien bien el adorno y las reglas de los cinco órdenes de arquitectura, seguros que con estos elementos, aun cuando quieran separarse de ellas, no irán tan desacertados en sus obras, ni carecerán del buen gusto y sencillez, que es lo que mas agrada. Con este objeto he presentado estas nociones de arquitectura, pues aunque nada ofrezca de nuevo por hallarse tratadas con mas extension en otras obras, no estan al alcance de todos, ya por necesitarse mayores conocimientos para poderlas comprender, ó ya por su excesivo precio; por lo cual he creido hacer un servicio á las artes poniendo estos conocimientos al alcance de los artesanos, á fin de que adquieran inteligencia y buen gusto.



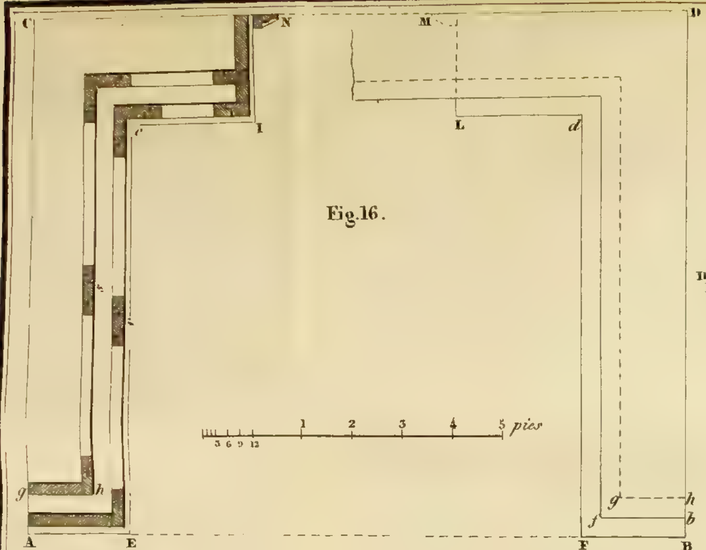
I. Villanueva

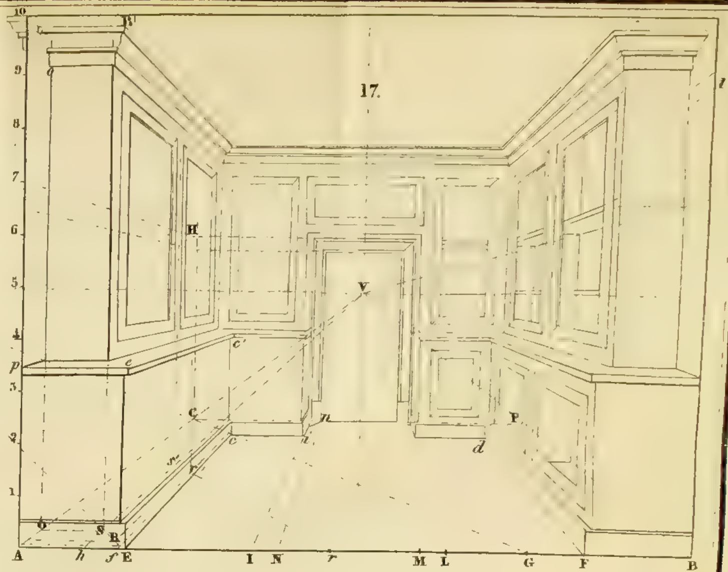
J.º de Gangoiti lo g.º

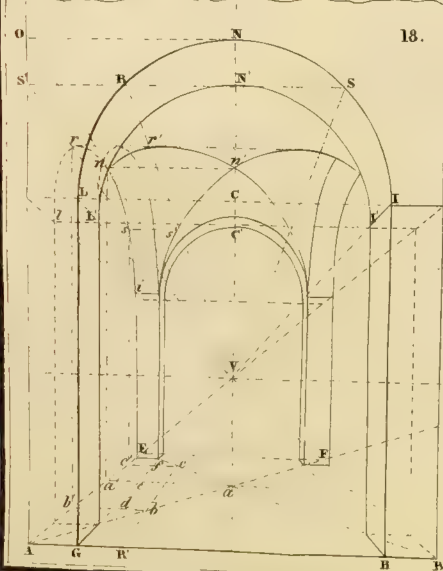



Fig.1.

2.

3.

4.


6.

7.

9.
8.

5.

10.

11.
pies

12.

13.

15.

14.









I. Villanueva.

Gangoiti lo g.o

Órdenes de Arquitectura.

TOSCANO. DÓRICO. JÓNICO. CORINTIO. COMPUESTO.

Cornisa. 1 M. 2 P.
Friso. 1 M. 2 P.
Arquitrabe 1 M.
Capitel. 1 M.
Caña de la columna. 12 M.s
Basa 1 M.
Pedestal. 2 M. 6 P.

Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Faja del Arco.
Imposta
DÓRICO.
TOSCANO.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.

I. Villanueva.

J. de Gangoiti lo gº

CURSO DE DIBUJO INDUSTRIAL,

Ó LECCIONES DADAS

EN LA ENSEÑANZA DE LA DELINEACION

APLICADA A LAS ARTES Y A LAS MAQUINAS

EN EL CONSERVATORIO DE ARTES DE MADRID.

POR DON ISAAC VILLANUEVA,

PROFESOR DE DELINEACION, CONSERVADOR FACULTATIVO DEL GABINETE DE MÁQUINAS Y ENCARGADO DE LA DIRECCION DE LOS TALLERES DE CONSTRUCCION EN DICHO ESTABLECIMIENTO; PROFESOR DE DIBUJO LINEAL EN OTROS VARIOS, É INDIVIDUO DE DIFERENTES CORPORACIONES CIENTÍFICAS, LITERARIAS Y ARTÍSTICAS.

PARTE TERCERA.

Contiene el trazado geométrico de las sombras y las reglas del claro-oscuro con aplicaciones á los órdenes de arquitectura en cuatro láminas.



MADRID:

IMPRENTA DE D. JULIAN VIANA RAZOLA.

1845.

Se vende en Madrid á 20 rs. vn. en la librería de D. Julian Viana, calle de la Cruz, y en la de Hurtado, en la de Carretas.

TRAZADO GEOMÉTRICO

DE LAS SOMBRAS.

LÁMINA 1.ª

La luz se propaga por todos lados en línea recta; y se llama *rayo de luz* á cada recta trazada desde un punto cualquiera de un cuerpo *luminoso* al ojo, ó á los diferentes puntos de un cuerpo alumbrado.

Si el cuerpo luminoso se encuentra á una gran distancia del objeto alumbrado, como por ejemplo el sol relativamente de la tierra, los rayos de luz, que llamaremos *rayos luminosos*, se consideran como paralelos entre sí; este caso se presenta en el dibujo geométrico, donde se consideran siempre los cuerpos alumbrados por la luz del sol.

Se llama *luz directa* cuando está trasmitida sin interrupcion alguna desde el punto luminoso al objeto alumbrado. Los cuerpos alumbrados por la luz directa tienen todos, aunque á diferentes grados, la propiedad de *reflejarla;* es decir, de repartirla por todos los puntos del espacio: esta luz así diseminada por todos lados se llama *luz reflejada*, y puede tambien hacernos visibles los objetos que estuviesen privados de luz directa. Toda privacion de luz produce una oscuridad mas ó menos intensa, que se llama *sombra*.

Se distinguen dos especies de sombras, á saber; las sombras *propias*, y las sombras *arrojadas*. La *sombra propia* de un cuerpo es aquella que está sobre la parte de su superficie opuesta á la luz: así en el cubo (fig. 1) la cara DF y demás que se hallan ocultas estan en sombra propia, porque por la posicion misma del cuerpo estan situadas opuestamente á la direccion de los rayos luminosos, y lo mismo sucede en el prisma octagonal (fig. 14) y en una parte de la superficie del cilindro (fig. 15) opuesta á la luz, y en las molduras (fig. 16 y 17).

Se entiende por *sombra arrojada* la que causa un cuerpo sobre la superficie de otro, interceptando los rayos luminosos; así la sombra G *b c d* E (fig. 1) que está sobre el plano horizontal PH proviene del cubo colocado sobre esta superficie; pues sin él esta parte estaria indudablemente alumbrada: tambien se llama *sombra arrojada* la que produce un cuerpo sobre sí mismo si proviene de ciertas partes que sobresalen de las otras, como veremos (*).

El límite de la sombra propia de un cuerpo, es decir la línea que separa la parte alumbrada de la que no lo está se llama *línea de separacion de luz y sombra*; tal es la línea BB' (fig. 9, 11 y 12) y *cc'e* (fig. 15) determinadas por el contacto de los rayos luminosos con la superficie de los cuerpos, cuyos rayos prolongados sirven tambien para determinar *la sombra arrojada*, como veremos despues.

(*) En el Diccionario de la lengua de la Academia española y en algunos autores antiguos se encuentran estas sombras con el nombre de *esbatimentos*; pero no habiendo hallado una perfecta conformidad entre estos, pues unos llaman *esbatimento* solamente á la sombra que causa un cuerpo sobre el suelo, muro ó planos inmediatos, y otros á esta y á las que causan sobre sí mismos, y aun á las sombras en general, de lo cual resulta confusion en la explicacion, he preferido, para mayor claridad, la clasificacion que se encuentra en las obras modernas de *sombras propias y arrojadas*.

Fig. 1, 2 y 3. *Determinar la direccion del rayo luminoso.*

Acabamos de decir que se consideran los rayos de luz como paralelos entre sí; de lo cual resulta que es suficiente para trazar las sombras dar uno de estos rayos en una direccion cualquiera; pero habiéndose adoptado en el dibujo por regla general que sea de izquierda á derecha, siguiendo la diagonal de un cubo colocado paralelamente á los dos planos de proyeccion, la proyeccion de un rayo luminoso será precisamente una línea que formará un ángulo de 45.° con la línea de tierra: así pues si en el cubo (fig. 1) colocado sobre el plano horizontal PH consideramos las caras CG y GE como planos de proyeccion horizontal y vertical, la línea AF diagonal del cubo y direccion del rayo luminoso R se proyectará horizontalmente en A′F, y verticalmente en BF sobre las diagonales de dichas caras, las cuales dividen el ángulo recto ó de 90.° en dos partes iguales; y por consiguiente forman un ángulo de 45.° con la línea de tierra en las dos proyecciones como se ha dicho y como está representado por la flecha RR′ (fig. 2 y 3).

Si al rayo luminoso AF′ (fig. 3) se le hace girar sobre el plano horizontal hasta colocarle en F′*a* paralelamente al plano vertical, se proyectará en este en F*a*′ (fig. 2) y se tendrá un ángulo de 35.° 15′ 50″, que es el que forma la diagonal del cubo con el plano horizontal y la verdadera inclinacion con que cae el rayo luminoso considerado en el espacio. Este ángulo que hemos obtenido por el rebatimento del rayo sobre el plano vertical de proyeccion, á fin de conocerle mejor, nos servirá para simplificar el trazado de las sombras en algunos casos, como en la esfera y otros cuerpos redondos, cuya aplicacion veremos en la figura 19.

Cuando se quiere dejar un dibujo con solo líneas, como hemos hecho hasta ahora con las figuras que nos han servido de estudio en la *primera* y *segunda parte* de esta obra, y como generalmente se hace con los dibujos que sirven para la construccion, se ha convenido indicar por líneas mas gruesas los contornos que pertenecen á las superficies en sombra que esten terminadas en arista viva, y no se colocan en las líneas que limitan superficies redondas porque son contornos aparentes; por ejemplo en un círculo que representa una esfera, en la generatriz extrema de un cilindro, de un cono &c. no se ponen líneas de sombra. Esta convencion, además de embellecer el dibujo, ofrece la ventaja de hacer conocer fácilmente las partes que estan en relieve y las que estan en hueco, y los cuerpos formados por superficies planas y curvas. Así que, si por los puntos *c e* y *b d* (fig. 2 y 3) se trazan unas líneas paralelas al rayo luminoso, es fácil conocer que las aristas *c*F*e* y *b*F′*d* que pertenecen á las caras que estan en sombra deberán ser mas gruesas.

Cuando el cuerpo proyectado es redondo, como por ejemplo el cilindro (fig. 15), se trazan dos rectas paralelas á la direccion del rayo luminoso y tangentes á la base á fin de conocer el semicírculo *c b d*, que es la parte que está en sombra y que se debe reforzar empezando suavemente por los puntos de tangencia *c d*, dando su mayor grueso á la parte *f*; y si el cilindro fuese hueco se colocaria la línea mas gruesa al lado opuesto, por ser este el de la sombra, y el mayor grueso lo tendria en *a*. En la proyeccion vertical no se debe poner línea gruesa porque la generatriz extrema del cilindro, aunque en sombra, no indica mas que el contorno aparente, como ya hemos dicho.

Fig. 4. *Dado el rayo luminoso, trazar la sombra que causa un cubo sobre el plano horizontal.*

Hemos dicho que la sombra arrojada por un cuerpo procede de los rayos luminosos interceptados por este. Por la fig. 1 se ve muy bien que los rayos luminosos que caen sobre las tres caras que estan en luz no pueden alumbrar las opuestas, y mucho menos la parte G*bcd*EF, que es la sombra que arroja: para comprenderlo mejor, imagínese un plano de rayos luminosos que pasan tocando á la arista CD, límite de la luz por ese lado: dicho plano se encontrará con el horizontal en una línea *cd* paralela á CD; esta línea *cd* será la comun interseccion del plano de rayos luminosos con el horizontal PH, y el límite de la sombra correspondiente á la arista CD. Si consideramos lo mismo para las demás aristas BC &c., es fácil conocer que las líneas *d*EG*b* y *bc*, paralelas tambien á sus respectivas aristas, serán igualmente los límites de la sombra arrojada por el cubo que está colocado en perspectiva á fin de que se vea mejor el efecto.

Para determinar esta sombra geométricamente, trácense las dos proyecciones del cubo (fig. 4) colocándole paralelamente á la línea de tierra; trácense tambien las dos proyecciones RR′ del rayo luminoso, que formarán un ángulo de 45.° con la línea de tierra LT, y por los puntos BCD′ trácense tambien líneas paralelas al rayo luminoso R′, y por el punto D una paralela á R, que encontrarán á la línea de tierra en *c*: esta línea D*c* será la proyeccion vertical del plano de rayos luminosos que se dijo en D*d*C*c* (fig. 1), bajando ahora perpendiculares por los puntos E*c* y trazando por las intersecciones correspondientes las líneas *bc*′ y *c*′*d*, que serán paralelas á las aristas respectivas BC y CD′, se tendrá determinado el contorno de la sombra arrojada por el cubo sobre el plano,

y poniendo una aguada de tinta de china quedará completamente expresado.

La sombra arrojada por un cuerpo puede caer sobre un plano horizontal como el que acabamos de trazar, ó sobre el plano vertical como la fig. 5, ó tambien sobre los dos planos como fig. 6. El procedimiento es el mismo en todos los casos; pues se reduce á trazar líneas á 45.° en las dos proyecciones por varios puntos tomados sobre las líneas, que son comunes á las caras que estan en luz y á las que estan en sombra, las cuales se consideran otros tantos rayos luminosos; y determinando las correspondientes intersecciones de estos se encuentran las sombras, como hemos hecho en la fig. 4.

Se dice que se tomen los puntos sobre las líneas ó aristas comunes á las caras que estan en luz y sombra, porque si se examina bien la fig. 1 se verá que todos los rayos luminosos interceptados por un cuerpo, por ejemplo los que caen sobre la cara superior ABCD del cubo, alumbran esta cara, pero no determinan las sombras; y solo la determinan los rayos luminosos, que como C*c*D*d* &c. pasan tocando á la línea CD, arista comun á la cara superior que está en luz, y á la cara CDEF que está en sombra: y no siendo interceptados por el cuerpo bajan á encontrarse con el plano horizontal en la línea *cd*, sobre el cual cae la sombra como ya hemos visto.

Fig. 5. *Trazar la sombra que causa un paralelipípedo sobre el plano vertical colocado perpendicularmente á este.*

Trácense las dos proyecciones del paralelipípedo, y por los puntos ABC y A′C′ se trazarán líneas á 45.°, y por el punto de interseccion *c* con la línea de tierra se levantará una perpendicular que encontrará á la línea C en *c*′: por el punto de

intersección *a* se levantará otra perpendicular, y como A' es la proyeccion horizontal de A y B, se encontrará con estas en los puntos *a' b'*, y las líneas *a' b' c'* serán paralelas á las aristas ABC y determinarán la sombra. Tambien se puede determinar esta sin la proyeccion horizontal del objeto con solo trazar este, visto de lado; sea la línea PV la proyeccion del plano vertical sobre que está el paralelipípedo ó madero colocado y arroja su sombra, trácense líneas á 45.° por los puntos A^2 B', y por las intersecciones de estas con el plano unas horizontales que encontrarán sus correspondientes en los puntos *c' b' a'*, como se ve en la figura, y se tendrá la sombra igual á la obtenida anteriormente.

Cuando un cuerpo está colocado sobre el plano vertical y arroja en él su sombra puede emplearse este procedimiento y se abrevia la operacion, como veremos mas adelante en las molduras. Con solo examinar la figura se conocerá bien que si se prolongasen las líneas ABC hasta encontrar la línea de tierra, y por los puntos de interseccion con estas se bajasen perpendiculares no encontrarian sus correspondientes sobre el plano horizontal, como se ve bien en *d*, lo que prueba que la sombra que se buscaba no caia sobre este plano, así como en la figura anterior no se encontraria en el plano vertical.

Fig. 6. *Trazar la sombra que causa un cuerpo en los dos planos.*

Para facilitar mas la operacion nos ocuparemos primero de la cara anterior; despues de haber trazado la proyeccion horizontal y vertical del cuerpo se trazarán unas líneas ó rayos luminosos á 45.° por los puntos AB y por A'B'; por las intersecciones de estas últimas con la línea de tierra, que son *ab*, se levantarán unas perpendiculares, que encon-

trarán á sus correspondientes en $a'b'$; trácense igualmente otras por CD y C'D', y se tendrá la línea $c'd'$: haciendo centro en esta, y con su mitad por radio, se trazará el semicírculo $c'f'd'$, igual á CfD, y se tendrá la sombra de la cara anterior: repitiendo la misma operacion para la posterior se tendrá la sombra arrojada como se ve en la figura.

Si examinamos bien las operaciones que llevamos hechas, veremos que se puede fijar por regla general: 1.º que las aristas ó líneas que esten perpendiculares al plano de proyeccion horizontal ó vertical, sobre el cual arrojan su sombra, se presentarán estas inclinadas segun la direccion del rayo luminoso; véase la arista A^2f (fig. 5) como se presenta en Aa', y en la fig. 6 la arista B'E, perpendicular tambien al plano vertical, que se proyecta en $e'b'$ inclinada á 45.º: 2.º que las que estan paralelas proyectan su sombra paralelamente á sí mismas, sean verticales ú horizontales; véase la arista vertical AB (fig. 5) que proyecta su sombra en $a'b'$, y la horizontal CB en $c'b'$, las dos colocadas paralelamente al plano de sombra; y véase tambien la arista AB (fig. 6) que se proyecta en $a'b'$, y Bh que proyecta su sombra en los dos planos: la parte B'b que pertenece al horizontal se presenta inclinada, porque la línea es perpendicular á este plano, y la parte bb' se presenta vertical y paralela á la arista por ser esta su posicion relativa al plano sobre que cae esta parte de sombra, y tambien al espectador, á quien siempre se le considera colocado de frente al plano vertical, como hemos visto en el estudio de las proyecciones.

Fig. 7 y 8. *Trazar la sombra que causa una regla sobre unas molduras.*

Trácese la proyeccion horizontal y vertical de la moldura (fig. 7) y la línea AB que es la proyeccion vertical de la regla colocada perpendicularmente á este plano, y A'*d* que es su proyeccion horizontal; por los puntos AB y A' trácense líneas á 45.°, y por el punto *a* una vertical que en su interseccion con los anteriores determinará la línea *a'b'*, igual y paralela á la arista AB por estar esta paralela al plano de sombra, como se ha dicho antes; y la arista superior A'*d* y la inferior, como estan perpendiculares á dicho plano, se proyectan en A*a'* y B*b'*, las cuales determinan la sombra de la regla que cae sobre el plano y la moldura, pasando por esta sin interrupcion; pues si por un punto cualquiera de la moldura, por ejemplo *c*, se traza una línea C*c*, la proyeccion vertical de este punto C se encontrará precisamente en A, proyeccion vertical de la arista A'*d*, y por consiguiente en el punto *c'*, interseccion de la vertical *c* con la línea A*a'*, y lo mismo sucederá con cualquiera otro punto, pues siempre que la sombra se proyecte á 45.° sobre el plano, las molduras que esten sobre este no alterarán la direccion de la sombra: por esta razon en las molduras lavadas (fig. 16 y 17) la sombra que arroja el objeto puesto encima sigue sin interrupcion la direccion de la línea *ac*.

Fig. 8. Cuando la sombra cae paralelamente al plano sobre que está la moldura, como *a'b'cd*, que procede de la regla ABCD, colocada paralelamente al plano de sombra, ésta se quebranta tomando una forma análoga á la moldura. Para determinarla, despues de trazar las proyeciones del plano, la moldura y la regla, y obtenidos los cuatro puntos *a' b' c d* de la sombra, se tomarán varios puntos sobre

la moldura; por ejemplo, por un punto *f* trácese una línea á 45.° y se tendrá el punto F, que se proyectará en F′; por este punto trácese una línea á 45.°, y en la interseccion de esta con la vertical *f* se tendrá el punto *f′*, por el cual pasará la curva, y haciendo lo mismo con los demás se tendrá la línea de sombra *e′f′g′*, perteneciente á la arista superior de la regla; y repitiendo la misma operacion para la inferior se tendrá la sombra sobre la moldura, que como se ve forma una curva análoga.

Se han considerado estos cuerpos ó reglas que producen la sombra sobre las molduras como unas superficies solas sin grueso alguno, para no confundir la figura con tantas líneas, pues se concibe bien que para determinar la sombra de su grueso se trazará este en la proyeccion horizontal como en *la* fig. 6, y se repetirá la operacion.

Fig. 9, 10, 11 y 12. *Trazar las sombras de varias molduras.*

Despues de los principios que llevamos expuestos, no seria dificil determinar las sombras de estas molduras con solo examinar las figuras; no obstante entraremos en algunos detalles, los cuales nos servirán de regla general.

Cuando los rayos luminosos hieren directamente el perfil de una moldura, la sombra que causa este sobre un plano es una curva análoga; pero si la moldura está en sombra no puede reproducirse, porque no tocando los rayos al perfil no pueden trasmitir su contorno; por lo tanto la parte del perfil A′B′ (fig. 9, 11 y 12) que está en luz se proyecta sobre el plano vertical en la curva *a′ b′*, y el resto del perfil queda oculto por estar en sombra; y en la fig. 10 que está todo en sombra no presenta ninguna curva.

Para determinarla trácese PV (fig. 9), proyeccion

del plano vertical sobre que está colocada la moldura; trácense tambien los perfiles de esta, y por la parte mas saliente de la moldura trácese un rayo luminoso, que será tangente en B, y por este punto de tangencia la línea BB′, que se considera formada por el contacto de una serie ó plano de rayos luminosos que pasan tangentes á la superficie cilíndrica de la moldura: esta línea, que será la línea de separacion de la luz y de la sombra propia del cuarto bocel, nos servirá de guia para poner la tinta mas fuerte cuando se haga la degradacion de las tintas, como se ve en B (fig. 16). Prolongando ahora el rayo luminoso B encontrará el plano V en un punto *b* sin tocar á la moldura, y veremos que debajo de la línea BB′ está toda en sombra, incluso el filete, y esta misma línea se proyecta en *b b′* sobre el plano de sombra, y trazando unas líneas á 45.º por los puntos A′B′, las intersecciones de estas con las horizontales trazadas por los puntos *a b* darán *a′ b′*, puntos por donde pasa la curva que producen las intersecciones de los rayos, con el plano, que tocan á la parte de perfil A′B′, que está en luz; y del mismo modo podrán determinarse mas puntos entre A′ y B′ si se quiere trazar esta curva con mas precision, la cual, unida á la línea *bb′*, terminará el contorno general de la sombra arrojada.

La figura 10, que es una media caña ó caveto, está toda en sombra, porque la arista BB′ del filete sobre la cual tocan los rayos luminosos es la parte mas saliente, priva de luz á la moldura y se proyecta sobre el plano vertical; para determinarla ejecútese la misma operacion que en la anterior, como se indica en la figura, y se tendrá la sombra; advirtiendo que si se variase el vuelo de las molduras variaria tambien la sombra; porque si por ejemplo el vuelo ó salida A desde el plano PV (fig. 9) fuese menor, y el ancho de la moldura el mismo, es claro que el rayo luminoso B caeria sobre el filete C, en

cuyo caso dejaria una parte de este en luz, y lo mismo sucederia en la fig. 10, pero el procedimiento seria el mismo.

Las sombras de estas molduras pueden determinarse rebatiendo el plano y el perfil como se ha hecho en las dos anteriores, ó bien poniendo la proyeccion horizontal; en los dos casos la operacion es la misma, pues se reduce á trazar líneas á 45.° por varios puntos y determinar las respectivas intersecciones.

La figura 11 es una gola, y como esta se compone del cuarto bocel y del caveto (fig. 9 y 10) no habia que hacer mas que repetir las dos operaciones anteriores; pero determinaremos la sombra poniendo la proyeccion horizontal, y se verá que el resultado es el mismo.

Trácese la proyeccion horizontal y vertical, y por el punto C una línea á 45.° que tocará en A á la moldura, y por este punto la horizontal AA′, que determinará la sombra que causa la arista CC′ sobre la moldura; por el punto B trácese una tangente, y por donde esta toca á la faja, que será en D, una horizontal y otra por el punto B: la línea BB′ será la separacion de luz y sombra en el cuarto bocel ó parte convexa, y DD′ determinará la sombra que este causa sobre la faja, y quedará determinada la sombra de la moldura sobre sí misma. Para determinarla sobre el plano ó muro se tomarán varios puntos en la proyeccion vertical, como A′ y B′, que se proyectarán sobre la diagonal E*d* en A^2B^2; por estos y por E*d* se trazarán líneas á 45.°, y las respectivas intersecciones *a′ b′* &c. darán el contorno de la sombra arrojada sobre el muro.

La figura 12 es un talon que se compone de los mismos elementos que la anterior, con solo la diferencia que está invertida; por tanto no se necesita mas explicacion que la hecha anteriormente y seguir la operacion como indican las letras: solo resta observar que como la tangente B cae dentro

de la moldura por tener la parte del cuarto bocel menos salida, queda la parte de la media caña que está debajo de la línea CC′ en luz, como se dijo en la fig. 9 y 10.

Ya hemos visto como pueden determinarse las sombras de estas molduras de dos modos, y que el resultado es el mismo; con cuyo estudio podrán trazarse las sombras de todas las molduras que componen una cornisa.

REGLAS DEL CLARO-OSCURO.

En los estudios de sombras que llevamos hechos nos hemos ocupado de la determinacion rigorosa de las líneas de separacion de luz y sombra propia, y de los contornos de las arrojadas, poniendo una tinta igual con una pequeña diferencia de oscuro sobre las superficies privadas de la luz directa, cuyas propiedades solo hemos considerado hasta ahora. Para que los dibujos hagan buen efecto, que es el de hacer conocer de un modo mas inteligible que los dibujos lineales las formas planas ó curvas, las partes próximas y lejanas, y las posiciones respectivas de las piezas que componen el mueble ó máquina que se quiere representar, es necesario graduar las tintas convenientemente: para esto se necesita tambien conocer los efectos y propiedades de la luz reflejada.

Una superficie está tanto mas alumbrada, cuanto los ángulos que forman con ella los rayos luminosos se aproximan mas á rectos y viceversa. Así de dos superficies, colocada la una perpendicularmente á la direccion de los rayos luminosos, y la otra paralelamente á dichos rayos, la primera estará lo mas alumbrada posible, y la segunda, al contrario, lo menos posible: por esto la superficie que re-

presenta la línea AB (fig. 13), perpendicular al rayo luminoso, está en luz, como se ve mejor en la proyeccion vertical del mismo prisma (fig. 14), y la superficie CDC′D′ en sombra, porque el rayo luminoso que toca en el punto C no puede alumbrar esta superficie. La superficie BCB′C′ tiene una tinta, aunque clara, porque estando oblícua á los rayos luminosos no pueden alumbrarla completamente, ni tampoco privarla de toda luz.

Es esencial observar que esta superficie BCB′C′ tiene una tinta igual, porque está paralela al plano de proyeccion, y todos sus puntos se encuentran á igual distancia del espectador, y por esto toda su extension debe estar igual. No es lo mismo la superficie ABA′B′, sobre la cual se ha colocado una tinta floja y desigual, que á partir de la arista AA′ va disminuyendo suavemente hasta desaparecer; pues no siendo paralela al plano vertical, los puntos que se alejan de la arista BB′ estan para nosotros necesariamente menos alumbrados por estar mas lejos.

La misma regla se debe observar para la superficie CDC′D′; es decir, se debe colocar una tinta tambien disminuida ó degradada, pero mas oscura, con la diferencia de que debe aumentar su intensidad á proporcion de que se aproxima á la arista CC′.

Así se observará por regla general que *las tintas que deben colocarse sobre las superficies planas son tanto mas claras cuanto estas reciban la luz mas perpendicularmente; pero estas tintas se oscurecen sobre la misma superficie en los puntos mas distantes del espectador; y en las superficies en sombra decrecen, sin lo cual aparecerian todas las caras paralelas, porque sobre los puntos mas próximos es donde se ve la luz ó la sombra en toda su intensidad.*

Despues de lo que acabamos de explicar, será fácil comprender la degradacion que debe hacerse

en las tintas que se han de colocar sobre las superficies cilíndricas para obtener bien el efecto. Estas tienen una línea clara, que es donde hieren los rayos luminosos con mas fuerza, y se llama *generatriz brillante*, que pudiera ser *aa'* (fig. 15), punto donde hiere el rayo luminoso que pasa por el centro O; pero como este punto *a* está distante del espectador, y sobre el punto *b*, que es el mas próximo, caen los rayos oblícuamente (como veremos mejor si suponemos el cilindro descompuesto en planos, como en la fig. 13), será la línea S que divide el ángulo formado por *bo* y el rayo luminoso *a;* así la parte mas clara estará en SS', que será la generatriz brillante. Como todos los rayos luminosos, comprendidos entre esta línea y la que determina la separacion de luz y sombra, caen cada vez mas oblícuos sobre la superficie del cilindro, deberá esta aparecer mas oscura á medida de que se aproxima á la línea de separacion *cc'e*, formada por el contacto de los rayos luminosos que pasan tangentes á la superficie del cilindro, como ya hemos dicho, cuya proyeccion horizontal de estos rayos es la línea *c*.

Para obtener este efecto en un dibujo lavado se deben colocar tintas tanto mas claras, cuanto mas se aproximen á la generatriz brillante S (fig. 15). Las tintas colocadas á los lados de esta línea se llaman *medias tintas claras:* la de la izquierda, aunque está cerca de la parte alumbrada, aumenta un poco de intensidad hácia la generatriz extrema para alejar estos puntos: la tinta colocada á la derecha comienza por una media tinta clara, pasa suavemente á *media tinta oscura*, y va aumentando la intensidad hasta la línea de separacion de luz y sombra *cc'e*, sobre la cual se encuentra la mas pronunciada de toda la superficie, y se llama *tinta oscura:* despues de esta sigue una tinta mas débil, que se llama reflejo ú *oscuro moderado*, va decreciendo segun se aproxima á la generatriz extrema, y

hace alejar estos puntos. El mismo órden se observará en un cilindro colocado horizontalmente, con sola la diferencia que el reflejo ú oscuro moderado estará á la parte de abajo, y la tinta oscura sobre la línea de separacion de luz y sombra, trazada por el punto de tangencia B (fig. 16), por estar esta parte del cilindro alumbrada por arriba; y si estuviese colocado el cilindro sobre el plano horizontal, el oscuro moderado estaria á la parte de atrás, como opuesta á la luz.

En la superficie de la esfera hay un punto brillante, que seria donde toca el rayo luminoso que pasa por el centro; pero aplicando los mismos principios que para la generatriz brillante del cilindro, se verá que debe estar mas próximo al centro.

En un dibujo lavado no se deja solo un punto mas claro, sino una superficie mas ó menos extendida alrededor de este, y las tintas que le rodean siguen la misma ley de crecencia ó decrecencia que en el cilindro (véase fig. 15).

SOMBRAS ARROJADAS.

Cuando el objeto que se quiere representar consta de muchas partes separadas unas de otras, como generalmente sucede en las máquinas y en algunos muebles, se debe tener presente que el conjunto de las sombras que causan unas piezas sobre otras, ó sobre el suelo ó muro inmediato (que es á las que hemos llamado sombras arrojadas) hacen confuso el dibujo, y es menos inteligible; por lo tanto convendrá omitirlas alguna vez, y colocar solo las que provinieren de las partes resaltadas, como por ejemplo, las que produce el cuarto bocel B (fig. 16) sobre la moldura y faja hasta la línea *b*, y como en el talon (fig. 17). Estas sombras *son en general tanto*

mas oscuras, cuanto que las superficies sobre que caen estan mas alumbradas por la luz directa, y la parte que cae sobre las propias sigue el mismo órden de degradacion hasta confundirse con ellas.

EFECTOS DE LA LUZ REFLEJADA.

La atmósfera que nos rodea, el suelo sobre el cual se suponen colocados los objetos, y los objetos mismos reflejan la luz, y esta reflexion es la causa de que las sombras no sean de un negro oscuro, y de que veamos los objetos que estuviesen privados de la luz directa.

La degradacion de las tintas sobre las superficies alumbradas por la luz reflejada siguen el mismo órden que en las superficies alumbradas por la luz directa; con solo la diferencia que en aquellas las partes mas alumbradas lo estan débilmente, y á la parte opuesta, como se ve en la fig. 16 y 17, que una parte de estas molduras se ha puesto alumbrada por la luz directa y la otra por la reflejada á fin de advertir mejor los efectos por el próximo contraste.

Para determinar pues estos reflejos se tendrá presente que la luz se refleja formando un ángulo con la superficie sobre que cae, igual á su inclinacion con la misma, como se ve (fig. 18): trácese el rayo luminoso R*r*, que formará un ángulo de 45.° con el plano horizontal, representado por la línea LT; trácese tambien la línea *r* O, que formará otro igual con la misma, y el primero se llamará *rayo directo*, el segundo *rayo reflejado*, y el punto *r* *punto de incidencia*; la superficie LT sobre que cae el rayo se llama *plano reflejante*, y la perpendicular *a r* *cateto de incidencia*, la cual divide el ángulo formado por los dos rayos en dos partes iguales; de lo cual resulta que el *ángulo de incidencia*

es igual al de *reflexion.* Teniendo ya la direccion del rayo reflejado, se trazarán otros paralelos como *o*B (fig. 16), y se verá que el rayo B*o* reflejado es perpendicular á las tangentes trazadas en las molduras, y que los puntos de incidencia B B son precisamente los puntos de tangencia que sirvieron para determinar las líneas de separacion de luz y sombra, y sobre las cuales estan puestas las tintas mas pronunciadas, y en donde ahora tenemos que aclararlas por los efectos de la luz reflejada por el suelo ó plano horizontal, como se ve al partir de la línea *a c* (fig. 16 y 17) en la parte de las molduras que estan en sombra, producida por el cuerpo saliente A que está encima. Es de notar que los rayos *e e* tienen sus puntos de incidencia en el interior de la curva cóncava, la cual queda en el mismo grado de intensidad, y así debe ser, porque si se examina la fig. 10 y 11 se verá que la media caña ó parte cóncava está bajo la sombra arrojada por la arista del filete superior, y en el talon (fig. 12) por la que arroja la línea B; por cuya razon participaban ya de los efectos de la luz reflejada, y no padecen alteracion.

Así se observará por regla general que estos reflejos son tanto mas claros, cuanto que las superficies sobre que insisten estan mas perpendiculares al rayo reflejado y mas cerca del plano reflejante, y cuanto mayor es el grado de pulimento de estas superficies.

CONSIDERACIONES GENERALES.

Los objetos colocados de un mismo modo á la accion de la luz, pero á diferentes distancias, nos parecen menos alumbrados los que estan mas lejos. En un objeto que podemos mirar de cerca vemos clara y distintamente sus formas, colores, sombras, claros y oscuros; y por el contrario en uno que está distante nos parecerán turbios y confusos: la causa principal de esta diferencia es que los rayos de luz que despiden ó reflejan los objetos, y vienen á nuestra vista, pierden mayor parte de su fuerza cuanto aquellos estuviesen mas lejos, por la mayor cantidad de aire mas ó menos cargado de vapores que se halla interpuesta entre el objeto y el espectador.

Para poder determinar bien esta degradacion seria muy conveniente tener algunas nociones de óptica; pero como el objeto que nos proponemos ahora es solo representar un mueble, una máquina, ó un edificio, que suponemos verlo lo mas cerca posible, solo tendremos que ocuparnos de las diferentes partes de que consta: para esto las dividiremos en tres partes ó términos; en las primeras, que serán las mas próximas, se dejarán sus claros y oscuros en toda su intensidad por el órden de degradacion que queda explicado. En las segundas se pondrá sobre las partes alumbradas una media tinta clara mas ó menos cargada, segun se las quiera alejar, y las sombras propias y arrojadas se dejarán un poco menos pronunciadas; y si fuesen superficies cilíndricas ó redondas no se dejará generatriz brillante. En las terceras, que serán las mas distantes, se omitirán las sombras arrojadas y se modificarán los reflejos, cuidando de conservar una degradacion relativa entre las tintas sucesivas, sin dejar ninguna parte clara,

ni poner ninguna tinta muy oscura, observando un término medio; para lo cual se comenzará por una *media tinta clara*, y se concluirá con una *media tinta oscura*.

Se ha dicho que se dejen generatrices, y aun superficies brillantes sobre los cuerpos redondos ó cilíndricos que estuviesen alumbrados por la luz directa y cerca del espectador, ó lo que es lo mismo en primer término, porque los hemos considerado como una superficie lisa, y con un grado de pulimento suficiente, para que la parte que recibe la luz mas directamente se conserve completamente en claro, como sucede en una columna de madera ó mármol bien concluido. Pero si esta superficie estuviese á mate, ó presentase asperezas como las columnas de piedra ó madera simplemente trabajadas, ó un cilindro de hierro fundido ó forjado sin tornear, se concibe bien que no podrá existir arista brillante, y que será necesario poner una media tinta sobre la parte alumbrada, aunque mucho mas clara que todas las demás.

Si se examina con cuidado un sólido, ó una de las partes cualquiera que componen un mueble ó una máquina, se verá que sus caras no terminan en arista viva, porque generalmente en los talleres las redondean, aunque muy ligeramente, á lo cual llaman *matar las esquinas*, á fin de que no hieran las manos al hacer uso de ellas, como se ve generalmente en los tableros ó mesas que sirven para delinear. Estos ángulos ó esquinas así redondos se concibe bien que no pueden presentarse del mismo modo á la luz que las caras á que corresponden, y que deberán estar mas ó menos claros; por esta razon en el sólido (fig. 14) se ha dejado en las aristas de la base superior un filete muy estrecho y algo mas claro que las caras correspondientes. Estos filetes hacen mas visibles las aristas en los dibujos, y sirven tambien para dividir las diferentes partes contiguas de

un objeto que estuviesen expuestas del mismo modo á la luz ó á la sombra, como se ve en la arista inferior *nn'* del filete (fig. 17), que considerando esta arista redondeada, como se ha dicho, se presenta directamente á la luz reflejada, y está mas clara que la superficie del filete, y la separa; sin lo cual se confundiria esta con la parte del talon, que tiene el mismo grado de tinta, y formaria solo una masa oscura.

REGLAS PARA LAVAR LOS DIBUJOS.

Se llaman dibujos lavados, ó *á la aguada*, los que se hacen en papel con tinta de china ó colores disueltos en agua; y á la operacion de aplicar las tintas con el pincel se llama *lavar:* para poder lavar bien un dibujo es necesario que el papel sea homogéneo, tenga la superficie muy lisa, y esté bien estirada. Para esto se emplea el papel destinado á este objeto, el cual se escoge que tenga el grano muy fino y unido, sin motas, y de un color igual; se le mira al trasluz, y si se advierten en él unos lunares mas ó menos trasparentes que el resto de la superficie, es prueba de que no es bien homogéneo, y estos lunares son otras tantas manchas en el dibujo, porque no reciben la tinta por igual, y aun cuando pudiera remediarse dando una aguada general de agua de *alumbre*, ó de goma *arábiga*, debe evitarse esta operacion si es posible. Para estirarle bien se toma una esponja limpia, empapada en agua clara, se humedece la superficie que cae sobre el tablero, que será la menos tersa, y se deja unos minutos á fin de que impregnándose de la humedad se dilate; se untan las orillas con cola de boca ó engrudo, y se pegan estas sobre el tablero, frotándolas con los dedos para que queden bien sentadas,

teniendo cuidado de no destruirlas, para lo cual se pone un pedazo de papel, y se frota sobre él; luego que esté bien pegado se deja secar sin que le dé el calor ni el sol, porque si se quiere abreviar esta operacion se despegan las orillas, ó se abre; tambien se estira el papel sin necesidad de encolarle colocándolo en un aparato llamado *estirador*, el cual consiste en un marco con un rebajo interior que entra justo en otro que tiene un tablero, sobre el cual se pone el papel húmedo, de modo que las orillas queden sujetas entre los dos rebajos, que estan unidos por la presion de dos barritas de madera que entran en unas cajas que tiene el marco, y sujetan al tablero por debajo.

Las operaciones del lavado se hacen generalmente con dos pinceles colocados en los extremos de un palito redondo: los mejores son los que llaman de *pelo de meloncillo*, y estos son de color gris porque los pelos tienen partes blancas y negras; los llamados de *marta* tambien son buenos, y su color rojo; los de *ardilla*, que son mas oscuros, son muy blandos, y no sirven para la tinta de china porque se doblan demasiado.

Para elegirlos es necesario tener presente que los fabricantes de pinceles los impregnan de agua de goma para que aparezcan duros y bien unidos; por lo tanto se mojan en agua, ó en su defecto se meten en la boca, se pasan sobre un papel, ó sobre la mano, como si se fuese á lavar, y si los pelos del pincel se mantienen unidos, y al levantarle se endereza y hace una punta sola, es bueno.

MODO DE USAR LA TINTA DE CHINA.

La tinta de china se desleirá suavemente en un platillo muy limpio; se pasará á otro con el objeto de separar algunas partículas que suelen quedar sin desleir, y con un pincel se tomará tinta, y con otro agua; se empezará por dar sobre la superficie en sombra una media tinta muy clara, y dejándola secar, se repetirá hasta que tome el grado necesario, cuidando de poner una cantidad de tinta suficiente para que no se seque y corte por un lado, ínterin se extiende por el otro, á fin de que quede perfectamente igual, como se ve en la superficie B′C′ (fig. 14).

Para degradar las tintas, como se ve en la superficie A′B′ y C′D′, se empezará por extender la tinta á lo largo de la arista que debe contener la mayor fuerza, y secando un poco el pincel se extenderá disminuyéndola suavemente hácia la arista mas clara, concluyendo el suavizado con el pincel que contiene el agua, y despues de seca se repetirá aumentando poco á poco el grado de la tinta á medida que se aumenta la sombra. Sobre las superficies cilíndricas es algo mas dificil por haber de degradar la sombra á los dos lados (fig. 15); y mayor dificultad presenta la superficie esférica por estar suavizada en todos sentidos; pero el procedimiento es el mismo, y se conseguirá fácilmente dando las tintas muy claras, y aumentándolas sucesivamente para llegar al grado conveniente, que no se puede determinar aquí porque depende del efecto mas ó menos pronunciado que se quiere dar al dibujo.

APLICACION DEL TRAZADO DE LAS SOMBRAS EN LOS MIEMBROS DE LOS ORDENES DE ARQUITECTURA.

LÁMINA 2.ª

Como entre los miembros menores ó molduras que componen las basas y capiteles, el mas general es el toro, pues puede decirse es el orígen ó elemento principal de que se componen los demás, daremos principio por determinar las sombras en este.

Fig. 19 y 20. *Determinar las sombras de un toro.*

Trácense las dos proyecciones de este sólido en mayor dimension que la figura; hecho esto determinaremos primero la línea de separacion de luz y sombra propia: para esto trácense dos tangentes á 45.°, y se tendrán dos puntos A E (fig. 19), que se proyectarán en A′ E′ (fig. 20); por A E trácense dos horizontales, que en su interseccion con el eje darán otros dos puntos C G; si se bajaran verticales por estos es claro que se confundirian con el eje y no se encontraria por este medio la proyeccion horizontal de estos dos puntos; por lo tanto se tomará la distancia G E, ó bien C A, y se colocará á partir del centro O sobre el eje, y se tendrá G′ y C′ equidistantes de dicho centro, como A′ E′, porque todos estos cuatro puntos se en-

cuentran á igual distancia del rayo luminoso que pasa por el centro O; y por la misma razon estan tambien en la proyeccion vertical á una misma altura respectivamente A con C y E con G; trácense dos tangentes á 45.º que tocarán al círculo (fig. 20, proyeccion horizontal del toro) en los puntos DH, los cuales se proyectarán sobre el eje horizontal de la proyeccion vertical en los puntos D′H′, y solo nos faltará determinar el punto mas bajo y el mas alto de la curva, para lo cual se observará que hemos dicho (véase fig. 1, 2 y 3) que haciendo girar el rayo luminoso hasta colocarlo paralelamente al plano vertical se tendrá un ángulo de 35.º 15′ y 50″, con el cual se simplifican las operaciones en los cuerpos redondos; así para obtenerle mas fácilmente trácese el cuadrado (fig. 21), y con su diagonal por radio y desde el punto F trácese el arco B*a*; levántese una perpendicular, que en su interseccion con la prolongacion del lado superior del cuadrado dará *a*′; por este punto y F se trazará la línea R′F, que será la diagonal del cubo, la cual forma con la línea *a*F el ángulo pedido. Obtenido este, trácese con la misma inclinacion que R′F la tangente R^2 (fig. 19), y se tendrá el punto *r*; tómese la distancia de este punto al eje CG, y con ella desde el punto O (fig. 20) se determinará el punto B, que se proyectará verticalmente sobre la horizontal trazada por el punto *r* en B′, y se tendrá el punto mas bajo, y del mismo modo se determinará el mas alto, que será F′; por todos estos puntos pasará la curva, que será la línea de separacion de luz y sombra en las dos proyecciones (como se ve en la fig. 19), de las cuales solo la mitad es aparente, y la otra mitad está indicada por rayitas.

Para obtener la sombra arrojada trácense rayos luminosos en las dos proyecciones por los puntos obtenidos AA′BB′ &c. que determinan la sombra propia, y solo resta saber cómo se considera colocado este cuerpo; por ejemplo, si le suponemos colocado

sobre el plano horizontal representado por la línea LT, arrojará su sombra sobre este, y para determinarla se bajarán los puntos de interseccion de los rayos luminosos con la línea LT, que serán *abcde* &c. que en sus intersecciones respectivas con el plano horizontal darán los puntos $d'e'f'g'h'$ por donde pasará la curva, límite de la sombra arrojada sobre este plano, y del mismo modo se obtendrá la parte que está oculta indicada por rayitas y dos puntos intermedios.

Si suponemos ahora este cuerpo separado del plano horizontal y colocado de modo que arroje su sombra sobre el plano vertical, cuya proyeccion es la línea L′T′, se levantarán unas verticales por los puntos 1, 2, 3, 4 y 5, que en sus intersecciones respectivas con los rayos luminosos darán los puntos $a^2b^2c^2$ &c., por los cuales pasará la curva que determinará la sombra arrojada sobre el plano vertical; y si estuviese colocado de modo que arrojase la sombra parte en un plano y parte en otro, el procedimiento será el mismo, como hemos visto en la fig. 6.

Fig. 22, 23 y 24. *Sombras de la basa ática.*

Si hubiesemos de determinar las sombras en la basa toscana, como esta se compone de un toro y un filete, con solo trazar la parte anterior de la curva AB′CD′E (fig. 19) seria suficiente para obtenerla, y lo mismo en la basa dórica, que solo consta de un toro y un bocelino; pero como al hacer la aplicacion del estudio anterior pudiera ofrecer alguna dificultad, estudiaremos primero la basa ática, que como participa de todas las molduras de que se componen las demás, haciendo bien el estudio en esta se comprenderá el de todas.

Trácese la proyeccion horizontal y vertical (fig. 22 y 23) y las tangentes á 45.° para obtener en los dos toros los puntos AE y $A'E^2$ (como se hizo en la fig. 19), y trasladando la altura del punto A al eje,

se tendrá la altura de la sombra sobre este, y con la diagonal del cubo el punto mas bajo; pero como con solo estos puntos no seria suficiente para determinar con precision las sombras procedentes de los diferentes miembros de esta basa, algo mas complicada que la toscana y dórica, emplearemos otro método mas general, por el cual se obtendrán todos los puntos que se quieran. Así pues si consideramos una seccion á la proyeccion horizontal del rayo RO (fig. 22), esta seccion cortará todas las molduras y se proyectará verticalmente subiendo los puntos; el punto n se proyecta en n' sobre la línea horizontal de puntos; el punto r, además de determinar r', que es la mayor salida del toro superior, determina tambien en r^2 la salida del filete inferior de la escocia, y el punto t, situado sobre el semicírculo de rayitas que indica la entrada de la escocia, dará t'; s dará s' que es el filete sobre el toro superior, y el punto o dará o' en la caña de la columna, y por todos estos puntos pasará un nuevo perfil, algo mas corto que el verdadero que tiene la basa por la inclinacion de dicha seccion. Trazando ahora unas tangentes á 45.° en el nuevo perfil, se tendrán los puntos BB' que determinarán los puntos mas bajos de la sombra propia en los dos toros que antes obtuvimos con la diagonal del cubo; la prolongacion del rayo luminoso, que pasa por el punto B', determinará el de la sombra arrojada por este sobre la escocia, que será b, así como i corresponde al punto I' y c á C', procedentes de las secciones 1 y 2 obtenidas por el mismo procedimiento que la anterior, y del mismo modo pudieran determinarse cuantos puntos se quisieran aumentando las secciones; advirtiendo que la que pasa por el punto J, tangente á la caña de la columna, presentará el perfil mas largo que todos los demás por la mucha inclinacion con que caen los rayos luminosos en esta parte. Las intersecciones de la línea DO, con los círculos que determinan las molduras en la proyeccion horizontal, darán en la

vertical varios puntos de sombra; así el punto D dará D′, D^2 dará D^3 y d^2, P dará P′, y J dará J′, con lo cual quedarán determinadas las líneas de separacion de luz y sombra en los dos toros, y la arrojada por el superior sobre la escocia que pasará por los puntos *a b i c d*.[2]

Para determinar la que arroja la caña de la columna sobre las molduras, y estas unas sobre otras, trácense las curvas de separacion de luz y sombra de los dos toros en la proyeccion horizontal, para lo cual se bajarán los puntos EE^2 en E′ y E^3, y por estos y por D y D^2 pasarán dichas curvas, que se trazarán del mismo modo que DE′ &c. (fig. 19 y 20): la prolongacion del rayo luminoso tangente en J indicará la sombra que arroja la caña ó fuste de la columna sobre la basa en la proyeccion horizontal, y subiendo los puntos de interseccion de esta línea con las molduras *u* en *u′* y *x* en *x′* se tendrá en proyeccion vertical, y la curva J′*u′* será la que arroja la columna sobre la media caña ó imoscapo, y P′*x′* la que arroja sobre el toro superior; este arroja una parte de su sombra sobre el toro inferior, que se determinará fácilmente si se traza un rayo luminoso por el punto D^3, y por su interseccion con la parte recta ó plano superior del toro, que será en el punto *e*, se bajará una vertical que en su interseccion con el rayo trazado por D^2 dará el punto *e′*: tómese otro punto sobre la curva de separacion de luz y sombra, por ejemplo *m*; proyéctese sobre dicha curva en proyeccion vertical en *m′*, y las respectivas intersecciones darán los puntos *zz′*, y las curvas d^2ez', y *e′z* será la sombra arrojada por el toro superior sobre el inferior en las dos proyecciones. Para determinar la sombra que arroja el toro inferior sobre el plinto trácese una línea por su extremidad F, y tocará á la curva de separacion en *f*; y por *f′*, que es la proyeccion horizontal de *f*, trácese otro rayo; y en la interseccion con la arista del plinto dará f^2: por este

punto y por d' pasará la curva de dicha sombra; estas curvas $d'f^2$ y $c'z$ no son otra cosa que una porcion de la curva $d'c'$ &c. (fig. 19 y 20), determinadas y trazadas por el mismo procedimiento; solo falta para completar la operacion determinar la sombra P*v* que arroja el filete del imoscapo sobre el toro superior, y la del filete de la escocia sobre el toro inferior; estas dos se obtendrán fácilmente determinando las intersecciones de varios puntos tomados en las dos proyecciones, pues se reduce á determinar la sombra arrojada por un cilindro sobre un plano horizontal.

Si la columna fuese completa y estuviese aislada, seria preciso determinar la sombra que arrojase sobre el suelo ó plano horizontal; supongamos que este fuese la prolongacion de la línea T (fig. 23), no habria que hacer sino prolongar los rayos luminosos hasta encontrar dicha línea como en la fig. 19, y las intersecciones respectivas nos darian las diferentes curvas; la de la sombra arrojada por el toro inferior seria interceptada por la del superior, y esta por la del fuste de la columna, que se tendria con la prolongacion de la tangente J; en fin la operacion no seria otra cosa que la continuacion de lo que se ha hecho sobre las molduras, con lo cual quedarán determinadas completamente las sombras propias y arrojadas de la basa ática, y por el mismo procedimiento podrán determinarse en las demás.

En algunas obras extranjeras, y en la del Sr. Serra y Bosch, traduccion de la que escribió el italiano Signesi, se encuentran estas sombras determinadas tambien por secciones y rebatidos los planos secantes sobre el de proyeccion vertical para emplear la diagonal del cubo en lugar de su proyeccion ó ángulo de 45.°, en cuyo caso es preciso construir por separado los diferentes perfiles que resultan de las secciones, y para esto hay que trasladar tambien sus diferentes dimensiones, lo cual hace el procedimiento mas

largo y el resultado menos exacto, por cuya razon no he seguido ese método.

Para la degradacion de las tintas en esta basa se tendrá presente lo que se ha dicho acerca de las sombras y los reflejos, y se verá que los toros deben estar reflejados en la parte inferior, y la escocia en la superior; y la sombra arrojada por el toro superior sobre la escocia debe tener su mayor intensidad hácia la parte A (fig. 24), que por estar en la direccion de la generatriz brillante es la parte mas clara de la escocia, puesto que las sombras arrojadas deben ser tanto mas oscuras cuanto que la parte donde caen esté mas alumbrada; teniendo presente que en estos cuerpos redondos deben dejarse las generatrices extremas ó líneas del contorno muy claras, á fin de que se confundan con las aguadas para que hagan mejor efecto.

SOMBRAS DEL CAPITEL Y CORNISAMENTO DORICO.

LÁMINA 3.ª

Trazada la proyeccion horizontal y vertical del capitel dórico (fig. 26) y las secciones A, B y la C, de modo que esta sea tangente á la caña de la columna, proyéctense estas secciones (como se hizo fig. 23) para obtener los perfiles, cuyas partes superiores estan indicadas por las letras A′*a*′, B′*b*′, C′*c*′ (fig. 26); y trazando tangentes á estos se tendrán las líneas de separacion de luz y sombra sobre las molduras y las que estas arrojan unas sobre otras; no obstante que esto pudiera hacerse muy bien con lo explicado en la basa, entraremos en algunos detalles para mayor facilidad.

Trácese una tangente á 45.° por el punto *e* y determinará en este un punto de la sombra propia del bocelino ó sumoscapo, y la prolongacion de esta tangente determinará otro punto sobre el filete; trazando una línea ó rayo que toque en *f* determinará en la generatriz extrema de la caña en *f*′ un punto de la sombra que arroja el filete sobre esta, y haciendo lo mismo en las demás secciones, y subiendo los puntos *o* en *t*′ y *m* en *g*′, se tendrán las sombras del bocelino; es de notar que la tangente trazada por el punto *h* determina en *h*′ el término de la luz sobre el filete, y en su interseccion J′ con la vertical trazada por el punto J, que es la línea de separacion de luz y sombra en la columna, determina tambien el encuentro de esta sombra con la arrojada por el filete, que es la curva J′*g*′*t*′*f*′, y lo mismo sucederá con el

bocelino del capitel que se determinará del mismo modo, pues son las mismas secciones; las tangentes trazadas en el cuarto bocel darán los puntos necesarios para trazar la línea de la sombra propia de este, y la prolongacion de estas tangentes la arrojada sobre el bocelino.

Para trazar la que arroja el cimacio se observará que como este es un cuadrado colocado de modo que la proyeccion del rayo luminoso pasa por su diagonal, los rayos luminosos que tocan á la arista anterior AD, A′D′, y á la del lado AE, producen sobre las molduras unas curvas iguales por herirlas los rayos del mismo modo; pero solo es aparente la curva procedente de la arista A′D′ que está de frente; y la que está de lado, como es perpendicular al plano de proyeccion, se presenta en una línea á 45.° trazada por el punto A′, cuya longitud se determinará en o', interseccion de la vertical subida por el punto o; para trazar la curva procedente de la arista A′D′ se tomará la distancia Oo, igual á O′o', y haciendo centro en O′, interseccion del rayo A′O′ con el eje, se trazará un arco de círculo, que encontrará en i á la curva $f^2 g^2$ J^2, y se tendrá la parte de sombra que arroja el cimacio sobre el cuello del capitel: tómese la distancia Os, y con ella por radio, y desde el centro O′, trácese el arco s' y se tendrá la sombra que arroja en el filete; la distancia Or, colocada del mismo modo sobre el bocelino, dará el punto r'; la On, colocada desde O′ en $n' n^2$ sobre la línea de puntos del cuarto bocel, dará sobre este dos puntos de la sombra, y la distancia Oa, colocada sobre el eje desde O′, dará el punto a^2, que será el mas alto, por los cuales pasará la curva que forma la sombra arrojada por la arista A′D′ del cimacio sobre las molduras, interrumpida en partes por las sombras propias y arrojadas por estas.

Para determinar la sombra que arroja el capitel sobre el muro ó plano vertical se tomarán varios puntos en las líneas de separacion de luz y sombra en las

dos proyecciones, y las comunes intersecciones determinarán los puntos por donde pasará la curva (como en la fig. 19); pero si la columna estuviere rebajada y pegada ó entregada en el muro (como en la fig. 26), será la operacion mas sencilla, pues hay menos puntos que determinar: supongamos que la línea L T es la proyeccion del muro sobre que asienta la columna, pues aunque siempre tienen estas mas de la mitad, la operacion es la misma. Por los puntos D D′ y G G′ y otros trácense líneas á 45.°, como se hizo en la fig. 12, y como se ve en esta, y se tendrá en $G^2 d'$ la sombra arrojada por G D′, y trazando una horizontal por d' se tendrá la sombra que arroja sobre el muro una parte de la arista A′D′; tómense los puntos 4, 5 y 6 sobre la línea de sombra propia del cuarto bocel en la proyeccion vertical, y proyéctense horizontalmente sobre la línea de sombra del mismo modo en 4′, 5′ y 6′, y por estos puntos en las dos proyecciones trácense líneas á 45.°, y en sus respectivas intersecciones se tendrán los puntos 4″ 5″ 6″ por donde pasará una porcion de curva como $c^2\, d^2\, e^2$ (fig. 19); se conocerá fácilmente que seria inútil determinar mas puntos del cuarto bocel, porque en la porcion de curva del 5″ al 6″ cae una parte dentro de la sombra del cimacio, y del 5″ al 4″ queda tambien cubierta otra parte, como veremos ahora; el bocelino no puede producir sombra sobre el muro porque está cubierto por la del cuarto bocel; así que solo nos ocuparemos del sumoscapo; tómense sobre este los puntos *h* 2, 3, y proyéctense horizontalmente sobre la línea de separacion de luz y sombra en 1, 2′ y 3′; trácense líneas á 45.°, y las respectivas intersecciones darán los puntos 1′ 2″ 3″, por donde pasará la curva, y el punto 3″ quedará dentro de la sombra del cuarto bocel; por tanto no se necesitarán mas puntos por esta parte: el punto 1′ se encuentra con la línea de la sombra arrojada por la columna procedente de la línea de separacion J J′, por lo cual tampoco se necesitarán mas puntos por esta par-

te, y quedará determinada la sombra que arroja el capitel dórico sobre el muro; si hubiese de determinarse toda la sombra del capitel, porque la columna fuese completa y estuviese aislada, no habria mas que tomar mas puntos y continuar la operacion. En cuanto á la degradacion de las tintas en el capitel se conocerá fácilmente cómo deben colocarse, examinando bien la fig. 28, y observando las reglas dadas anteriormente, cuyo procedimiento nos servirá para el capitel toscano, y en cuanto á la cornisa de este órden véanse las figuras 9, 12, 16 y 17, pues el cuarto bocel y bocelino de la fig. 16 corresponde al que tiene la cornisa toscana en la corona, y el talon (fig. 17) al que está debajo de esta.

Fig. 27. *Sombras de las estrías.*

Como las estrías en este órden son poco profundas, producen poca sombra sobre sí mismas: la figura 27 es la proyeccion horizontal y vertical de la parte superior de una estría de la columna dórica vista de frente; por ejemplo, la estría A (fig. 28) y la línea *de* (fig. 27) es la curvatura de la caña de la columna; por varios puntos, como $a a'$ &c., trácense en las dos proyecciones líneas á 45.°, y las respectivas intersecciones darán una curva que será la sombra arrojada por la parte superior; el punto mas alto de la sombra estará en c^2, y el mas bajo en a^2: se concibe fácilmente que segun la posicion de las estrías, respecto de la direccion del rayo luminoso, variará la sombra de estas, aunque el procedimiento para determinarlas es el mismo; desde la estría A (fig. 28) hácia la iquierda es menor, y en la B es mayor; en la C se confunde con la que arroja el sumoscapo, y los rayos trazados en la proyeccion horizontal del capitel indican bien las sombras á lo largo de las estrías: en los demás órdenes son las estrías semicirculares, y su ma-

yor profundidad produce otra forma de sombra que estudiaremos despues.

FIG. 28. *Sombras del cornisamento dórico.*

Para determinar la sombra de la gola y talon de la corona y demás molduras examínese la figura, y obsérvense las reglas dadas en las molduras del 9 al 18: la sombra que arroja la corona y modillones sobre el friso y triglifos se determinará trazando líneas á 45.° por los puntos A y B; el rayo luminoso A toca al triglifo en A', y al friso en *a;* la horizontal aa^2 determinará la sombra de la corona sobre el friso; la horizontal trazada por el punto A' en las fajas de los triglifos determinará la sombra sobre estas, y otra horizontal trazada en el punto de interseccion del rayo con la línea intermedia entre A' y *a*, que indica la profundidad de los chaflanes, dará la sombra en las canales en los puntos *a'*; trazando unas líneas á 45.° por los puntos B' B' y C del modillon, las respectivas intersecciones con la horizontal $b'b^2$, dará la sombra de este sobre el friso, y el lado B'C caerá sobre el chaflan del triglifo en $C'b^2$; esta parte de sombra se determinará mas fácilmente poniendo la proyeccion horizontal de la corona con los modillones.

FIG. 29 y 30. *Sombra de las gotas.*

La figura 29 es el perfil, y la 30 una porcion de la faja del arquitrabe con las gotas vistas de frente, y su proyeccion horizontal. A estas las dan diferentes formas; algunos las ponen cuadradas, y otros las dan la forma de un cono truncado: las que representa la figura, aunque cónicas, estan rebajadas á la parte de atrás para que sienten sobre la faja, segun las describe Vignola; para determinar su sombra

trácense líneas á 45.° por los puntos DE, y por los puntos de interseccion *de* de estas, con el plano, unas horizontales; la horizontal, trazada por el punto *d*, determinará la sombra del filete D sobre la faja, y la trazada por *e* los puntos mas bajos de la sombra arrojada por la basa de las gotas; las tangentes *cs* (fig. 30) determinarán la línea de separacion de la sombra propia, que se proyectará verticalmente, y las demás líneas en $a'b'e\,c'$ y el vértice *r*, y se tendrán varias generatrices del cono, que servirán para acabar de determinar la sombra; el rayo luminoso, trazado por el punto D, toca á la gota en d', y la horizontal trazada por este punto determina sobre las gotas los puntos mas altos d^2 de las curvas que producen la sombra arrojada sobre estas por el filete; los demás puntos los determinarán las respectivas intersecciones con las generatrices; los puntos $b^2c^2e^2o'$, intersecciones de bb' &c., determinan la sombra arrojada por la gota (como se ve en la figura). Para la degradacion de las tintas en el cornisamento téngase presente que la gola y el talon de la corona estan alumbrados por la luz directa; el talon que guarnece los modillones está en sombra por el vuelo de la corona, y debe alumbrarse por la luz reflejada (véase la fig. 17): el cuarto bocel tambien está en sombra, y por la misma razon aclarado por debajo, pues se le considera alumbrado por la luz reflejada por el suelo (véase fig. 16 y 18).

Los lados F de las canales de los triglifos estan algo mas oscuros que las fajas G; pero esta oscuridad no debe tomarse por sombra, pues solo procede de que los rayos luminosos caen mas oblícuos sobre estos lados que sobre las fajas; y por el contrario, los lados opuestos H estan en luz porque se presentan cuasi perpendiculares á la direccion del rayo luminoso (véase lo que se dijo fig. 14); en la parte de las canales que estan bajo la sombra de la cornisa se verá que en el lado H está mas oscuro que en el

lado F, porque en este está modificada la intensidad de la sombra á causa de la luz reflejada por los planos inmediatos.

Solo resta examinar los pequeños vivos mas claros que quedan entre las fajas y filetes de las molduras y demás partes que estan en sombra, que nos sirven para separar estas partes, sin lo cual se confundirian (como se dijo fig. 17) por el vivo nn'; con lo cual no habrá dificultad en determinar la sombra en las otras cornisas, pues las reglas son las mismas para todas, y el estudio de las sombras de estos modillones nos servirá tambien para los del órden corintio, por cuya razon he preferido este órden dórico, pues es el que abraza el estudio de todos los demás cornisamentos.

Fig. 31. *Sombra del nicho esférico.*

Se llama nicho esférico á un hueco semicilíndrico, terminado en la parte superior con una cuarta parte de esfera, el cual se emplea en la arquitectura para colocar estátuas ó jarrones.

Para determinar su sombra tómense varios puntos en las dos proyecciones, como AA', BB', CC', y por estos puntos trácense unos rayos, y por las intersecciones horizontales con la parte cilíndrica, como abc, levántense unas verticales, que en las respectivas intersecciones darán los puntos $a'b'c'$; mas arriba del punto c' no pueden obtenerse mas puntos por este procedimiento, porque desde A'E comienza el arranque de la bóveda ó parte esférica, y esta se va recogiendo; así que es preciso dar algunas secciones horizontales, como ef, gh, que se proyectarán en los puntos $h'f'$, por los cuales se trazarán unos arcos de círculo haciendo centro en D, que serán las proyecciones horizontales de las secciones; trácese un rayo luminoso por D, que encontrará á las secciones en los puntos nr, y se proyectarán verticalmen-

te sobre estas en los puntos $n'r'$; por estos, y por $D'd'$, pasará una curva, que será una seccion vertical dada en la bóveda: trácese un rayo luminoso por D′ que encontrará á esta seccion en s, y por este punto y por el de tangencia h pasará la parte de curva que faltaba, y se tendrá la sombra del nicho. La curva $h s c' b' a'$ corresponde á la parte de la bóveda, y desde a' abajo á la arista A′G del semicilindro.

Este estudio nos servirá tambien para determinar las sombras en las estrías de los órdenes jónico, corintio y compuesto, porque son estas semicilíndricas; así que la estría que esté de frente será su sombra semejante á esta, y se determinará por este procedimiento, y lo mismo en las de los lados, aunque la sombra variará algo, segun como se presenten á los rayos luminosos (como hemos visto en la fig. 28).

SOMBRAS

DE LOS CAPITELES JONICO Y CORINTIO.

LÁMINA 4.ª

Trácese la proyeccion horizontal y vertical del capitel jónico (fig. 32 y 33), y determínense las sombras del cuarto bocel y bocelino, como se hizo en el capitel dórico, y obtenidas estas pasaremos á las sombras de las volutas, que es en lo que se diferencia del anterior: trácense dos tangentes á la voluta, y se tendrán los puntos AE (fig. 33); tómense además otros varios, como BCDH, que se proyectarán horizontalmente en A′B′C′D′E′FH′; trácense por estos puntos rayos luminosos, que encontrarán á la caña de la columna en los puntos *bcdefh*, y las respectivas intersecciones darán los puntos *b′c′d′e′f′h′*, por los cuales pasará la curva que determina la sombra de la parte BCDEH de la voluta sobre la columna, suponiendo que esta no está estriada; pero si estuviese, es claro que la sombra se internará en las estrías, en cuyo caso se prolongará el rayo hasta encontrar el fondo de estas, y elevando los puntos se tendrán $c^2 d^2 e^2$, que determinarán las entradas de la sombra en las estrías. La sombra que causa la porcion de la voluta AB cae una parte sobre el cuarto bocel detrás de la voluta, y sobre el bocelino, y está interrumpida por las sombras respectivas de estas molduras, como se ve en la figura, aunque varía despues por los adornos que se ponen, segun se ve en la fig. 34, y la parte *f′h′* provienen de la porcion de la voluta H′F, que está detrás de HE, cuya porcion de sombra se con-

funde en parte con la que arroja el cojin, que para determinarla se trazarán las secciones O y R, y subiendo una vertical por los puntos O y R se proyectarán en O′R′, por los cuales pasarán las curvas $oO'o'$ y $rR'r'$, que es la forma que tiene el cojin en dichas secciones; trazando unas tangentes á estas curvas darán los puntos GI, que se proyectarán sobre el cojin en las líneas de seccion en los puntos G′I′, y trazando rayos luminosos, las respectivas intersecciones darán los puntos $g'i'$, que determinarán la parte de la sombra arrojada por el cojin que se ve en la posicion de frente, en que hemos representado el capitel.

Para determinar la sombra arrojada sobre el muro se trazarán las dos tangentes SZ; tómense además varios puntos, y proyéctense horizontalmente, y las respectivas intersecciones darán los puntos $s'n'p'q'z'x'$, por los cuales pasará la curva que determinará la sombra arrojada por la voluta, y para determinar la que arroja el cuarto bocel prolónguense los rayos XZ hasta encontrar la curva de separacion, y se tendrán dos puntos en 2 y 3, tómese además el punto 1, y proyéctense sobre la línea de separacion en proyeccion horizontal, y se tendrán los puntos 1′2′3′; trácense rayos luminosos, y las respectivas intersecciones darán los puntos 1′2″3″, por los que pasará la curva que determinará la sombra arrojada por el cuarto bocel; el bocelino no produce sombra por estar debajo, y las sombras de las estrías se determinarán segun se ha explicado en la fig. 31.

En cuanto á la degradacion de las tintas en este capitel, observando las reglas dadas para la superficie BCB′C′ (fig. 13 y 14), se verá que se debe poner una media tinta clara en las fajas de las volutas, y otra algo mas clara en los filetes; las sombras arrojadas por estos sobre las fajas principian en los puntos de contacto de los rayos tangentes trazados en cada espira (segun se ve en la fig. 33), y deberán degradarse estas sombras, porque como la union de los filetes

con las fajas es una media caña y se presenta de diferente modo á la luz, participa de la luz reflejada, y á la parte opuesta debe estar en luz porque los rayos luminosos caen directamente sobre la superficie de la media caña, por lo cual se ha dejado el pequeño claro que se ve en la figura. La parte inferior del talon del cimacio produce una pequeña sombra sobre el filete de la voluta; y las sombras en dicho talon son las mismas que las de la figura 17 hasta la línea *a c*, que es la parte alumbrada por la luz directa; las sombras del bocelino y filete del sumoscapo, y las del cuarto bocel, son las mismas que en el capitel dórico; pero como el cuarto bocel ú ovario de esta figura 34 está adornado, es preciso tener presente las modificaciones que debe sufrir la sombra general por las particulares de los óvolos y flechas, y estudiar bien sus reflejos para no confundir estos adornos.

Fig. 35 y 36. *Sombras del capitel corintio.*

Trácese la proyeccion horizontal y vertical; hágase la distribucion de las hojas, y perfílense estas segun se ve en la figura; y para trazar las volutas con mas facilidad y precision, trácense estas primero vistas de frente en proyeccion vertical (como en la figura 37), y por medio de las horizontales llévense las alturas de las vueltas ó espiras á su verdadero lugar; trácese en la proyeccion horizontal de cada voluta una línea, que como $a'b'$ (fig. 35) determinará la direccion de la primera espira, y perpendicularmente á estas otras como c' que pasen por el centro: tómense en la fig. 37 las respectivas distancias desde el centro á un lado y otro de las espiras, como *fe*; trasládense estas dimensiones á la fig. 35 en $f'e'$ &c. para trazar la voluta en esta posicion y proyectar despues estos puntos mas principales en la fig. 36, y concluirla como se ve en la figura; hágase la misma operacion para las volutas pequeñas, y por este procedimiento

se obtendrán fácilmente, y con toda precision, en la posicion movida, segun se presentan; las proyecciones de los caulículos y sus hojas, de las cuales salen los tallos que forman las volutas, y de las demás partes que componen este capitel, no debe ofrecer ninguna dificultad en vista del dibujo y de lo explicado anteriormente.

El procedimiento en general para determinar las sombras de este capitel es el mismo que en las demás figuras, que se reduce solo á dar algunas secciones en las molduras del abaco y en el labio ó reborde del tambor, y tomar varios puntos en las hojas, pero puede abreviarse mucho esta operacion dando estas secciones en partes determinadas, á fin de obtener desde luego los puntos mas principales de las sombras, sin necesidad de multiplicar demasiado dichas secciones; por ejemplo, las sombras de las molduras del abaco pueden determinarse por varias secciones dadas indistintamente, pero si estas se dan en puntos determinados, podrán servirnos tambien para obtener los mas necesarios de la sombra que arroja el abaco sobre el labio del tambor; así pues, trazado el círculo r'B (fig. 35), que determina la salida r (fig. 37) del labio, que es igual á la de las hojas menores, trácese tambien el círculo s'A (fig. 35) que determinará el arranque de la curva sr (fig. 37) que forma el cuarto bocel (moldura superior de dicho labio); y por el punto de interseccion A de este círculo con la curva del abaco trácese una línea á 45.°, que se considerará como una seccion que cortará á las molduras del abaco; proyéctese verticalmente esta seccion C que comenzará en C′, y trácense rayos luminosos, como se hizo en las figuras anteriores, y se tendrán varios puntos de la sombra propia y arrojada de las molduras en el abaco, y el punto A′ será donde comienza la sombra que este arroja sobre el labio del tambor, el cual se trasladará á igual distancia del eje para obtener en A″ otro punto igual. Los puntos

extremos de esta sombra, que deben estar en la horizontal rB$'$, se encontrarian indudablemente siguiendo el método general, esto es dando varias secciones; pero si se toma un punto B (fig. 35) á la mitad de la distancia entre el rayo AC y RQ sobre el círculo r', y proyectando este punto verticalmente en la horizontal r (fig. 36 y 37), se tendrá B$'$, y la curva A$'$B$'$ determinará la sombra que arroja el abaco por este lado, como veremos mejor si se traza la línea de seccion por dicho punto B, y se proyecta verticalmente; y trazando los rayos luminosos en esta seccion se verá que el que pasa por el punto O$'$ se encuentra con la horizontal r en el punto B$'$: el punto B^2 se separa mas del eje porque por este lado penetran mas los rayos luminosos por debajo del abaco y cae este punto detrás del tallo de la voluta, que para encontrarle seria necesario dar varias secciones; pero se encontrará con solo la seccion Et, dada de modo que pase por el punto v, situado á la octava parte de la distancia que hay entre los dos círculos s'A y r'B; así que, proyectando esta seccion verticalmente y trazando un rayo luminoso por el punto t', se encontrará con la horizontal r en el punto B^2 debajo del tallo de la voluta, como se ha dicho, y este será el de la sombra (*), con lo cual se tendrán los cuatro puntos principales de la sombra arrojada sobre el labio, y si se quisiesen mas puntos pueden trazarse otras sec-

---

(*) Téngase presente que estos puntos B$'$B^2 variarán si se alteran las proporciones de algunos de los miembros, en cuyo caso no se encontrarán por el método particular que se ha empleado, y seria necesario acudir al método general, para lo cual se dividirá primero la curva sr en varias partes iguales, y por los puntos de division se trazarán paralelas á rB$'$, que se considerarán como secciones que se proyectarán horizontalmente en círculos entre $s'r'$, y trazando varias secciones, como Et, darán en proyeccion vertical las curvas correspondientes en el abaco y cuarto bocel del tambor, y los rayos trazados por los extremos de las del abaco, como t', determinarán sobre las curvas del cuarto bocel los puntos de la sombra; así es como se han determinado los puntos B$'$B^2, que entre otros se han elegido estos solos por ser el término de la sombra con el fin de abreviar la operacion.

ciones entre A′B′, A^2B^2; para acabar de determinar la sombra sobre el abaco trácese otra seccion por el punto F, que se proyectará en F′, y se tendrán los últimos puntos, y los primeros se obtendrán trazando un rayo G tangente á la moldura, que se proyectará en el punto G′, por el cual se trazará otro rayo, y las intersecciones respectivas de estos darán el punto *g*, donde principiará la sombra que arroja el cuarto bocel del abaco ó cimacio sobre su faja, que continuará pasando por las intersecciones de los rayos trazados en las diferentes secciones hasta el punto *m*.

El labio ó reborde produce su sombra sobre el tambor, y como la línea de esta sombra está cubierta con las volutas, y solo se ve una pequeña parte hácia el punto P′, se determinará este trazando un rayo luminoso por el punto B′, y subiendo una vertical por el punto de interseccion P; pero téngase presente que este punto P′ no se tendrá con toda precision por este método si el arranque de la curva *rz* empieza muy abajo, y para obtenerle con exactitud seria necesario dividir dicha curva *rz* en un número cualquiera de partes iguales, y trazando por estos puntos unas horizontales, que se proyectarán en la fig. 35 en otros tantos círculos, estos encontrarán á las secciones D y C en varios puntos, que elevados á la proyeccion vertical darán en esta las curvas que forman dichas secciones, y trazando en estas los correspondientes rayos luminosos se tendrán los puntos por donde pasa la línea de sombra, como se ve en P′ determinado por el rayo trazado en B′ sobre la curva procedente de la seccion DP; así que para hacer mejor este estudio convendria trazar solo el abaco y el tambor sin las volutas ni hojas, en cuyo caso se encontraria tambien la sombra que arroja el ángulo ó extremo I sobre el tambor, que ahora está una parte sobre la voluta.

Para determinar con toda precision los contornos de las sombras arrojadas por las cabezas de las hojas

seria necesario dar en estas varias secciones horizontales y verticales, y las intersecciones respectivas de los rayos luminosos trazados por dichas secciones darian los puntos que determinarian los contornos generales; pero atendiendo á que esta operacion es bastante complicada, y que los contornos generales tienen que sufrir modificaciones por las sinuosidades que forman las venas y recortes de los grupos de hojitas de acanto ú oliva que las componen, cuyos retraimientos en la sombra es muy dificil determinar geométricamente, determinaremos solo varios puntos mas principales, los cuales se obtendrán trazando unas líneas á 45.° por las partes mas salientes en cada una de las cabezas de las hojas, como en 1′, 2, que se proyectarán horizontalmente, como se ve en 2′, y las respectivas intersecciones darán varios puntos por donde pasará la sombra, como se ve en la figura.

Para lavar este capitel se observarán bien las reglas dadas anteriormente para la degradacion de las tintas, y se verá que los planos de la voluta grande de la izquierda deberán tener una media tinta oscura, pues aunque no está en sombra, tampoco puede estar completamente alumbrada por la inclinacion con que caen sobre estos los rayos luminosos; teniendo cuidado de oscurecerla mas en las partes donde arrojan su sombra el filete ó listel, y las espiras unas sobre otras; igual observacion deberá hacerse para el cimacio, pues por la misma razon debe ponerse una media tinta sobre la parte *g*O′ de la faja, suavizándola hácia *t*′; la voluta pequeña de la izquierda está completamente en sombra, por lo cual no deben ponerse las que arrojan el filete y las espiras, pues se confunden en la sombra general; pero es necesario tener presente los efectos de la luz reflejada á fin de dejar en medias tintas las partes que le corresponde, como se ve en la figura. En cuanto á las hojas y demás adornos se tendrá cuidado de estudiar bien sus sinuosidades y contornos para dejar en las tintas de estos los cla-

ros y trasparencia debida, á fin de que no se confundan los grupos unos con otros; todo lo cual se conseguirá fácilmente con la aplicacion de los procedimientos que quedan explicados, y teniendo cuidado de examinar la figura, pues el trazado geométrico de las sombras de estas, y de las demás que se presentan en esta obra, se han hecho comparando los resultados del estudio geométrico con el efecto que producian los modelos en relieve, construidos con toda precision, y expuestos convenientemente á la luz.

TRATADO ELEMENTAL

DE DIBUJO

PARA LOS ESTUDIOS DE LA ACADEMIA ESPECIAL

DE INGENIEROS

TRADUCIDO LA MAYOR PARTE DEL QUE ESCRIBIO Mr. L. L. VALLÉE

POR

DON ANTONIO BANDARÁN,

Teniente Coronel de dicho Cuerpo, Profesor de Geometría descriptiva y su aplicacion al dibujo en el Colegio General Militar.

MADRID: IMPRENTA DE DON EUSEBIO AGUADO.

1838.

48

INFORME *dado por la junta de profesores de la Academia especial de Ingenieros del ejército al Excmo. Señor Ingeniero general sobre la obra titulada* TRATADO ELEMENTAL DE DIBUJO, *escrita por el Teniente Coronel del cuerpo don Antonio Bandarán.*

No se puede dudar que son muy imperfectos los diversos tratados publicados en nuestro idioma con el objeto de difundir los conocimientos indispensables en la juventud que se dedica al estudio y práctica del dibujo, pues que incompletos los mas, y demasiado diminutos aun los tenidos por mejores, no llegan á ser suficientemente metódicos ni capaces de facilitar cuanto es posible esta instruccion, principalmente entre aquellos que desean profundizar y estender su saber lo bastante para llegar á conocer bien un arte tan util. Necesitamos en verdad obras mas perfectas y adecuadas al intento; pero tambien es seguro no se podrá conseguir de un modo satisfactorio mientras dejen de estar espuestas, y no aparezcan desde luego como simples aplicaciones de la Geometría descriptiva, porque esta parte de la ciencia matemática, en el estado de adelanto que actualmente tiene, con la elegancia de sus métodos y su espedito y sencillo modo de representacion, es ciertamente la base en que deben reposar las doctrinas fundamentales de las diferentes clases de dibujo, y porque sin su poderoso auxlio no podrán reunir toda la sencillez y rigor tan indispensables para hacer seguros y rápidos progresos.

Asi es que en nuestra Academia y en los demas establecimientos de España donde se enseña y cultiva con esmero la espresada Geometría y sus aplicaciones, por carecer absolutamente de testos en castellano de estas últimas, hay que recurrir á obras estrangeras para suplir esta falta, ó bien contentarse con los estractos y esplicaciones de los profesores de estas enseñanzas, no sin notable y gravísimo perjuicio en los mayores adelantos. Por esta causa todos los conocedores de estos

ramos de instruccion desean ver aparecer libros españoles capaces de allanar los indicados inconvenientes.

Don Antonio Bandarán, apreciando en su justo valor esta necesidad perentoria, como que la habrá esperimentado en el tiempo que lleva dirigiendo esta enseñanza en el Colegio General Militar, deseando ocurrir á ella difundiendo tan útiles conocimientos, y solícito siempre por los progresos y el mayor lustre del cuerpo de ingenieros á que pertenece, se ha dedicado con su bien conocida laboriosidad á la formacion del *Tratado elemental de Dibujo* de que informamos.

Esta obra es en su mayor parte la traduccion de lo mejor y mas util que contiene la que Mr. L. Vallée publicó en francés con el título *Tratado de la ciencia del dibujo.* En ambas notamos igual subdivision de materias, el mismo orden en su esposicion, y las ideas se suceden idénticamente. *Sombras*, *Perspectiva lineal*, *Imágenes de óptica*, *Perspectiva aérea* son las cuatro partes que componen el todo, las cuales corresponden con exactitud á los cuatro libros de que está formado el tratado francés. Pero queriendo el señor Bandarán que su trabajo resulte poco voluminoso, y por consiguiente mas acomodado y de facil adquisicion para el mayor número, y deseando tambien darle toda la claridad posible, ha hecho algunas variaciones y suprimido de la edicion francesa todo lo que esta contiene de menos utilidad, y tambien lo que en la misma se encuentra de puro lujo.

Siendo el tratado de Mr. L. Vallée una continuacion de su Geometría descriptiva, pudo desde luego entrar en la resolucion de los problemas de sombras; formado el de Bandarán sin otro alguno á quien referirse, ha creido oportuno, para esponer su doctrina con fruto y solidez, introducir en la leccion segunda de la parte primera las cuestiones elementales necesarias para fundarla. En lo restante de dicha parte solo considera las sombras arrojadas por uno ó mas cuerpos opacos cuando son producidas por rayos de luz paralelos, por ser el caso que observamos comunmente en la naturaleza, y por lo mismo el que se ve aplicado á la mayor parte de los dibujos, suprimiendo en consecuencia como menos util todo lo relativo á los casos de rayos emanados de un solo punto luminoso ó de varios, como tambien las penumbras que en estos últimos aparecen.

En la parte segunda se hallan los principios elementales de perspectiva, el método general y el de los puntos de concurso,

con la determinacion de las perspectivas de las sombras solo en el caso de rayos paralelos, omitiendo lo demas, y tambien lo relativo al arte del pintor decorador, y á la eleccion de los datos y los métodos.

La parte tercera comprende la determinacion gráfica de las imágenes producidas por las inflexiones que padece la luz en su propagacion, precedida de algunas nociones de óptica, necesarias para esplicar la existencia de dichas imágenes. Unicamente considera los puntos brillantes de las líneas y de las superficies en el caso de hallarse iluminadas por rayos paralelos, y suprime los métodos descriptivos espuestos por L. Vallée relativos á la construccion de las imágenes brillantes, espectros luminosos é imágenes producidas por reflexion y refraccion, asi como las teorías sobre que reposan dichos métodos.

En las siete lecciones de perspectiva aérea que forman la cuarta parte, ha reunido todo lo mas interesante que contienen los capítulos correspondientes de Vallée relativo al aire y sus reflejos, á los efectos reales y aparentes de la sombra y de la luz, á los de la luz blanca, á las causas de la visibilidad, y finalmente á las reglas del lavado.

El resumen precedente manifiesta que el Tratado de Don Antonio Bandarán reune los conocimientos mas importantes, los de mayor necesidad é indispensables para poder servir con fruto en la enseñanza de las teorías del dibujo, no solo para la generalidad de los que se dedican á este estudio, sino tambien para aquellos que quieran estender sus conocimientos hasta ponerse en disposicion de poder progresar en los diferentes ramos que abraza. Asi es que creemos no le falta nada de lo que puede conceptuarse de mayor importancia, y que en haber suprimido varios problemas de solo ejercicio, y descartado del que le ha servido de norma lo que contiene de menos utilidad, ha hecho un servicio importante por haber acomodado su trabajo á nuestras mas precisas necesidades en esta clase de instruccion.

Verdad es que al examinar este Tratado no se encontrarán en él nuevas teorías ni distintos procedimientos, pero no por esto le conceptuamos desnudo del suficiente mérito para tenerle por muy apreciable y de justa recomendacion, mucho mas por lo persuadidos que estamos de la modestia que siempre ha distinguido á su autor, y de la que ahora nos da una nueva prueba sujetándose estrictamente al plan de una obra tenida generalmente por la mas completa de las que se han escrito

**

sobre el dibujo, considerado como una de las aplicaciones de la Geometría descriptiva. Por esta razon tambien es la que los profesores de la Academia, á cuyo cargo ha estado la enseñanza de este ramo, han tenido mas á la vista, sacando de ella la mayor parte de las doctrinas y muchos de los problemas de ejercicio ó aplicacion. Ninguno sin embargo la ha designado como testo por no considerarla propia para adaptarse á nuestro curso, pues en ella se contienen muchas teorías que, si bien de grande utilidad para el artista, rara vez encontrarán aplicacion en los dibujos que haya de formar un ingeniero. Don Antonio Bandarán, al parecer sugerido de iguales ideas, ha venido á reunir en el Tratado que presenta, con corta diferencia, todo lo mas esencial que en la teoría del dibujo se ha enseñado en el establecimiento: por lo tanto la Junta cree debe formar parte del curso escrito de la Academia, con lo que se reportará la conocida utilidad de disminuirse las lecciones orales á que ha obligado hasta el dia la carencia de testo, habiendo por ello fundada razon para esperar que los adelantos de los alumnos sean mayores con menos trabajo de su parte.=Madrid 10 de junio de 1838.=Presidente, *Blas Manuel Teruel.*=*Celestino del Piélago.*=*Fernando García San Pedro.*=*Vicente Roman.*=*Juan Carlos Cardona.*=*José Valdemoros.*=*Francisco Martin del Yerro.*=*Juan Gomez Landero*, Vocal Secretario.

La Geometría descriptiva, que enseña el modo de representar las magnitudes exactamente determinadas, y de hacer en ellas cuantas operaciones gráficas son posibles, es la base de los conocimientos que el dibujante-geómetra ha menester, porque sin ella no puede hacerse la descripcion perfecta de un edificio, de una máquina, ni de otro cualquier proyecto.

A fin de que esta descripcion esté al alcance de todos, se han agregado á las proyecciones los efectos de luz y de sombra que presentan los cuerpos iluminados, formando asi dibujos cuya impresion es muy semejante á la que hacen los objetos representados, y por ella adquirimos la idea de los mismos objetos.

Mas para que tales dibujos hicieran la ilusion conveniente, sería necesario que la disposicion geomé-

trica de los rayos luminosos que los puntos de la imagen envian al espectador fuera la misma que la de los rayos enviados por los puntos correspondientes del objeto, lo cual exigiria que los últimos rayos se confundiesen con las líneas proyectantes, que fuesen por consiguiente perpendiculares al plano del dibujo, y que el espectador estuviera situado al infinito. Pero como no puede verse bien un objeto puesto á gran distancia, las proyecciones, aunque esten perfectamente coloridas, tienen por lo general un defecto que nos impide sacar de ellas como dibujos de imitacion todas las ventajas que deseamos.

La Geometría descriptiva da el medio de obtener dibujos sin el inconveniente que presentan las proyecciones. Dado un objeto, la superficie de un cuadro, y la posicion del espectador que le considera, enseña lo que se debe hacer para determinar en la superficie propuesta una figura que presente exactamente á la vista las diferentes partes del objeto. Esta figura se llama una perspectiva, *y las perspectivas construidas diestramente con el efecto de los colores y de las sombras hacen toda la ilusion posible.*

Cuando el dibujante-geómetra sepa construir las

proyecciones y las perspectivas de los objetos, para imitarlos con perfeccion debe estudiar ademas los efectos de la luz sobre los cuerpos, la apariencia de estos efectos, y las causas que nos hacen ver los objetos por medio de esta apariencia, porque solo con los conocimientos adquiridos en un estudio profundo podrá dar razon de sus operaciones y perfeccionarlas.

Con el fin de manifestar lo principal de estos conocimientos se dividirá el tratado en cuatro partes.

La primera será de Sombras, *y en ella se determinarán sus contornos, en el supuesto de que no hay en el espacio mas que un cierto número de cuerpos opacos, y uno solo luminoso.*

En la segunda se tratará de la construccion geométrica de las perspectivas, y se llamará Perspectiva lineal.

Se nombrará la tercera Imágenes de óptica, *y en ella se determinarán los puntos brillantes de los cuerpos, indicando las causas generales de la formacion de otras imágenes.*

A la cuarta se llamará Perspectiva aérea, *en la que se examinarán los principales fenómenos que hacen distinguir con el auxilio de la vista la natura-*

leza, forma y posicion de los cuerpos, deduciendo de este examen las leyes de la degradacion aparente de las tintas de color y de sombras; degradacion que en la realidad produce la visibilidad de los objetos, y en el dibujo la ilusion.

Algunas veces se llamarán planos *á las proyecciones horizontales, y* elevaciones *ó* alzados *á las verticales; denominaciones que tienen en las artes.*

Si el objeto que se representa es cortado por un plano paralelo al de proyeccion, como cuando en arquitectura queremos manifestar partes interiores, la proyeccion correspondiente se llama corte *ó* perfil, *nombre que tiene tambien la seccion hecha por el plano secante. Si el plano de proyeccion es vertical, la proyeccion se denomina* corte vertical, *y si el plano es horizontal, se da á la proyeccion el nombre de* corte horizontal *ó* planta. *Sin embargo, cuando las consideramos como proyecciones mas bien que como cortes, se llaman elevaciones y planos.*

Y como el objeto de un perfil es el de mostrar claramente la seccion hecha por el plano secante, se supone siempre al trazarlo que la parte anterior ó superior del cuerpo cortado se ha separado de él,

porque sin esto dicha parte ocultaria la seccion que se quiere manifestar.

Los planos, las elevaciones, los perfiles, y cualesquiera proyecciones se llaman dibujos geométricos.

Si la posicion de la línea de tierra, como suele suceder, indica planos de proyeccion que encuentran al objeto representado, entonces esta línea solo sirve para las construcciones, y se concibe para la delineacion un plano de proyeccion mas retirado si es vertical, y mas bajo si es horizontal.

Siendo inutil la línea de tierra cuando el cuerpo representado ofrece planos horizontales ó verticales á los cuales se pueden referir las construcciones, no importa omitir su traza. Entonces las dos proyecciones son en cierto modo dibujos aislados, que cuidaremos solamente de colocar el uno bajo del otro, á fin de que sirvan para las operaciones.

En la lámina VII tenemos un ejemplo donde se encuentran estas diferentes particularidades. Representa un nicho por medio de su plano y de su elevacion: el plano horizontal nos muestra un corte; el plano de éste se halla á la altura del cuerpo del nicho; el plano horizontal de proyeccion, segun el tra-

zado de las líneas, está debajo del objeto representado; el vertical detrás del mismo objeto; y finalmente, la lámina no presenta línea de tierra.

En la representacion de los objetos se seguirán los convenios hechos en la Geometría descriptiva, indicando las sombras vistas por medio de puntos muy próximos.

Cuando para ilustrar la materia que se esponga sea necesario remitir al lector á otros números de este Tratado, se pondrán entre paréntesis.

El objeto de esta obra ha sido comprender únicamente las teorías mas importantes, reduciendo en lo posible sus aplicaciones. Si de ella resultase algun beneficio á la instruccion pública, se hallará bastante compensado su autor.

TRATADO ELEMENTAL DE DIBUJO.

PARTE PRIMERA.

De las Sombras.

LECCION I.

Principios fundamentales.

1. Hemos dicho en la introduccion, que para hacer bien comprensibles las proyecciones de los cuerpos era necesario presentarlas con los efectos de la luz que comunmente nos hacen ver los objetos, y que asi hablaríamos de estos efectos.

El mas notable y el primero que examinaremos es el que se llama *sombra ;* esto es, la especie de tinta mas ó menos oscura que aparece en las partes de los cuerpos opuestas á la luz que no estan iluminadas.

2. Para desembarazar las sombras de muchas causas que las modifican en la superficie de la tierra, supondremos el espacio vacio, considerando en él un solo cuerpo luminoso, y uno ó muchos cuerpos opacos (113). En esta suposicion determinaremos las partes de los últimos que no reciben ninguna luz y que se hallan en lo que se puede llamar *sombra absoluta* , indicando ademas cómo se determinan aquellas cuyos puntos, no re-

cibiendo toda la luz que recibirian si cada uno de ellos estuviese aislado, se hallan en lo que se llama *penumbra.*

3. En la leccion tercera de la perspectiva aérea empezaremos por las sombras asi consideradas, para indicar cómo se llega poco á poco á las naturales.

4. La teoría de las sombras, segun se concibe comunmente, no es otra cosa *que la investigacion de las líneas que terminan las sombras y las penumbras de los cuerpos perfectamente opacos, cuando se consideran solos en el espacio con uno ó muchos cuerpos luminosos.*

5. Antes de todo debemos advertir que la luz se propaga en línea recta (112).

6. Sentado este principio fundamental, concibamos que no existen en el espacio sino dos cuerpos, uno luminoso y otro perfectamente opaco; y suponiéndolos situados de cualquier modo el uno con relacion al otro, figurémonos que los dos son esféricos.

Lam. I, fig. 1. Sean *A*, *B* las proyecciones de los cuerpos luminoso y opaco sobre cualquier plano que pase por sus centros, plano que consideraremos como horizontal; tírese un plano vertical *NM* tangente á estos dos cuerpos, y concibamos que gira al rededor de ellos sin dejar de tocarlos; sus intersecciones sucesivas formarán una superficie cónica *MCm*, que tocará á la esfera *B* en el círculo *Mm*, y al cuerpo *A* en el *Nn;* pero todos los rayos luminosos comprendidos en el cono *MCm* serán interceptados por el casquete *mkM*; luego ningun punto situado en el interior de este cono, y de la otra parte del círculo *Mm*, podrá recibir luz del cuerpo *A*: de donde se sigue que el casquete *mKM* del cuerpo opaco estará enteramente en la sombra, y que la curva de contacto *mM* separará la parte iluminada de la sombría.

Fig. 2. 7. Supongamos ahora que el cuerpo opaco, en lugar de ser esférico, sea el de revolucion *BCIEicb*, cuyo eje *EF* pase por el centro del cuerpo luminoso *A*. Sea *MN* un plano vertical sujeto á la condicion de ser tangente

al mismo tiempo á los cuerpos luminoso y opaco, y concibamos que sin faltar á ella gira al rededor de estos cuerpos; engendrará una superficie cónica que tocará al último en el círculo *Mm*, y le cortará en el *Rr*; pero la porcion *mEM* de este cuerpo intercepta todos los rayos luminosos situados en el interior del cono engendrado por *MN*; luego la superficie *MIRrim* está en la sombra.

Tiremos una recta *Oc* tangente al cuerpo luminoso y rasante (*) en *c* al opaco, y supongamos que el plano vertical cuya traza es esta recta, gira al rededor de los cuerpos *A* y *B*; es indudable que engendrará en su movimiento un cono que tocará al cuerpo *B* en el círculo *Cc*, y que lo cortará en el *Pp*: donde se ve que determinará sobre la superficie *BCIicb* una parte *CcpP* que estará en sombra.

8. Todos los círculos *Mm*, *Cc*, *Rr*, *Pp* separan las partes iluminadas de las sombrías; pero debemos observar que estas líneas no tienen todas la misma representacion. Las unas, como *Mm* y *Cc*, son curvas de contacto; las otras *Rr*, *Pp* son las intersecciones del cuerpo opaco y de las superficies cuyas directrices son *Mm* y *Cc*; de modo que las *Rr*, *Pp* no pueden ser determinadas sino cuando se conozcan las *Mm*, *Cc*, por lo cual se dan á estas líneas denominaciones diferentes.

9. Una curva como *Mm* ó *Cc* que termina una sombra, y que resulta del contacto de una superficie des-

---

(*) Como la recta *Oc* rasa la línea *icb* sin serle tangente, y como en muchas ocasiones habrá de considerarse la tal línea, la llamaremos algunas veces una *rasante*. Por analogía al plano vertical *Oc* que toca en *c* la superficie de revolucion *BCIEicb*, se le llamará *plano rasante*, y á la superficie cónica engendrada por el movimiento de *Oc* al rededor del eje de revolucion *EF superficie rasante*. Entenderemos siempre por *puntos ó líneas de contacto* las partes comunes á las líneas y superficies rasantes y rasadas, que para nuestro objeto son análogas á los puntos ó líneas de contacto de las líneas ó superficies tangentes.

arrollable, cuyas generatrices son rayos de luz tangentes ó rasantes al cuerpo luminoso, se llama *línea de separacion de luz y de sombra* (*); y la que, como *Rr* ó *Pp*, termina tambien una sombra, pero que resulta de la interseccion del cuerpo opaco y de una superficie desarrollable, que tiene por directriz una separacion de luz y de sombra, y por generatrices rayos de luz tangentes ó rasantes al cuerpo luminoso, se llama línea de *sombra arrojada ó cortada.*

10. Pasemos ahora al examen de un caso mas general, suponiendo que los cuerpos luminoso y opaco sean convexos y de cualesquiera formas.

Tiremos á estos dos cuerpos un plano rasante que los deje á un mismo lado; concibiendo que gira al rededor de ellos sin dejar de tocarlos hasta que vuelva á su primera situacion, dos posiciones consecutivas de este plano se cortarán en una recta rasante al mismo tiempo á los dos cuerpos, y la reunion de rectas rasantes, que determinarán tambien las posiciones sucesivas del plano movil, formará una superficie, de la cual dos generatrices consecutivas estarán en el mismo plano, y será por consiguiente desarrollable. Esta superficie tocará al cuerpo opaco en cierta línea, la que como vamos á manifestar separará la parte iluminada de la sombría.

11. Para demostrarlo supongamos desde luego que las diferentes superficies que componen la del cuerpo opaco sean tangentes entre sí: concibiendo un punto cualquiera en la superficie del cuerpo luminoso, y por él cuantas rectas puedan partir sin cortar esta superficie, las tangentes al cuerpo en el mismo punto serán las últimas que pueden considerarse: y como el punto luminoso envia luz en todas direcciones, es claro que los rayos que de él procedan coincidirán con todas las rec-

(*) En los tratados antiguos de dibujo se llama esta línea *semiluz.*

tas de que se trata: de donde se sigue que el plano tangente en un punto luminoso de un cuerpo termina la cantidad de luz que aquel despide.

Asimismo un punto del cuerpo opaco no puede ser iluminado por un rayo, sino cuando este venga dirigido en una recta, que sería uno de los rayos procedentes de este punto si fuese luminoso.

Sentado esto, sea *A* el cuerpo luminoso y *B* el opaco proyectados sobre cualquier plano horizontal; sea *MN* la curva de que hablamos; tírese un plano vertical *nN* tangente á los dos cuerpos *A* y *B*, y supongamos que *n*, *N* sean los puntos donde toca sus superficies. Segun lo que acaba de decirse tendremos que de todos los rayos procedentes del punto *n*, solo el rayo *nN* ilumina el punto *N*, y que entre todas las rectas que parten de este punto solo existe la *nN*, en cuya direccion puede enviarle luz el cuerpo *A*: de donde se infiere que el punto *N* solo es iluminado por el rayo *nN*. Es asi que sucede lo mismo para cualquiera otro punto de la curva de contacto *MN*, luego cada uno de los puntos de esta curva es iluminado por un solo rayo. *Fig.* 3.

Sean ahora *p* y *r* dos puntos de la superficie del cuerpo opaco, de los cuales el *p* esté situado con relacion al cuerpo luminoso mas acá de la curva *MN*, y el *r* mas allá; tirando por el punto *p* un plano tangente *pq* á la superficie del cuerpo opaco, examinemos desde luego el efecto de la luz sobre este punto. El plano *pq* dejará sobre sí una parte *qst* de la superficie del cuerpo luminoso, ó todo este cuerpo; asi podrán tirarse por el punto *p* infinitas rectas superiores al plano *pq*, y que encuentren al cuerpo *A*: de donde se sigue que el punto *p* es iluminado por infinitos rayos. Y como sucede lo mismo para todos los puntos del casquete *MZN*, cualquiera que sea su aproximacion á *MN*, se ve que este casquete está del todo iluminado.

Observemos por otra parte lo que se verifica respec-

to del punto *r*. El plano *ur* tangente en él al cuerpo opaco deja bajo de sí todo el cuerpo *A*, por lo que se ve que el punto *r* no puede recibir ningun rayo luminoso de este cuerpo: es asi que lo mismo sucede para todos los puntos del casquete *MYN* del cuerpo opaco, luego este casquete está en la sombra, y la línea *MN* divide al cuerpo *B* en dos partes, una iluminada y otra sombría, ó es la línea de separacion de luz y de sombra del cuerpo *B*.

12. Si las superficies curvas que terminan el cuerpo opaco se cortan, en lugar de ser tangentes entre sí como acabamos de suponer, la curva de contacto de que se trata será tambien la línea de separacion de luz y de sombra, bien que los puntos de esta línea, en vez de ser iluminados cada uno por un solo rayo, podrán serlo por muchos. Esto es lo que se verifica respecto de la curva
Fig. 2. *Cc* que resulta de la interseccion y no del contacto de las superficies cuyas generatrices son las *CP* y *CR*.

13. En fin, pasemos al caso general suponiendo los dos cuerpos luminoso y opaco, cualesquiera que sean.

El cuerpo opaco, deteniendo algunos rayos procedentes del cuerpo luminoso, privará de luz una parte del espacio. Esta parte es lo que se llama *sombra proyectada ó arrojada por el cuerpo opaco*, y es facil penetrarse de que será terminada por la superficie que formarán los rayos luminosos tangentes á este cuerpo.

Para conocer la naturaleza de esta superficie, demos que el ojo de un espectador esté situado en la parte del espacio privada de luz, y concibamos un cono circunscripto al cuerpo opaco que tenga su vértice en el ojo: entonces el cuerpo luminoso estará comprendido en este cono.

Si el espectador se mueve para salir de la sombra llevando consigo dicho cono, y se detiene en el momento en que reciba el primer rayo de luz, en esta posicion del ojo del espectador, el cuerpo luminoso tocará en un

punto á la superficie del cono movil, y el rayo enviado al ojo se dirigirá segun la generatriz que pasa por el punto de contacto. Ademas, el plano tangente al cono segun esta generatriz, lo será al mismo tiempo y del mismo lado á los cuerpos luminoso y opaco; de donde se sigue que la superficie que termine la sombra arrojada por el cuerpo opaco, vendrá á ser la envolvente desarrollable producida por el movimiento de dicho plano sobre los dos cuerpos dados.

14. De lo espuesto hasta aqui se deducen los principios siguientes.

1.° Las líneas de separacion de luz y de sombra del cuerpo opaco pertenecen á las de su contacto con la superficie desarrollable circunscripta esteriormente al cuerpo luminoso y al opaco, y que los deja á un mismo lado.

2.° Si el plano generador de aquella superficie presenta posiciones como *Oc* y *NM*, que en su movimiento alrededor de los cuerpos luminoso y opaco no coincidan unas con otras, habrá tantas envolventes desarrollables cuantas fueren las dichas posiciones del plano. *Fig.* 2.

3.° Las partes del cuerpo opaco situadas con relacion á las líneas de contacto de estas envolventes del lado del cuerpo luminoso, estan en lo general iluminadas.

4.° Cada línea de contacto de la envolvente y del cuerpo opaco, lo es de separacion de luz y de sombra como las curvas *Mm*, *Cc*, á no ser que estas se hallen sobre partes sombrías del cuerpo opaco, en cuyo caso los rayos luminosos no las tocan, sino despues de haber atravesado una ó muchas partes de este cuerpo.

Asi la superficie *EMBbm* del cuerpo *B*, siendo tocada interiormente en el círculo *yz* por la superficie desarrollable perteneciente al mismo círculo, este corresponde á la escepcion de que se trata; es decir, que no será línea de separacion de luz y de sombra, y que se hallará precisamente en una parte sombría.

5.° Como los rayos luminosos comprendidos en el

interior de las superficies desarrollables son en lo general interceptados por las partes del cuerpo opaco que ellas envuelven, el interior de la superficie correspondiente á cada línea de separacion de luz y de sombra no está iluminado mas allá de esta línea, y la interseccion de la misma superficie con el cuerpo opaco es una línea de sombra arrojada.

6.° Deteniéndose cada rayo en la primera superficie que encuentra, todo punto de una separacion de luz y de sombra no puede arrojar sombra sino sobre una superficie y en un solo punto.

7.° Si las líneas de separacion de luz y de sombra no son aristas, sino verdaderas líneas de contacto determinadas por planos tangentes, y no por rasantes al cuerpo opaco, cada punto de estas líneas no recibirá mas que un rayo luminoso.

8.° En todos los casos, los puntos de las líneas de sombras arrojadas no recibirán ningun rayo luminoso.

9.° Si se determinan en el cuerpo opaco todas las líneas de contacto y las de interseccion de las superficies desarrollables circunscriptas esteriormente al cuerpo luminoso y al opaco, de modo que los contactos con estos dos cuerpos caigan á un mismo lado, despreciando de estas líneas las que se hallen en las partes sombrías, las demas formarán los contornos de las sombras.

15. Estos son los principios en que se funda la teoría de las sombras, los cuales la reducen, como se ve, á la construccion de una envolvente desarrollable circunscripta á dos superficies dadas, de modo que la arista de retroceso de esta envolvente se halle fuera del intervalo comprendido entre dichas superficies. Y como la construccion de las penumbras se obtiene tambien por otra envolvente desarrollable circunscripta á los dos cuerpos, pero de modo que la arista de retroceso de esta envolvente se halle entre el espacio que ellos comprenden; la determinacion de unas y otras se contiene implícitamen-

te en la resolucion de este problema: *Determinar un plano que toque al mismo tiempo á dos superficies cualesquiera que sean.*

16. Desde luego observaremos que los rayos luminosos procedentes de cualquier cuerpo son otras tantas rectas dirigidas de modo en el espacio que encuentran el mismo cuerpo.

Que si este se reduce á un punto, los rayos luminosos son rectas que concurren en este punto.

Que si el cuerpo luminoso cualquiera que sea se encuentra á una distancia infinita del cuerpo opaco, los rayos luminosos son paralelos. Este caso es el mas sencillo, y del que se trata frecuentemente en la práctica, porque distando el sol de nosotros cerca de 12000 veces el diámetro de la tierra, sus rayos nos llegan en direcciones que forman á lo mas un ángulo de 32 minutos, bajo el cual vemos al sol; de modo que los rayos de este astro pueden considerarse como paralelos.

Trataremos solo de este último caso que es el mas importante, y como en él las superficies envolventes que determinan los contornos de las sombras y los de las penumbras (15) se reducen á la que da los primeros, entonces no hay penumbras, y asi nada diremos de su construccion.

LECCION II.

De los rayos luminosos paralelos.

---

17. Para conocer la direccion de los rayos luminosos paralelos, basta dar la de uno de ellos, ó lo que es lo mismo, la línea recta que la determine.

Se denominará esta recta *rayo de luz*, ó *rayo lumi-*

noso, refiriendo á ella todas las operaciones que tengamos que indicar ó ejecutar.

18. Ahora pues, concibiendo un cuerpo opaco en el espacio, propongámonos construir los contornos de sus sombras, esto es, *sus líneas de separacion de luz y de sombra, y las de sombras arrojadas* (9).

Para esto figurémonos que un rayo luminoso, ó lo que es lo mismo una paralela al rayo de luz dado, se mueve sobre las diferentes partes salientes del cuerpo opaco, de modo que las toque constantemente. En su movimiento describirá tantas superficies cilíndricas como salidas diferentes presente dicho cuerpo, y segun lo manifestado (14) tendremos: que, para resolver el problema propuesto, habrá de tirarse una série de planos paralelos al rayo de luz, sujetos únicamente á cortar el cuerpo opaco; se determinarán sus intersecciones con este; tirando á cada interseccion auxiliar tangentes paralelas al rayo luminoso y determinando sus puntos de contacto, éstos pertenecerán á la curva de contacto del cilindro circunscripto al cuerpo opaco, esto es, en lo general á las curvas de separacion de luz y de sombra.

Determinados los puntos de contacto se prolongarán las tangentes que los hayan dado; se construirán los puntos en que despues de haber tocado las intersecciones auxiliares vuelvan á encontrarlas; y estos puntos, cada uno de los cuales es la sombra arrojada por el punto situado con él sobre la misma tangente, serán en lo general puntos de las líneas de sombras arrojadas.

19. Como los planos sobre los cuales se debe operar no están sujetos, segun se ve, á otra condicion que á la de ser paralelos al rayo luminoso, habrá infinitos sistemas de planos, entre los cuales se podrán elegir los de construccion. Los tomaremos comunmente perpendiculares á uno de los planos de proyeccion, porque tendrán por proyeccion sobre este plano una recta paralela á la proyeccion correspondiente del rayo de luz; lo

que en la mayor parte de los casos simplificará mucho las construcciones.

Pero no emplearemos siempre la solucion general que precede; muchas veces la vista sola de los datos descubrirá la naturaleza de los contornos de las sombras, y esto proporcionará casi siempre los medios particulares de construccion, llegando asi al resultado por el camino mas sencillo.

Aunque no puede darse ninguna regla general en la eleccion de estos medios, el lector bien ejercitado por los problemas que se han de resolver, logrará el acierto en las construcciones que debe preferir.

20. Los cuerpos pueden considerarse como unos compuestos de partes materiales muy pequeñas que llamaremos puntos, y con cuya reunion se formen líneas; y mirando á éstas al modo de hilos y alambres muy delgados, de aristas de una pieza de madera, &c., y á los puntos como estremos y demas pequeñas partes de estos objetos, vamos á determinar sus sombras. Y aunque estas líneas y puntos sean materiales lo mismo que los cuerpos, no permitiendo las dimensiones que les atribuimos considerar en ellos líneas de separacion de luz y de sombra, solo determinaremos sus sombras arrojadas, las cuales, asi como dichas líneas y puntos, serán bien representados como los de la Geometría.

21. Problema 1.° *Dado un punto* (A, A′), *determinar la sombra que arroja sobre los planos de proyeccion, suponiéndole iluminado por el rayo* (X, X′). *Fig. 4.*

La parte del espacio que el punto dado privará de luz no será mas que una línea recta; y como sabemos que esta debe ser paralela al rayo que ilumine dicho punto, la sombra arrojada que buscamos no podrá ser otra que el punto de interseccion de dicha recta con el plano de proyeccion que encuentre primero.

Sentado esto, la construccion del problema se reducirá á tirar por los puntos A, A' las AB, $A'B'$ paralelas respectivamente á las X, X'; á determinar el punto B'

en que la *(AB, A'B')* encuentra al plano horizontal de proyeccion, y este punto será la sombra buscada.

22. Problema 2.° *Determinar la sombra arrojada*
Fig. 5. *por el punto* (A, A') *sobre la superficie cónica* (B, B'), *bajo el supuesto de que* X, X' *sean las proyecciones del rayo luminoso.*

Segun lo manifestado en el problema anterior, la sombra que buscamos será la comun interseccion de una recta que, pasando por el punto dado, sea paralela al rayo que lo ilumina, con la parte de la superficie propuesta que encuentre primero. Asi, para obtener dicha sombra, no hay mas que unir el vértice *(C, C')* del cono con el punto *(A, A')* por medio de la recta *(CD, C'D')*; determinar su traza horizontal *D'*, asi como la *E'* de la *(AE, A'E')* tirada por el punto *(A, A')* paralela al rayo luminoso; tirar la *D'E'*, la cual será la traza horizontal del plano determinado por aquellas dos rectas; el punto *G* en que esta traza encuentra la del cono se unirá con el *C'*, y el punto *Q'*, en que la *GC'* corta á la *A'E'*, será la proyeccion horizontal de la sombra buscada, cuya proyeccion vertical *Q* se deduce facilmente.

23. Problema 3.° *Hallar la sombra arrojada por la*
Fig. 6. *línea recta* (AB, A'B') *sobre los planos de proyeccion, suponiéndola iluminada por el rayo* (X, X').

La sombra arrojada por cada uno de los puntos de la recta dada hará parte de la sombra que vamos á determinar, por consiguiente esta será la misma que la de todos aquellos; y como las sombras arrojadas por todos los puntos son los de interseccion de las rectas tiradas por ellos paralelas al rayo luminoso con el plano de proyeccion que encuentren primero, y estas rectas, por ser paralelas entre sí, determinarán con la dada un plano, es claro que la interseccion de éste con los de proyeccion será la sombra buscada.

Para obtener ésta se tirarán por los estremos *(A, A')*, *(B, B')* de la recta dada las *AC*, *BD*, *A'C'*, *B'D'* para-

lelas respectivamente á las *X*, *X'*, se construirán las trazas *C'*, *G'*, *D*, *E* horizontales y verticales de aquellas; y estos puntos, al paso que determinarán las intersecciones del plano de que se trata con los de proyeccion, fijarán los límites de la sombra arrojada sobre ellos, y uniendo los puntos *C'*, *F*, *D* por las *C'F*, *FD*, se tendrá ésta.

24. Problema 4.º *Determinar la sombra arrojada por la línea recta* (AB, A'B') *sobre la superficie esférica* (C, C') *siendo* X, X' *las proyecciones del rayo luminoso.* *Lam. II, fig. 7.*

De las razones espuestas en el problema anterior se deduce inmediatamente que para obtener la sombra buscada es necesario construir la interseccion del plano determinado por la recta y las tiradas por sus diferentes puntos paralelas al rayo luminoso con la superficie propuesta. Y para esto concíbase un sistema de planos que, pasando por los diferentes puntos de la recta (*AB*, *A'B'*), sean al mismo tiempo paralelos al rayo luminoso (*X*, *X'*) y perpendiculares á uno de los planos de proyeccion, por ejemplo verticales.

Sea *B'E'* la traza horizontal de uno de estos planos: se le hará girar al rededor de ella como charnela hasta sobreponerlo al plano horizontal de proyeccion, se construirá la seccion *JK* hecha en la esfera por dicho plano, asi como la recta *D'E'* paralela al rayo luminoso, y que pasa por el punto (*B*, *B'*) de la recta dada; el punto *F* en que aquella encuentra á la seccion *JK* será la sombra arrojada sobre la esfera por el espresado punto, y *G'*, *G* sus proyecciones: determinando del mismo modo nuevos puntos como los *G'*, *G*, las líneas *P'G'*, *PG* tiradas por unos y otros serán las proyecciones de la sombra arrojada que se buscaba.

25. De lo manifestado en los dos últimos problemas se sigue este principio: cuando una recta es perpendicular á un plano de proyeccion, su sombra arrojada sobre cualquiera superficie se proyecta en este plano como un rayo luminoso.

26. Problema 5.° *Hallar la sombra arrojada por una línea curva sobre los planos de proyeccion.*

La sombra arrojada por una curva será la que produzcan sus diferentes puntos; es asi que la de cada uno de estos es la interseccion de la recta que pasa por él paralela al rayo luminoso dado con el plano de proyeccion que encuentre primero, luego la sombra buscada no puede ser otra que la interseccion de una superficie cilíndrica, que tenga por directriz la curva propuesta y por generatriz una paralela al rayo luminoso, con los planos de proyeccion. Por tanto, para determinar aquella no hay mas que tomar sobre dicha curva los puntos que basten, tirar por éstos líneas paralelas al rayo luminoso dado, construir los puntos en que encuentren á los planos de proyeccion, y trazar una línea que pase por todos ellos.

27. Si la curva dada es la circunferencia de un círculo, su sombra arrojada sobre cualquier plano de proyeccion será en lo general una elipse; porque esta sombra no es otra cosa que la seccion hecha en un cilindro de directriz circular, formado de rectas paralelas al rayo luminoso, por un plano no paralelo al de esta directriz.

Si el plano del círculo fuese perpendicular al mismo tiempo á los dos de proyeccion, para determinar la sombra arrojada sobre éstos por cualquiera de los puntos de
Fig. 8. su circunferencia, suponiendo que AB, $C'D'$ sean las proyecciones de ésta, X, X' las del rayo luminoso dado, y E la proyeccion horizontal de uno de dichos puntos; se hará girar al plano del círculo al rededor de la $C'D'$ como charnela hasta sobreponerlo al horizontal de proyeccion, y entonces se construirán facilmente los puntos F, F' que tendrán la misma proyeccion horizontal dada; se llevarán las distancias EF, EF' desde C' á f y á f'; por los puntos E, f, f' se tirarán las EG, fh, $f'h'$ paralelas respectivamente á las X', X, y levantando en G la Gh' perpendicular á la LM, se tendrá en los puntos

h', h, en que dicha perpendicular encuentra á las $f'h'$, fh, la sombra arrojada que buscamos.

28. Si el plano del círculo es paralelo al rayo que lo ilumina, la sombra arrojada por su circunferencia sobre los planos de proyeccion será la misma que la de uno de sus diámetros.

29. Y cuando el plano de dicho círculo fuese paralelo á uno de los de proyeccion, por ejemplo al horizontal, y su circunferencia solo hubiera de arrojar la sombra sobre este plano, esta será otra circunferencia de igual radio que la dada, y entonces basta determinar su centro.

Sean pues AB, $A'B'$ las proyecciones de la circunferencia dada, C, C' las de su centro, X, X' las del rayo que la ilumina; tírense por los puntos C, C' las *Fig.* 9.
CD, $C'D'$ paralelas respectivameute á las X, X', las cuales serán las proyecciones del eje del cilindro formado por las paralelas al rayo luminoso, sobre el cual deben encontrarse los centros de todos los círculos en que será cortada esta superficie por un sistema de planos horizontales, y determinando la traza horizontal D' de dicho eje se tendrá el punto buscado.

30. Problema 6.° *Determinar la sombra arrojada* *Lam. III,*
por la línea curva (Z, Z′) *sobre la superficie cilíndrica* *fig.* 10.
(D, D′), *suponiéndola iluminada por el rayo* (X, X′).

Segun el problema 5.° la sombra que se pide no puede ser otra que la interseccion del cilindro determinado por la curva dada, y la línea que recorriendo sus diferentes puntos sea constantemente paralela al rayo luminoso dado con la superficie propuesta: esta interseccion se obtendrá concibiendo un sistema de planos, que pasando por los diferentes puntos de la curva (Z, Z'), sean parelelos á las generatrices de las dos superficies cilíndricas que consideramos.

Sentado esto, si por un punto cualquiera (A, A') de dicha curva se tiran las $(AF, A'F')$, $(AE, A'E')$ parale-

las la primera á la $(Dx, D'x')$ generatriz de la superficie cilíndrica dada, y la segunda al rayo luminoso (X, X'), y se determinan las trazas horizontales F', E' de aquellas líneas, la recta $F'E'$ que une estos puntos será la traza horizontal del plano de la serie que pasa por el punto (A, A'); por el G' en que esta encuentra á la traza de la superficie cilíndrica dada se tirará la $G'I'$ paralela á la $D'x'$, y el punto O' en que corta á la $A'E'$ será uno de los de la proyeccion horizontal de la sombra buscada; su correspondiente de la proyeccion vertical se determinará bajando desde O' una perpendicular sobre la LM, y prolongándola hasta cortar en O la AE, ó tambien hasta cortar la proyeccion vertical de la generatriz, cuya proyeccion horizontal es la $G'I'$: determinando del mismo modo los puntos que basten como los O, O', y haciendo pasar por unos y otros las líneas OPQ, $O'P'Q'$, estas serán las proyecciones de la sombra arrojada que se pide.

31. Con la solucion de los problemas que preceden no es dificil determinar las sombras arrojadas por un perímetro de cualquiera figura sobre la superficie que se quiera, y hallar las sombras de los cuerpos terminados por caras planas, sabiendo determinar sus líneas de separacion de luz y de sombra (33).

Lam. IV, fig. 11. 32. Problema 7.° *Dada la pared* (A, A′), *el estribo* (B, B′) *y el poyo* (C, C′) *adherentes á otra pared cuya cara es el plano vertical de proyeccion, determinar sus sombras bajo el supuesto de que* (X, X′) *sea el rayo luminoso.*

Una ojeada sobre las proyecciones de estos cuerpos tan conocidos basta sin mas examen para deducir sus formas y posiciones.

33. Tratándose de cuerpos terminados por planos, sus líneas de separacion de luz y de sombra serán las aristas intersecciones de sus caras iluminadas con las sombrías. Unas y otras se hallarán sin dificultad por medio de la Geometría descriptiva, y teniendo presente que no solo son sombrías las caras de un cuerpo cuando

los rayos luminosos dejan de herirlas libremente, sino tambien cuando estos les son paralelos.

34. En el problema propuesto tendremos dichas líneas de separacion de luz y de sombra sin necesidad de construcciones. En efecto, con relacion á la pared *(A, A')*, por la proyeccion vertical del rayo luminoso se deduce facilmente que sus caras *(za, xa')*, *(zx, xz')* estan iluminadas, y por la proyeccion horizontal del mismo rayo que lo está tambien la *(z'a', xa)*; por lo cual solamente es sombría la cara *(ab, ba')* opuesta y paralela á la *(zx, xz')*. Del mismo modo se deducirá respecto del estribo *(B, B')* que sus caras *(ee', e'q')*, *(q'E', e'E)* estan iluminadas, y la *(DD', D'E')* sombría; y á poco familiarizados que estemos con las posiciones de las rectas y planos en cuanto á los de proyeccion, conoceremos que el plano oblícuo y paralelo á la línea de tierra *(eE, e'E')* tambien está iluminado. Y teniendo las caras del poyo *(C, C')* las mismas posiciones que las de la pared *(A, A')*, solamente será sombría su cara *(HK, KH')*.

Resulta pues que las líneas de separacion de luz y de sombra de la pared son las *(ab, a')*, *(a'b, a)*; las del estribo las *(DE, D'E')*, *(D'E, E')*, y las del poyo las *(HK, H')*, *(H'K, H)*. Vamos ahora á determinar sus sombras arrojadas, empezando por las de la pared.

35. A este fin se construirán las intersecciones *a'r'*, *r'r*, *(l', ml)* del plano tirado por la arista *(a', ba)* paralelo al rayo luminoso con los de proyeccion y con el plano *q'E'* del estribo, asi como las *af*, *ff'*, *(af, f'c')* del plano determinado por la arista *(a, ba')* y una paralela al rayo luminoso dado con los de proyeccion y con el plano *(e'E', eE)* (*) del estribo; y observando que

(*) La traza vertical de este plano es la *eD* paralela á la línea de tierra, y la horizontal se tendrá hallando la traza horizontal *d'* de la recta *(eE, e'E')* situada en dicho plano, y tirando por *d'* la *d'j* paralela á la línea de tierra.

el punto *(a′, a)* comun á las dos aristas *(a′, ba)*, *(a, ba′)* y estremo de ambas, arroja su sombra en el punto *(l′, l)*, se deduce claramente que las sombras arrojadas por la pared sobre los planos de proyeccion son *abe′na* y *ba′l′q′e′b*, y que las proyecciones de la arrojada sobre el estribo son *e′mlne′* y *q′p′n′*.

36. Para hallar la sombra arrojada por el estribo sobre los planos de proyeccion y en el poyo, determinemos primeramente la que da la arista *(DE, D′E′)*. Por el punto *(E, E′)* tírese la *(Eg, E′g′)* paralela á la *(X, X′)*, luego se construirá el punto *g* en que la primera encuentra al plano vertical de proyeccion, y uniendo este punto con el *D* por medio de la *Dg*, ésta será la sombra de dicha arista; para tener la arrojada por la arista *(E′, D′E)* se construirán las intersecciones del plano *(E′g′, g′g)* determinado por ella y por una paralela al rayo *(X, X′)*, con los planos vertical *h′H′* y horizontal *hH* del poyo y con los de proyeccion: y resultando ser la primera la *(u′, tu)*, la segunda la *(u′g′, ug)*, y la tercera la *(E′g′, g′g)*, veremos que las sombras arrojadas por el estribo sobre los planos de proyeccion son *Dghr′D′D* y *D′E′u′h′r′D′*, y que las proyecciones de la arrojada sobre el poyo son *hr′tuh* y *r′h′u′g′r′*.

Las sombras *HKO*, *KH′O* arrojadas por el poyo sobre los planos de proyeccion se determinarán facilmente, y asi no hablaremos de ellas.

Fig. 12. 37. Problema 8.° *Hallar las sombras del cilindro* (C, C′) *suponiéndole iluminado por el rayo* (X, X′).

Concibiendo dos planos paralelos al rayo dado y tangentes al mismo tiempo á la superficie cilíndrica propuesta, de modo que el primero la toque de un lado y el segundo del otro, dejándola en medio, las líneas de contacto de dichos planos con la espresada superficie, lo serán tambien de separacion de luz y de sombra.

Sentado esto, por un punto cualquiera del espacio como el *(A, A′)* se tirarán las rectas *(AD, A′D′)*,

$(AB, A'B')$ paralelas, la primera á la generatriz de la superficie cilíndrica, y la segunda al rayo (X, X'); se determinarán las trazas horizontales D', B' de aquellas, se unirán por medio de la $D'B'$, se tirarán las $E'I$, $G'J$ paralelas á esta y tangentes al mismo tiempo á la traza $E'PG'$ del cilindro, y tirando por los puntos de contacto E', G' las $E'F'$, $G'H'$ paralelas á la $D'A'$, tendremos en estas y el arco de círculo $F'Q'H'$ determinado por las mismas, las proyecciones horizontales de las líneas de separacion de luz y de sombra del cilindro, cuyas proyecciones verticales EF, GH, FQ será facil deducir. Asi las partes visibles de las proyecciones de la sombra, que puede llamarse *propia* del cilindro, serán $F'E'gh$ y $TGHQ$.

38. La construccion de la parte visible $E'hpJKIE'$ de la sombra arrojada por el cilindro propuesto sobre el plano horizontal de proyeccion no ofrece ninguna dificultad, si tenemos presente que la arrojada por las rectas $(E'F', EF)$, $(G'H', GH)$ debe hallarse sobre las trazas $E'I$, $G'J$ de los planos tangentes de que hablamos arriba, observando tambien que el arco $(F'Q'H', FQ)$ lo es de un círculo cuyo plano es paralelo al horizontal de proyeccion (29).

39. Problema 9.° *Determinar las sombras de la esfera* (E, E'), *bajo el supuesto de que* (X, X') *sea el rayo que la ilumina.* *Lam. V, fig.* 13.

Si concebimos un cilindro circunscripto á la esfera, y cuyas generatrices la toquen, siendo paralelas al rayo dado, la curva de contacto de estas superficies será la circunferencia de un círculo máximo de la esfera, y la línea de separacion de luz y de sombra de esta.

40. Vamos ahora á construir las proyecciones de dicha línea, que serán elipses, principiando por la horizontal. Para esto se considerará cortada la esfera por un sistema de planos verticales que pasen por las diferentes rectas generatrices de la superficie cilíndrica de que tratamos.

Sea QB' la traza horizontal de uno de los planos de la serie; se le hará girar al rededor de ella como charnela hasta sobreponerlo al plano horizontal de proyeccion; se trazará la seccion $HVCZ$ hecha por aquel en la esfera, asi como la recta AB' paralela al rayo luminoso; se tirará la CK paralela á esta y tangente á dicha seccion, y como al volver el plano de que se trata á su posicion vertical el punto de contacto C vendrá á C', tendremos en este uno de los de la proyeccion buscada: pero si observamos que para determinar los puntos de contacto de las varias secciones con las correspondientes rectas paralelas al rayo de luz, es lo mismo que se traigan los círculos que deben dar aquellas sobre el plano horizontal de proyeccion, ó sobre planos paralelos á él, y que resultando todas estas rectas paralelas lo serán tambien entre sí los radios de dichos círculos que pasan por los citados puntos de contacto, se podrán simplificar mucho las construcciones, pues para cualquier plano de la serie, por ejemplo el que se halla proyectado en la $D'D$, no hay mas que trazar sobre esta recta como diámetro un arco de círculo DS, tirar por su centro F la FG paralela á la AC, y el punto G dará el G' de la proyeccion que se busca. De este modo determinaremos cuantos puntos queramos como el G', y la curva $TG'C'R$ trazada por todos ellos será la parte visible de la elipse, proyeccion horizontal de la línea de separacion de luz y de sombra de la esfera.

La proyeccion vertical de esta línea se obtendrá por construcciones análogas á las que acabamos de manifestar, y con respecto á un sistema de planos perpendiculares al vertical de proyeccion, como se ve en la figura. Asi las partes visibles de las proyecciones de la sombra propia de la esfera serán $RC'TmR$ y $npqb'n$.

41. Su sombra arrojada sobre los planos de proyeccion se determinará facilmente considerando que su contorno es la interseccion de estos planos con una superfi-

cie cilíndrica, que tiene por directriz el círculo máximo de la esfera, línea de separacion de luz y de sombra de esta, y cuya generatriz es una paralela al rayo luminoso dado, y perpendicular al mismo tiempo al plano de dicho círculo, y atendiendo á que la espresada interseccion es una elipse cuyo eje mayor se encuentra en la interseccion del plano de proyeccion con el proyectante del eje del cilindro de que tratamos.

En el caso de que la esfera arroje solamente la sombra sobre uno de los planos de proyeccion, por ejemplo en el horizontal, la construccion del problema se reducirá á determinar la traza horizontal B' de la recta $(EB, E'B')$ tirada por el centro (E, E') de la esfera, paralela al rayo luminoso (X, X'); sobre la perpendicular á la $E'B'$ levantada en el punto E' se tomará la distancia $E'A{=}iE$, se tirará la AB', y por A la HAC perpendicular á ella; á uno y otro lado del punto A se tomarán las distancias AC, AH iguales á $E'T$, y tirando por los puntos C, H las HI, CK paralelas á la AB', los puntos I, K en que dichas rectas encuentran á la $E'B'$ serán los estremos del eje mayor de la elipse buscada, B' su centro, y la NO, cuya parte $NB'{=}B'O$ que es perpendicular á $E'K$, su eje menor, el cual debe ser igual al diámetro de la esfera: con estos datos podrá trazarse facilmente la elipse, y en $tOKNt'mt$ tendremos la parte visible de la sombra arrojada que buscamos.

42. Problema 10. *Siendo* (ABCHE, vh) *la base superior de un pozo de lobo* (*), (OPG, lm) *su base inferior*, (Y, l'i') *la vertical que le sirve de eje*, nvlmhm' *la interseccion del pozo y del terreno natural* nm' *con un plano que pasa por dicho eje paralelo al vertical de proyeccion, y finalmente* X, X' *las proyecciones del rayo luminoso, se piden las sombras de este pozo.* *Lam. VI, fig.* 14.

(*) Asi se llama en la fortificacion pasagera ó de campaña un hoyo en forma de cono truncado.

Elegiremos desde luego el sistema de planos de construccion mas ventajoso. Si se tira por el vértice *(Y, l')* del cono, al cual pertenece la superficie curva del pozo, una recta *(YN, l'n)* paralela á la *(X, X')*, todos los planos tirados por dicha recta serán paralelos al rayo luminoso, los cuales cortarán la superficie curva del pozo en rectas, y por consiguiente á todo el pozo en secciones las mas sencillas; luego este es el sistema de planos que debemos elegir.

43. Ya pues, encontrando la recta *(YN, l'n)* al plano horizontal del terreno en un punto *(N, n)*, toda recta *NF* tirada por este determinará con *(YN, l'n)* un plano del sistema elegido: y como la recta *NF* corta al círculo *ACHE* en dos puntos *(A, a)*, *(C, c)*, se ve que dicho plano corta al cono en dos generatrices proyectadas horizontalmente en *AY*, *CY* y verticalmente en las rectas tiradas por el punto *l'* y por los *a*, *c*; de modo que la interseccion del pozo y del terreno con el plano que pasa por *NF* y por el punto *(Y, l')* tiene por proyeccion horizontal la línea polígona *NAOPCF*.

Tirando ahora tangentes ó rasantes á esta interseccion paralelas al rayo *(X, X')* (18), solo habrá una *(AD, ad)*, la cual tendrá por punto de contacto el *(A, a)*, y encontrará la seccion polígona *NAOPCF* en *(D, d)*; luego el plano de construccion *NF* no determina mas que el punto de separacion de luz y de sombra *(A, a)*, y el de sombra arrojada *(D, d)*.

Por medio de otros planos como *NF* se obtendrán nuevos puntos como *(A, a)* y *(D, d)*, y se verá que las líneas *(BSE, ve)*, *(BDQIGE, bdqge)*, que se cortan en los puntos de contacto *(B, b)*, *(E, e)* de las tangentes tiradas por el punto *N* á la base superior del pozo, son la primera la línea de separacion de luz y de sombra buscada, y la segunda la sombra arrojada correspondiente; pero observando que la curva *QIG* es la sombra arrojada por el arco *(BSE, ve)* sobre el plano ho-

rizontal *lk* paralelo al de este arco, y que dicha curva debe ser otro arco circular del mismo radio que el *BSE*, bastará para tenerla que construyamos su centro *(k, K)*.

44. Si nos pidieran las sombras del cono *(YACHE, l'vh)*, las habríamos sin mas que sustituir al arco *(QIG, qg)* la curva *(QRG, qrg)*, que determinaríamos del mismo modo que la *(BQ, bq)*.

45. Segun lo que hemos dicho en la introduccion, la proyeccion horizontal del pozo es lo que se llama *su plano* y la vertical su *corte ó perfil*, la cual se ha hecho suponiendo separada la parte del terreno que está delante del plano secante, á fin de que se vea la seccion y la parte restante del pozo; por lo que el plano representa todo el pozo, y el perfil solo la mitad.

46. Problema 11. *Sea* ABCDE *el plano de un nicho*, bb'g'd'd *su elevacion, y construyamos sus sombras en el supuesto de ser* (X, X') *el rayo luminoso.* *Lam. VII, fig. 15.*

Ante todas cosas observaremos que este nicho se compone: 1.° de una superficie cilíndrica vertical proyectada horizontalmente en *BCD*, y verticalmente en *bb'd'd*; 2.° de la cuarta parte de una esfera colocada sobre la superficie cilíndrica, y que la toca en el semicírculo *(BCD, b'd')*; 3.° de una faja *bb'g'd'dzxu'ut'* cuya salida sobre la cara del muro donde está el nicho es igual *HI*; 4.° de un zócalo *(A'MNO, m'n)* cuya salida sobre la imposta *(KLEA, klea)* es igual á *NO*.

47. Empecemos por el interior del nicho, y viendo que el punto *o* es el en que una recta paralela á *X* toca al arco *b'g'd'*, la arista *(Bo', bb'g'o)* será la línea de separacion de luz y de sombra buscada; y como todas las rectas paralelas al rayo luminoso tiradas por esta arista forman una superficie desarrollable que termina del lado del nicho la cantidad de luz que puede iluminarlo, detrás de esta superficie el nicho está en la sombra.

Encontrada esta separacion de luz y de sombra de-

terminaremos su sombra arrojada. Como las rectas tiradas por *(B, bb')* paralelas al rayo luminoso forman un plano que corta al *mn* del suelo del nicho en la recta *BC* paralela á *X'* y á la superficie cilíndrica en la vertical *(C, cc')*, se ve que la sombra de la línea *(B, bb')* se divide en dos partes arrojadas, la una *BC* en el suelo del nicho, y la otra *cc'* sobre la superficie cilíndrica.

Construyamos ahora la sombra del arco *(Bo', b'g'o)* sobre la misma superficie cilíndrica. A este fin tomemos en dicho arco un punto cualquiera *(P, p)*, tiremos por él la *(PQ, pq)* paralela al rayo luminoso, que encontrará á la superficie cilíndrica propuesta en el punto *(Q, q)*, y este será la sombra arrojada por el punto *(P, p)*; determinando luego otros puntos como *(Q, q)*, se podrá describir la curva de sombra arrojada *c'qr*, y como el plano de rectas paralelas al rayo luminoso tiradas por *(B, bb')* es tangente al cilindro formado por las paralelas al mismo rayo que pasan por el arco *(Bo', b'g'o)*, las dos líneas *cc'*, *c'qr*, que componen la interseccion de este plano y del cilindro con la superficie cilíndrica *BCD* del nicho, serán tangentes entre sí en *c'*.

48. Construidas ya las sombras *BC*, *cc'qr*, para tener la arrojada por la separacion de luz y de sombra *(Yo', yo)* sobre la parte esférica del nicho, tiremos la *RS*, y sea esta recta la traza de un plano horizontal que divida la parte esférica de la cilíndrica del nicho: concibamos un sistema de planos que pasen por el centro de la parte esférica y por las paralelas al rayo *(X, X')* tiradas por los diferentes puntos del arco *(Yo', yo)*, y consideremos el plano que pasa por un punto cualquiera *(F, f)* de dicho arco; tírese por *F* la *FJ* proyeccion de una de estas paralelas, y por *f* la *fj* proyeccion vertical de la misma, determínese el punto *J* donde encuentra al plano horizontal *RS*, únase el centro *T* con *J*, y *TJ* será la traza horizontal del plano que se considera. Demos ahora que se le hace girar sobre dicha *TJ* como

charnela hasta que sea paralelo al plano horizontal de proyeccion; entonces la seccion hecha en la parte de la esfera, que lo es tambien de uno de sus círculos máximos, estará representada despues del giro por una parte del *BCD* y el punto *F* aparecerá en *F'* sobre la perpendicular *FF'* á la *TJ*; tírese *F'J*, y esta será la paralela al rayo de luz que pasa por el punto *(F, f)*. Volviendo el plano á la posicion que tenia antes del giro, el punto *G'* en que dicha recta encuentra al arco *BCD* se proyectará en *G* por una perpendicular á la *TJ*, y proyectando *G* en *g* sobre la *fj*, este último punto será uno de los de la línea de sombra arrojada por el arco *(Yo', yo)* sobre la parte esférica del nicho.

Tirando otros planos de construccion como *TJ*, se obtendrán nuevos puntos, como *(G, g)*, que unidos darán la curva *rgo*, sombra arrojada que se busca.

49. Vamos ahora á determinar las sombras de la imposta, del zócalo y de la faja del arco.

Por lo que mira á la imposta, siendo su arista *(KL, kl)* su línea de separacion de luz y de sombra, bastará construir la sombra arrojada por ella sobre la cara del muro, la cual será la interseccion del plano que pasa por dicha arista paralelo al rayo luminoso *(X, X')* con la espresada cara, y por consiguiente una línea paralela á la *kl*: asi no hay mas que tomar sobre la *(KL, kl)* un punto cualquiera *(K, k)*, tirar por él la *(KV, kv)* paralela á la *(X, X')*, construir el punto *(V, v)* en que encuentra al plano *VE* de la cara, y tirar la *vl'* paralela á la *kl*, con lo que tendremos la sombra buscada.

La direccion *U'U* de la sombra arrojada por la arista *(MN, m'n')* del zócalo sobre la cara del muro se determinará del mismo modo que *vl'*, y como la arista *m'* perpendicular al plano vertical arroja sombra en la direccion *m'U'* paralela á la proyeccion *X* del rayo luminoso, y las sombras arrojadas por los puntos *(N, n')*, *(N, n)* están en *U* y *Z* estremos de la vertical $UZ = n'n$,

se tendrá facilmente la sombra del zócalo. Pasemos á la de la faja del arco.

50. Si tiramos por el centro t la tu' perpendicular á X, habremos en u' la generatriz de la superficie cilíndrica $uu'x$ perpendicular al plano vertical del muro, que será la separacion de luz y de sombra de dicha superficie, y la sombra arrojada por aquella generatriz será una recta $u'x'$ paralela á X y tangente en u' al semicírculo $uu'x$. Y como el borde ó arista anterior y circular de la superficie cilíndrica $uu'x$ tiene por sombra arrojada un arco $x'z'$ del mismo radio que $u'x$, al cual debe ser tangente en x' la $u'x'$, tirando la $H'I'$ paralela á X', y la $z''z'$ paralela á la zx y tangente al arco $x'z'$, la reunion de esta tangente, del arco $x'z'$ y de la recta $u'x'$ con la $H'I'$, será la sombra arrojada por el borde ó arista anterior de la faja sobre la cara del muro, y en el plano horizontal del zócalo.

LECCION III.

Consideraciones sobre la práctica de las sombras.

---

51. Como la suposicion de los rayos luminosos paralelos es tan general que apenas usa de otra la arquitectura, conviene examinar con detencion el método y uso que los prácticos han adoptado.

Este método y uso depende de la eleccion del rayo luminoso, eleccion que en la leccion segunda hemos supuesto arbitraria, pues teniendo los rayos solares en la superficie del globo terrestre cuantas inclinaciones pueden concebirse con el plano horizontal, siempre pueden hallarse infinitas posiciones donde el rayo solar sea el elegido en dos instantes del dia; pero sin contar que

solo entre los trópicos pueden caer los rayos verticales, hay razones para no elegir arbitrariamente la direccion del rayo que ilumina un dibujo. Hablaremos de ellas antes de tratar de las simplificaciones que esperimenta la indagacion de las sombras, segun la direccion del rayo luminoso que la práctica ha adoptado.

52. Cuando queremos examinar con atencion un objeto portátil ó movible, por ejemplo el modelo de un monumento en pequeño, no nos situamos de modo que la luz venga por detrás del modelo, porque entonces las partes que se presentan á la vista estarian en la sombra y no podrian distinguirse bien. Tampoco nos colocamos entre el objeto y el cuerpo que ilumina, porque el objeto quedaria en la sombra. Ni nos situamos de modo que los rayos luminosos lleguen al objeto por la derecha, porque sería necesario ladearlo hácia la izquierda para verlo atentamente, embarazando la accion de la mano derecha, que es la mas propia para que lo sostenga y mueva: con que para distinguir bien un objeto es necesario que la luz venga por la izquierda del espectador. Y como un dibujo no es otra cosa que la imitacion de un objeto, conviene se ilumine del mismo modo que se iluminaria el objeto si tratásemos de examinarlo. Y asi las sombras de un dibujo en lo general deben determinarse en el supuesto de que el rayo luminoso llegue por el lado izquierdo del cuadro.

53. Ahora determinaremos la direccion particular del rayo luminoso que viene de izquierda á derecha, en cuya eleccion se han de tener presentes cuatro razones: la primera, que solo pertenece á los ejemplos de teoría, es que el rayo luminoso sea tal que aparezcan todas las circunstancias que el problema debe ofrecer, de modo que puedan marcarse sin confusion en el dibujo. La segunda que las formas del cuerpo opaco se manifiesten lo mejor que sea posible. La tercera que las construcciones puedan ejecutarse con facilidad. La cuarta que el

rayo elegido tenga una de las direcciones que los rayos solares presentan mas comunmente cuando la vista de los objetos no puede ser ofuscada por la atmósfera de las mañanas y caidas de la tarde, ni por el demasiado resplandor del medio dia, porque esta direccion es la mas propia para dar en un dibujo la idea del objeto representado.

54. Para conocer bien las formas, se cuidará en lo posible: 1.° que cada parte tenga su sombra particular distinta de otras cualesquiera, ó al menos que las de las partes principales no se confundan entre sí ó con otras sombras: 2.° que los contornos de las partes sombrías se fijen en la superficie del cuerpo opaco, de modo que manifiesten todas las curvaturas é inflexiones de esta superficie. Es dificil llenar en todo estas condiciones, y entonces el arte consiste en atender á lo mas importante.

55. Las construcciones que resultan de la eleccion del rayo luminoso serán sencillas, si tiene en cada caso una situacion particular con relacion al cuerpo opaco; pero no puede darse una regla general para determinar esta situacion: el tino y el uso harán que la acertemos. Solo puede decirse que en los ejemplos de práctica, el rayo cuyas proyecciones forman ángulos de 45° con la línea de tierra, y los que son determinados por una de sus proyecciones, y por hacer con ella y con el plano de proyeccion el ángulo de 45°, tienen en iguales circunstancias ventajas notables sobre todos los demas, ventajas que luego manifestaremos.

Y como estos rayos tienen la inclinacion de los solares que nos iluminan en las horas del dia en que molestan menos nuestra vista (53), pasan comunmente por los mas ventajosos en la práctica.

56. *Del rayo luminoso cuyas proyecciones forman ángulos de 45° con la línea de tierra.*

Este rayo es la diagonal de un cubo cuyas caras son paralelas y perpendiculares á los planos de proyeccion.

57. Siendo necesario recurrir muchas veces á la proyeccion auxiliar del rayo luminoso hecha sobre un plano perpendicular á la línea de tierra, como la diagonal de un cubo se proyecta en cada una de las caras segun su diagonal, se sigue que la proyeccion auxiliar de que tratamos forma tambien el ángulo de 45° con la horizontal, y haciendo girar del modo conveniente el plano que contiene dicha proyeccion hasta coincidir con el plano vertical ó con el horizontal, esta proyeccion se confundirá con la obtenida sobre el uno ó sobre el otro de estos planos.

58. Respecto de este mismo rayo, cuyas proyecciones suponemos son las AQ, $A'Q'$, se verifica que haciendo girar el plano que lo proyecta sobre el horizontal hasta coincidir con un plano como el BQ paralelo al vertical de proyeccion, sirviendo de charnela la comun interseccion del plano proyectante con el BQ, la posicion RQ' del rayo despues del giro se obtiene con facilidad, pues para esto no hay mas que llevar $Q'A'$ desde Q' á B' sobre la horizontal $Q'B'$, y construir el triángulo $Q'RB'$ de modo que $B'R=PA'$, porque debiendo el punto (A, A'), para venir sobre el plano BQ, describir un arco horizontal $(AB, A'R)$ cuyo radio $AQ=A'Q'$, se hallará despues del giro en el plano vertical BB' distante del punto (Q, Q') una magnitud $BQ=B'Q'=AQ=A'Q'$. Asi vemos que la nueva posicion RQ' del rayo se puede haber sin el auxilio de la proyeccion horizontal; y del mismo modo se construirá la nueva posicion DQ del rayo sobre un plano horizontal sin el auxilio del vertical.

Lam. IV, fig. 16.

59. Estas propiedades hacen muy cómodo en la práctica el uso del rayo de que hablamos, y con ellas se puede simplificar la construccion de las sombras. Pero su mayor ventaja consiste en que las arrojadas sobre planos paralelos á los de proyeccion se construyen facilmente sin el auxilio de operaciones hechas en estos planos.

Por ejemplo, si queremos la sombra de un punto (A, A') sobre el plano vertical MN, no hay mas que construir con la salida AM del punto (A, A') sobre el plano MN el triángulo isósceles rectángulo $A'mN'$, de modo que $AM=A'm=mN'$, y el punto N', cuya proyeccion horizontal es N, será la sombra arrojada que buscamos.

Si se quiere sobre el plano horizontal PQ' la sombra arrojada por el punto (A, A'), cuya altura sobre PQ' es PA', constrúyase con la salida PA' del punto (A, A') sobre el plano PQ' el triángulo isósceles rectángulo ApQ, de modo que la salida PA' sea igual á Ap y á pQ, y el punto Q, cuya proyeccion vertical es Q', será la sombra arrojada por el punto (A, A').

60. Cuando un edificio, como suele suceder, no presenta superficies curvas en las cuales haya separaciones de luz y de sombra difíciles de determinar, y cuando la elevacion de este edificio y su plano estan dibujados en papeles diferentes, el rayo de que hablamos es de facil uso, pues para tener las sombras arrojadas en un papel no hay mas que tomar salidas en el otro; y si el plano y la elevacion se hallan en un mismo papel, y uno bajo de otro, y quisiéramos dar á cada uno un rayo particular, lo que es necesario para que en cada proyeccion la luz llegue por la izquierda y de alto á bajo, el rayo cuyas proyecciones forman 45° con la línea de tierra debe preferirse á otro cualquiera, pues para obtener las sombras del plano con otro cualquier rayo, sería forzoso operar en las dos proyecciones, y despues empezar de nuevo para tener las de la elevacion, todo lo cual se evita con el rayo de que tratamos.

61. No siempre se supone iluminada cada proyeccion de un objeto por un rayo diferente, segun lo que se deduce de los números (52) y siguientes, de lo que prescindimos muchas veces cuando las dos proyecciones del objeto se hallan colocadas una bajo de otra, porque con un rayo

para cada proyeccion, las sombras de los planos horizontal y vertical no serian dos proyecciones de un mismo sistema de sombras, y para construir las que se buscaran tendríamos que valernos de proyecciones auxiliares que son muy embarazosas.

62. *Del rayo luminoso que forma con una de sus proyecciones y con el plano en que esta se halla el ángulo de 45°.* Una de las ventajas de este rayo consiste en que, formando un ángulo de 45° con una de sus proyecciones, no por eso queda enteramente determinado, y somos árbitros de elegirla de modo que ésta ó la otra parte del cuerpo opaco sea iluminada, esté en la sombra ó reciba su contorno.

63. Ofrece otra ventaja tambien muy importante, y es que las sombras sobre planos paralelos al de proyeccion con quien hace el ángulo de 45° se determinan pronto y aun mas sencillamente que con el rayo luminoso, cuyas proyecciones forman con la línea de tierra el ángulo de 45°. En efecto, si el rayo dado hace con su proyeccion horizontal el ángulo de 45°, y un punto *Fig.* 17.
(A, A') tiene sobre un plano MN la altura aA', hallaremos en este plano la sombra del punto (A, A'), tirando por A una recta AB paralela á la proyeccion del rayo luminoso, y llevando la altura aA' desde A á B sobre esta recta; porque el punto B asi determinado será el en que la paralela al rayo tirada por (A, A') encuentra al plano MN, esto es, la sombra arrojada por el punto (A, A').

64. De aqui se sigue que en un sistema iluminado por rayos como los supuestos, la sombra arrojada B de un punto (A, A') indica por la distancia AB paralela á la proyeccion del rayo de luz la altura aA' de dicho punto sobre el plano MN que recibe la sombra arrojada B y que es paralelo al de proyeccion (*)

(*) El rayo paralelo á la diagonal de un cubo cuyas caras son pa-

Esta propiedad es tambien de la mayor importancia en la práctica, porque con sola una proyeccion de un objeto llegaremos á conocer la altura de todos sus puntos que arrojan sombra en el mismo objeto, ó sobre cualquiera superficie.

65. Pero las ventajas que acabamos de manifestar solamente sirven para una proyeccion, y por lo mismo se prefiere muchas veces el rayo cuyas proyecciones son de 45°.

Construyamos ahora las sombras de un objeto iluminado por el rayo que forma con una de sus proyecciones y con el plano en que esta se halla el ángulo de 45°.

Lam. VI, fig. 18. 66. Problema. *Siendo* AB *la proyeccion de una repisa con ménsulas sobre un plano vertical* MNP *en el que se supone colocada*, MN *otro plano vertical perpendicular al primero*, MNQ *el mismo plano* MN *despues de girar hasta coincidir con el plano* MNP, aB′ *otra proyeccion hecha en el plano del giro, y finalmente* BC *la proyeccion sobre* MNP *de un rayo luminoso que forma un ángulo de* 45° *con este plano, determinemos las sombras de la repisa* (AB, aB′).

Para tener las sombras de los puntos *B*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g* se tirarán las rectas *BC*, *ch*, *di*, *ek*, *fl*, *gm* paralelas á la proyeccion del rayo luminoso; desde estos puntos llevaremos sus salidas respectivas *B′b*, *c′c″*, *d′d″*, *e′e″*, *f′f″*, *A′a*.... de *B* á *C*, de *c* á *h*, de *d* á *i*, de *e* á *k*, &c., y los puntos *C*, *h*, *i*, *k*, *l*, *m* serán las sombras arrojadas por los *B*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g* en el plano *MNP*.

Del mismo modo se determinarán las sombras *n′*, *o′*,

---

ralelas y perpendiculares á los planos de proyeccion (56), ofrece tambien el medio de hallar sencillamente la salida de un punto que arroja sombra; pero esta salida, en vez de haberse pronto como *AB* fig. 17, es una línea *Ap* ó *pQ*, fig. 16, que no se obtiene sino construyendo el triángulo *ApQ*.

p', q', &c., y asi será facil obtener las correspondientes á todas las partes planas del objeto.

67. Respecto de las partes curvas proyectadas sobre el plano MNQ en la línea $n''e'f'A'$ compuesta de dos arcos de círculo cuyos centros son z, z' y sus radios iguales á la mitad de zz', será necesario construir la proyeccion del rayo luminoso sobre este plano; y como los puntos B, C de un rayo BC se pueden referir fácilmente al plano MNQ, donde el uno se hallará en B' y el otro en C', tendremos en $B'C'$ la proyeccion que se busca.

Habida esta, se determinarán los puntos de contacto e', x de la curva $n''e'f'A'$ con tangentes paralelas á $B'C'$. Por el primero de estos puntos conoceremos las separaciones de luz y de sombra os, te de las superficies nA, dA'', y por el segundo los puntos (x, x'), (x, x'') debajo de los cuales las aristas $(e'f'A', oA)$, $(e'f'A', tA'')$ son enteramente iluminadas.

Las sombras arrojadas por las separaciones de luz y de sombra os, te se obtendrán tirando la línea $e'f'$ paralela á $B'C'$, la cual determinará la recta (f', uf) que debe comprender las sombras de os, te arrojadas en las superficies An, $A''d$. Por los puntos o, t tiraremos las rectas ou, tv paralelas á BC que darán los u, v, y las rectas up, vf serán sobre An y $A''d$ las sombras de las os, te.

Las partes de estas rectas que no arrojan sombra sobre las superficies curvas An, $A''d$ tendrán sus sombras arrojadas en $p'o'$, lk sobre el plano MNP.

Busquemos ahora las sombras arrojadas por las separaciones de luz y de sombra ox', tx'': para esto se determinarán las de cualesquiera de sus puntos (r, r'), (r, r''), tirando por los r, r', r'' las rectas ry, $r'y'$, $r''y''$, paralelas respectivamente, la primera á la $B'C'$, y las dos últimas á la BC, y por y la horizontal yy'', la cual cortará á las rectas $r'y'$, $r''y''$ en los puntos y', y'',

que serán los que buscamos; determinando del mismo modo los puntos que basten para describir las curvas $x'y'u$, $x''y''v$, estas serán las sombras pedidas, á las cuales es tangente en u y en v la recta uf, presentando en estos puntos sus convexidades hácia los puntos respectivos A, A'', y en los x', x'' sus concavidades hácia los A, A''; de donde se sigue que entre los puntos x', u y x'', v, las sombras arrojadas $x'u$, $x''v$ tienen cada una un punto de inflexion.

Por este ejemplo vemos que el uso del rayo $(BC, B'C')$ que forma 45° con su proyeccion BC es muy adaptado, especialmente cuando no hayamos de determinar sino sombras arrojadas sobre un plano MNP, porque entonces no hay necesidad de la proyeccion $B'C'$ de este rayo.

68. Hemos visto en esta parte el modo de determinar los contornos de las sombras cuando los cuerpos que se consideran son enteramente opacos, y en el supuesto de que no hay en el espacio otra luz que la del sol. Por tanto, en estas dos hipótesis sabemos ya determinar las partes de la superficie de un cuerpo, de las cuales unas se hallan en la sombra y otras iluminadas.

Siendo nuestro objeto proporcionar á los dibujantes medios para que lleguen á imitar los cuerpos de la naturaleza, parece deberíamos indicar ahora las reglas para apreciar en los casos que ocurran la intensidad de la luz que reciben los diferentes puntos de las partes iluminadas. Pero como no hay cuerpos perfectamente opacos, tratándose de muchos de estos iluminados por el sol, sería necesario contar para cada uno de ellos con la luz que los otros le envian, no solo de todas sus partes iluminadas directamente, sino tambien de aquellas que lo son por reflejo, lo que ya ofreceria mucha dificultad.

Por otra parte, no se puede suponer que estos cuerpos estan aislados en el espacio, porque sin hablar de los reflejos que les envia la superficie terrestre ú otros

cuerpos que los rodean, es necesario atender á que los cuerpos situados en la superficie de la tierra se hallan envueltos por una atmósfera compuesta de moléculas aeriformes infinitamente pequeñas que reflejan la luz en todas direcciones, y que iluminan los cuerpos de tal modo, que siempre vemos penumbras mas ó menos fuertes, y nunca sombras absolutas ni partes enteramente iluminadas.

Y entonces nos empeñaríamos en una ciencia nueva, cuyo objeto principal sería el estudio de los hechos, y el secundario la geometría descriptiva. Mas atendiendo á que el dibujante no tanto necesita conocer el efecto real de la luz en la superficie de los cuerpos como su apariencia para un espectador en determinada posicion, para darle las reglas necesarias, es preciso estudiar una ciencia de observacion mas propia de la física que de la geometría, la cual sirve para determinar la apariencia de los efectos de la luz en los cuerpos envueltos por el aire, y es la *perspectiva aérea*.

PARTE SEGUNDA.

De la Perspectiva lineal.

LECCION I.

Nociones preliminares.

69. Cuando un espectador considera un cuerpo en el espacio, recibe un rayo de luz de cada uno de los puntos de aquel cuerpo, y los rayos recibidos escitan la sensacion de estos puntos con sus diferentes colores y grados de intensidad.

Para formar una idea de lo que es perspectiva, supongamos colocada entre el ojo del espectador y el cuerpo que se mira una tela ó cuadro perfectamente traspa-rente, y del mismo color del medio en que está situada. Cualquiera que sea la superficie de esta tela ó cuadro, plana ó curva, concibamos que cada rayo visual que la atraviesa deja en ella la impresion de la direccion de la luz, de su intensidad, y de todos los efectos que constituyen una vision perfecta. Esta tela ó cuadro causará en el espectador la misma sensacion que los objetos, y quitados éstos no lo echará de ver mientras que la imagen esté á la vista. Pues esta imagen pintada en la tela ó cuadro es una *perspectiva completa*, la cual es *lineal* y *aérea*. Llámase lineal cuando los rayos visuales que atraviesan el cuadro solo dejan en él la impresion de su di-

reccion, y aérea la que da reglas que sirven de complemento á la lineal para aplicar en cada punto del cuadro la tinta y el color del rayo visual que pasa por este punto. La imagen asi pintada en cualquiera superficie es lo que se llama *dibujo natural.*

70. Segun esto, la perspectiva de un punto del espacio en un cuadro dado de forma y posicion es el punto de interseccion de la superficie de éste con la recta tirada por aquel punto y el ojo del espectador considerado como otro punto.

La perspectiva de una recta es la de interseccion del plano determinado por aquella recta y el ojo del espectador con la superficie del cuadro.

La perspectiva de una línea curva es la interseccion de la superficie cónica que tiene su vértice en el ojo del espectador, y por directriz la misma curva con la superficie del cuadro.

Finalmente, la perspectiva de una superficie tiene por límite la curva trazada en el cuadro, perspectiva de otra curva de la superficie que se llama *contorno aparente*, siendo esta curva la línea de contacto de la superficie visible, y de un cono que tiene su vértice en el ojo del espectador.

71. La construccion de la perspectiva lineal se funda en estos dos problemas de geometría.

1.° *Hallar la curva de contacto de una superficie dada, y de un cono cuyo vértice se conoce.*

2.° *Determinar la interseccion de una superficie cónica, cuyo vértice y directriz se conocen, con otra superficie dada.*

72. Esta superficie que se llama *cuadro* es curva en algunos casos, por ejemplo cuando se trata de una bóveda esférica ó elíptica; pero generalmente el cuadro es plano y se supone situado entre el objeto y el espectador: entonces las dimensiones del dibujo son mas pequeñas que las del objeto, y mayores si el cuadro estuviese detrás del objeto con relacion al espectador.

73. El punto del espacio que ocupa el ojo del espectador se llama *punto de vista;* su posicion respecto del cuadro es dada; se supone comunmente sobre una perpendicular al cuadro que pasa por la mitad de este; la distancia del ojo al cuadro no debe diferenciarse mucho de la que permita ver el objeto distintamente. La estension de la vista no está solo limitada por la distancia del ojo al objeto, sino tambien por el ángulo de sus rayos visuales estremos.

Se ve confusamente la parte de un cuadro situada fuera del cono que tiene su vértice en el ojo, y cuya generatriz forma con el rayo visual, dirigido hácia la mitad del cuadro, un ángulo mayor de 45°. La menor distancia á que se ve un objeto distintamente es para las vistas regulares de cuatro á cinco pulgadas. Un dibujo reducido no produciria el efecto de la perspectiva si por la escala de reduccion la distancia del ojo al cuadro fuese menor de cuatro pulgadas. Los puntos de vista para los grandes cuadros, por ejemplo los telones de boca en los teatros, no distan mas de diez y ocho varas.

74. Cuando el cuadro es un plano vertical se supone situado de manera que sea paralelo á la horizontal determinada por los ojos del espectador. Bajo esta suposicion, para juzgar del efecto de este cuadro nos situamos paralelamente á él, de modo que el ojo esté á la altura de su centro; si el punto de vista se aparta sensiblemente de esta posicion respecto del cuadro, la perspectiva se llama entonces *anamorfosis.*

75. Se llama *línea* y *cuerpo original* la línea y cuerpo cuya perspectiva se ha de construir.

LECCION II.

Método general.

---

76. Para tener en un plano dado la perspectiva de un objeto conocido por sus proyecciones, concibamos por el punto de vista una série de planos, cada uno de los cuales cortará al objeto en cierta figura y al cuadro en una recta; concibamos tambien por dicho punto las tangentes posibles á esta figura, las que tocarán al objeto en puntos de su contorno aparente (70), y encontrarán al cuadro en puntos del contorno de la perspectiva buscada. Determinando en seguida el punto de interseccion del cuadro con el rayo visual que parte de cada punto particular de dicha figura y pasa por el de vista, aquel punto pertenecerá tambien á la perspectiva pedida.

Por medio del número que baste de estos planos y de dichos rayos visuales se obtendrán cuantos puntos se quieran de la perspectiva que se desea, y por consiguiente será facil construirla.

77. Una vez determinadas las proyecciones de los contornos de las sombras del objeto, se pondrán estos en perspectiva como si fuesen líneas particulares, y tendremos en la perspectiva que se busca las sombras del cuerpo dado; de modo que sabiendo determinar las sombras de un objeto, no habrá dificultad en la construccion de sus perspectivas.

78. Si la superficie del cuadro fuese curva, se le puede aplicar este método, que por lo mismo se llama *general.*

79. Como rara vez hay necesidad de buscar perspectivas de objetos complicados, tampoco la hay de re-

currir á los medios generales de solucion. Regularmente las líneas cuyas perspectivas buscamos se descubren por una simple observacion, y tirando por sus diferentes puntos y el de vista rayos visuales, estos encuentran al cuadro en puntos que determinan dichas perspectivas.

Cuando las superficies del objeto son cilíndricas, cónicas ó de revolucion, el contorno aparente relativo á las dos primeras se compondrá de rectas, en las cuales las tocarán los planos tangentes tirados por el punto de vista, y el relativo á la última será la curva de contacto del cono que tenga su vértice en el punto de vista, circunscripto á dicha superficie, curva que sabemos determinar. Construidos estos contornos aparentes sin recurrir á los medios generales, se hallarán sus perspectivas como si fuesen líneas particulares.

Pasemos á las aplicaciones de este método, resolviendo el siguiente

80. Problema. *Construir la perspectiva de un prisma de base cuadrada, de un trozo de cono de revolucion y de una esfera, colocados los dos últimos cuerpos sobre el primero.*

Sean *AEBD*, *aa'b'b* las proyecciones del prisma; *Lam. VIII, figs.* 19, 20 *y* 21.
FMGL, *fg* las de la base inferior del trozo de cono; *HNIR*, *ih* las de su base superior, y las circunferencias *JSK*, *jsk* los contornos de las proyecciones de la esfera.

El cuadro se supone un plano vertical, y sus trazas sobre los planos de proyeccion son las rectas *PQ* (*fig.* 19) y *Qq* (*fig.* 20). La posicion del punto de vista, situado en la horizontal (*OC*, *oc*) que pasa por el centro de la esfera, es determinada por sus proyecciones *O*, *o* (*figs.* 20 *y* 21).

81. *Perspectiva del prisma.* Facil es conocer que el contorno aparente del prisma lo forman las dos aristas inferiores horizontales (*AD*, *ad*), (*AE*, *ae*), las tres verticales (*A*, *aa'*), (*D*, *dd'*), (*E*, *ee'*), y las cuatro del cuadrado superior (*AEBD*, *a'b'*).

Los rayos visuales dirigidos del ojo á los estremos de estas aristas son determinados por sus proyecciones horizontales y verticales, y encuentran el cuadro PQq en puntos que se refieren á la horizontal PQ, y á una vertical tirada por cualquiera punto de ella. Trasladando esta horizontal á la posicion PQ (*fig.* 21) que le sea paralela, y haciendo girar el cuadro á su rededor como charnela hasta sobreponerlo al plano horizontal de proyeccion, para construir la perspectiva de cualquiera punto (A, a') se tirará el rayo visual (OA, oa') que corta el cuadro en el punto (A', k''), y se llevará este al plano del cuadro (*fig.* 21). Tomada la recta $A'A''$ por la vertical que pasa por el punto A' (*fig.* 19), todo punto de la perspectiva será determinado por dos rectas perpendiculares entre sí y paralelas, la una á PQ (*fig.* 21), y la otra á $A'A''$. Asi cortado el rayo visual (OA, oa') (*figs.* 19 *y* 20) por el cuadro en un punto (A', k'') separado de la horizontal PQ (*fig.* 19) por la distancia Qk'' (*fig.* 20), se llevará esta desde A' á k' (*fig.* 21) sobre la recta $A'A''$, y el punto k' es la perspectiva del (A, a'): del mismo modo se obtiene la perspectiva p' (*fig.* 21) del punto (B, b') (*figs.* 19 *y* 20), llevando Qp (*fig.* 20) sobre $B'p'$ (*fig.* 21), y por operaciones análogas tendremos las perspectivas de los demas puntos estremos de las aristas de que tratamos, las cuales unidas por medio de rectas darán la perspectiva buscada.

82. *Perspectiva del trozo de cono.* Sin necesidad de construcciones se ve que el contorno aparente del trozo se compondrá de las generatrices de contacto de los dos planos tangentes á su superficie tirados por el punto de vista; de la parte de la circunferencia de la base inferior de dicho trozo que, desde los puntos en que la tocan los citados planos, mira al punto de vista, y finalmente de la circunferencia de la base superior del trozo.

Las perspectivas de estas líneas se determinarán sin dificultad, atendiendo á que las de las generatrices de

contacto deben ser tangentes á las elipses perspectivas de las circunferencias de los círculos bases del trozo; por lo que construyendo, como sabemos, las perspectivas t'', z'', u'', x'', &c. (*fig.* 21) del número que baste de puntos (R, r''), (H, h), (N, r''), (I, i), &c., (*figuras* 19 *y* 20) de la circunferencia ($RHNI$, hi) se tendrá la elipse $t''z''u''x''$ (*fig.* 21) perspectiva de esta: del mismo modo se determinará la elipse $t'z'u'x'$ perspectiva de la circunferencia ($LFMG$, gf) (*figs.* 19 *y* 20), y tirando á estas elipses las tangentes $t't''$, $u'u''$ (*fig.* 21), tendremos en $t''t'z'u'u''z''t''x''u''$ la perspectiva del espresado trozo.

83. *Perspectiva de la esfera.* La circunferencia de su círculo menor en que la toca la superficie cónica de rayos visuales, que circunscribiéndola tiene su vértice en el punto de vista, es su contorno aparente, y como su plano es perpendicular al eje del cono, y este eje es paralelo á la línea de tierra, si por el punto o tiramos la ok (*fig.* 20) tangente al círculo jsk, y por el punto de contacto k la kJ perpendicular á co (*figs.* 19 *y* 20), sus partes JK, jk, interceptadas por los contornos de las proyecciones de la esfera, serán las proyecciones de dicho contorno aparente.

Para determinar su perspectiva observaremos que siendo su plano paralelo al cuadro, la interseccion de este con el cono de que hablamos es un círculo cuyo radio se ve en $c''q$ (*fig.* 20); luego si construimos la perspectiva c''' (*fig.* 21) del centro (C', c') del círculo (JK, jk) (*figs.* 19 *y* 20), describiendo el círculo $vv'w$ (*fig.* 21), cuyo centro sea c''' y su radio igual á $c''q$ (*fig.* 20), en él tendremos la perspectiva de la esfera.

LECCION III.

Método de los puntos de concurso.

84. El método espuesto para hallar la perspectiva lineal de cualquier objeto, y que se puede aplicar á todos los casos posibles, es sencillo, facil de retener en la memoria, y el único que se debe adaptar en los cuadros curvos.

Sin embargo tiene sus inconvenientes, porque exige construcciones muy estensas cuando el punto de vista se halla á larga distancia; da una línea recta por medio de puntos que se construyen uno por uno, influyendo esto para que los mas ligeros errores, inseparables de cada operacion, perjudiquen regularmente al efecto de la perspectiva; y no se puede usar con facilidad sin construir primero las proyecciones del objeto, y representar el cuadro de un modo sencillo, siendo este el mayor inconveniente.

85. Para evitarlos todos se usa en el caso de los cuadros planos otro método para construir desde luego una perspectiva de cualquiera dimension, sin necesidad de un sistema de proyeccion para representar el objeto, punto de vista y cuadro.

Este método se funda principalmente en la propiedad siguiente: *las perspectivas de muchas líneas paralelas concurren en un mismo punto, y éste es aquel en que su paralela tirada por el punto de vista encuentra el plano del cuadro.*

Lam. IX, fig. 22. 86. Concibamos en el espacio un sistema de rectas paralelas AB, $A'B'$, $A''B''$, &c., y que se ha tirado por el punto de vista V la VM que le sea paralela; sus perspectivas son en el plano XZ las trazas de una serie de

planos tirados por el punto de vista y por cada una de dichas rectas; y como todos estos planos contienen la paralela *VM*, sus trazas *MBC*, *MB'C'* y *MB''C''* en el plano del cuadro pasan por el punto *M* en que ésta paralela encuentra el plano *XZ*; y por consiguiente todas las perspectivas *BC*, *B'C'*, *B''C''*, &c. concurren en este punto.

87. Veamos ahora las ventajas que nos ofrece esta propiedad: sea (*M'N'*, *A'V'*) un cuadro cuya verdadera magnitud es *M'N'*, (*P*, *V*) el punto de vista, y *AM* un plano perpendicular al cuadro que contenga los puntos y líneas cuyas perspectivas se quieren determinar. *Fig.* 23.

Tiremos por el punto de vista (*P*, *V*) un plano *VN* perpendicular al cuadro, haciéndole girar asi como al *AM* hasta sobreponerlos al plano (*M'N'*, *A'V'*), el *VN* al rededor de la (*nn'*, *N*), y el *AM* al rededor de (*mm'*, *M*) como charnelas, de modo que el primero tome la posicion (*nN'*, *NV'*), y el segundo la (*M'm'*, *MA'*). Entonces el punto de vista (*P*, *V*) vendrá despues del giro á (*v*, *V'*).

Sentado esto, si queremos la perspectiva del punto (*a*, *B*) situado en el plano *MA*, se observará que cuando éste toma la posicion *MA'*, el punto (*a*, *B*) viene á *a'*, y sin recurrir al rayo visual que une los puntos (*a*, *B*) y (*P*, *V*), hay muchos medios de tener la tal perspectiva.

En efecto, llévese *aa'* desde *a* á *c* y de *a* á *c'*, y tiremos las *a'c*, *a'c'*, las cuales formarán 45° con la horizontal *mm'*. Por el punto *v* tírense las *vd*, *vd'*, paralelas á *a'c*, *a'c'*, las cuales encontrarán la *nn'* en *d* y *d'*; y como las *vd*, *vd'* son horizontales tiradas por el punto de vista que forman 45° con la *nn'*, los puntos *d*, *d'* serán los de concurso de las horizontales que encuentren al cuadro bajo el ángulo de 45° (86). Segun esto es facil tener las perspectivas de las rectas *ca'*, *c'a'*, porque os mismos puntos *c*, *c'* son sus perspectivas, y como la

perspectiva de $a'c$ concurre en d, esta será cd: por la misma razon la de $c'a'$ será $c'd'$; luego la perspectiva del punto (a, B, a'), interseccion de las rectas ca', $c'a'$, es b.

En lugar de las líneas $a'c$, $a'c'$, podemos hacer uso de otras dos cualesquiera: sea $a'x$ una de estas, tíresele la paralela vx', y como el punto x' es el de concurso de las paralelas á $a'x$ (86), la recta xx' será la perspectiva de $a'x$, y contendrá por consiguiente el punto buscado b, cuya posicion quedará determinada por medio de otra línea como la xx'.

Una de las líneas que pueden servir como la $a'x$ es la perpendicular aa' á mm'; y como el punto de concurso del sistema á que ésta pertenece es P, la aP contiene el punto buscado b. Otra es la $a'z$, que prolongada pasa por el punto v y da por punto de concurso del sistema á que corresponde el z', en el que encuentra á la nn', y su perpectiva es una parte zz' de la $a'v$; luego ésta contiene tambien el punto b.

Por lo espuesto se ve que determinada la interseccion nn' del cuadro con el plano horizontal tirado por el ojo y la posicion v del punto de vista (P, V), despues de hacer girar este plano al rededor de la nn' hasta sobreponerlo al cuadro, y construidos los puntos de concurso P, d, d' de las rectas perpendiculares al cuadro y de las horizontales que forman un ángulo de $45°$ con mm', es facil hallar la perspectiva de un punto conocido como (a, B), bastando para esto construir su proyeccion a, llevar su distancia al cuadro desde a á c sobre la horizontal mam', y tirar las aP, cd, cuya interseccion b será dicha perspectiva.

Asi como se puede tener la perspectiva de cualquiera punto del plano AM, se podrá construir la de cualquiera figura situada en este plano; luego dado un cuerpo y cortándole por una serie de planos como AM perpendiculares al cuadro, y construyendo la perspectiva de

cada seccion, tomadas estas bastante próximas, tendremos la perspectiva buscada.

88. Cuando sobrepuestos los planos *NV* y *MA* al cuadro tienen la posicion *NV'*, *MA'*, y la estension plana *M'N'* es tanta que no quepa en el papel del dibujo, entonces pueden efectuarse los giros en el sentido contrario del que se ha manifestado en la *figura*, procediendo con cuidado por la confusion que deben causar las construcciones que se hagan en los planos *M'm'*, *mn'* y *nN'* reunidas en el *mn'*.

89. Tratándose de cuadros planos, el método de los puntos de concurso es tan perfecto como darse puede; pero como es penoso y largo construir las intersecciones de un cuerpo complicado con una serie de planos horizontales, cuya operacion es indispensable, debemos convenir en que este método es muy prolijo, pero acomodado principalmente á ejemplos de arquitectura que admiten muchas líneas horizontales paralelas, y en los que el cuadro es vertical.

Pasemos ahora á indicar los usos y definir los nombres relativos á este método.

90. El objeto se supone situado por lo regular sobre un plano horizontal *MmnN* que se llama *plano objetivo ó geometral*, ya porque sostiene el objeto, ya porque comunmente se refieren á él las proyecciones geométricas ú ortogonales de las partes de este objeto. Dícese *línea de tierra* la interseccion *mn* de dicho plano con el cuadro, porque cuando se trata de paisages, esta interseccion suele ser la del cuadro con el terreno; y *base del cuadro* es la recta horizontal *AB* que termina su parte inferior, y que muchas veces coincide con *mn*. Fig. 24.

Llamamos *rayo principal* al horizontal *VP* perpendicular al cuadro, y *punto principal ó centro del cuadro* á su pie *P* proyeccion del punto de vista sobre el mismo cuadro.

El plano horizontal tirado por el ojo es el *plano ho-*

rizontal del sistema; y como este, siempre que el punto de vista *V* no tenga mucha elevacion, tocará la superficie del mar si el cuadro es una vista marítima, la interseccion de éste con aquel se llama *línea del horizonte.*

Dícese *plano vertical del sistema* el plano vertical tirado por el punto de vista, y *vertical del cuadro* la interseccion de éste con aquel.

Los puntos *D*, *D'* situados en la línea del horizonte de modo que $PD = PD' = VP$ se llaman *puntos de distancia*, y son los en que concurren las rectas horizontales que forman 45° con el cuadro (87).

Diremos *puntos de concurso* á los en que se encuentran las perspectivas de las rectas paralelas, llamados tambien *puntos accidentales, de degradacion*, &c.

Asimismo se usan las denominaciones *línea de degradacion, plano de degradacion* para denotar una recta que contiene algunos puntos de degradacion, y un plano tirado por el punto de vista y por una línea de degradacion: por tanto *DD'* es la de degradacion de las rectas horizontales, y el plano que pasa por el punto *V* y por *DD'* es el plano de degradacion de estas líneas.

Finalmente, se da el nombre de *plano de desvanecimiento* al vertical y oblícuo respecto del cuadro; al paralelo á este el de *plano de frente*, el cual admite las denominaciones de primero, segundo, &c., cuando el cuadro presenta grupos de objetos á diferentes distancias de él: si los objetos del grupo mas cercano se dibujan en la misma escala, diremos que están en el primer plano; los del grupo que sigue inmediatamente en el segundo, siempre que se dibujen en una misma escala, y asi sucesivamente.

Las aplicaciones del método espuesto se verán en la solucion del siguiente

Lam. X, fig. 25. 91. Problema. *Hallar la perspectiva de la leguaria* MN.

Este objeto se compone de dos partes: del paralele-

pípedo rectángulo *MO*, y del cuerpo de revolucion cuyo eje pasa por los centros de las caras horizontales del paralelepípedo, y su generatriz es la línea *abcdeN*.

Sea la línea de tierra *QR* la base del cuadro, y la recta *AB* paralela á *QR* la línea del horizonte. Supongamos que el plano objetivo gira al rededor de *QR* como charnela hasta sobreponerse al cuadro, y que la proyeccion de la leguaria, despues del giro, sea el cuadrado *mnop*, y los círculos *fgh*, *ikl* concéntricos á éste; supóngase tambien que el plano de degradacion, cuya traza sobre el cuadro es *AB*, gira al rededor de esta como charnela hasta sobreponerse al cuadro, y que el punto de vista cuya proyeccion es *P* venga despues del giro á *V*.

92. *Perspectiva del paralelepípedo ó zócalo de la leguaria.* Como á primera vista se conoce cuáles son las aristas que forman su contorno aparente, empezaremos por determinar los puntos de concurso de las líneas principales del objeto, que son los lados *mn*, *mp*, y la diagonal *mo* del cuadrado *mnop*.

Por el punto *V* tírense las rectas *VA*, *VB*, *VD* paralelas respectivamente á las *mn*, *mp*, *mo*, que determinarán en la *AB* los puntos de concurso *A*, *B*, *D* de las horizontales paralelas á *mn*, *mp*, *mo*.

Para obtener la perspectiva del cuadrado inferior del zócalo que se halla en el plano horizontal *QR*, prolongaremos las líneas *no*, *mp*, *mn* hasta la *QR*, y observando que los puntos *r*, *s*, *t* son sus mismas perspectivas, las de las paralelas *ro*, *sp*, cuyo punto de concurso es *B*, serán las *ro'*, *sp'*, y la de *tn* la línea *tn'* dirigida al punto *A*.

Asi tendremos el lado *m'n'* y las rectas *m'B*, *n'B* en que se hallarán otros dos de la perspectiva del cuadrado de que hablamos, y del mismo modo habríamos el cuarto, si para esto no fuera necesario prolongar la *op* fuera del cuadro para encontrar á la *QR*; pero hay muchos

medios de obtenerle. En efecto, la perspectiva del punto p se hallará sobre la pV (87) y será p'; por tanto el lado buscado es $p'o'$. Otro medio es construir la perspectiva indefinida $m'D$ de la diagonal mo; y tirar por el punto A y por el o', en que la $m'D$ corta á la $n'B$, la recta $o'A$.

En cuanto á la perspectiva del cuadrado superior, como su plano Oa tiene sobre el plano objetivo la altura OM, si esta se lleva desde r á q y de t á u, los puntos q, u serán los en que los lados del cuadrado proyectados en on y mn encuentran el cuadro; luego las perspectivas de estos lados deben hallarse en las rectas qB, uA, y como estas se encuentran en el punto n'', él mismo será la perspectiva del n del cuadrado.

Siendo el cuadro vertical, las perspectivas de las rectas verticales serán líneas perpendiculares á la base del cuadro, y por esto la $n'n''$ debe ser perpendicular á QR.

Ya pues, si por los puntos m', o' se tiran las rectas $m'm''$, $o'o''$ perpendiculares á QR, encontrarán las líneas obtenidas qB, uA en los puntos m'', o'', que son dos vértices del cuadrilátero buscado; por lo que se tendrán inmediatamente los lados $m''p''B$, $p''o''A$ que restaban determinar: estos lados se cortan en p'', y la línea $p''p'$ deberá ser perpendicular á QR.

93. *Perspectiva del cuerpo de revolucion.* Para determinarla vamos á manifestar cómo se obtiene la perspectiva de cualquiera de sus círculos.

Sea $f'g'$ la proyeccion del plano de dicho círculo sobre el cuadro, $d''d$ su radio, y $a'b'c'd'$ su proyeccion en el plano objetivo, despues de hacerlo girar como hemos dicho.

Inscribiendo y circunscribiendo á este círculo los cuadrados $a'b'c'd'$, $vxyz$, cuyos lados sean paralelos á los del $mnop$, tendrán los mismos puntos de concurso que estos últimos.

Prolonguemos hasta la línea QR los lados que no la encuentren fuera del cuadro: las prolongaciones de los

xy, $b'c'$, $a'b'$ le cortarán en h', f' y k'', por lo que sus perspectivas se hallarán respectivamente en las $h'B$, $f'B$, $k''A$, y asi de los demas.

Segun esto la perspectiva del cuadrado circunscripto $vxyz$ es $v''x'y'z'$, y la del inscripto $t'v'k'r'$.

Por las líneas ke', il, cuyas perspectivas son $u's'$, $i'l'$, se obtendrán sobre los lados del cuadrilátero $v''x'y'z'$ los cuatro puntos u', l', s', i' perspectivas de los e', l, k, i; y la diagonal vy, cuya perspectiva $v''y'$ se dirige al punto de concurso D, contribuirá á la exactitud de la construccion.

Por medio de los ocho puntos u', k', l', r', s', t', i', v' se describirá la elipse perspectiva del círculo dado, cuidando de que las rectas $v''z'$, $z'y'$, $y'x'$, $x'v''$ sean tangentes á la elipse buscada en los puntos u', l', s', i'; y si los ocho no bastaren, es fácil obtener mas por medio de los mismos puntos de concurso.

Por lo que se ha manifestado se determinarán sin dificultad las perspectivas de los círculos engendrados por los puntos a, b, e.

94. Habidas estas, nos resta construir las perspectivas del vértice del cono y las de los contornos aparentes del cilindro y superficie de revolucion engendrados, el primero por eN, el segundo por ab, y la última por bce.

La perspectiva de dicho vértice se hallará tirando la horizontal $N\epsilon$, por su proyeccion α la recta $\alpha\alpha'$ paralela á la VB, y por el punto α' la perpendicular $\alpha'\alpha''$ á la QR, que corta en α'' á la $N\epsilon$; la $\alpha''B$ es la perspectiva de la recta tirada por el mismo vértice y proyectada en $\alpha\alpha'$, la cual debe contener la perspectiva que se busca, y como esta debe hallarse tambien en la αV, la habremos en el punto ω.

En cuanto á la perspectiva del contorno aparente del cilindro engendrado por ab, se formará de dos rectas perpendiculares á QR y tangentes á las elipses perspectivas de los círculos descritos por los puntos a, b.

Y la perspectiva del contorno aparente de la superficie engendrada por *bce* se compondrá de las dos rectas $a''b''$, $c''d''$ tangentes á la elipse $a''g''c''$, y á la que resulte por perspectiva del círculo descrito por el punto *c*, las cuales terminarán en dichas elipses, y de las curvas correspondientes al caveto engendrado por *bc* que vamos á construir.

Determinando las perspectivas de muchos círculos
Fig. 26. del caveto, tendremos las elipses *abc*, *def*, *ghi*, *klm*, &c., y la curva *behl* que las toque será la perspectiva del contorno aparente de dicho caveto.

En la construccion de este contorno se verá que la curva *behl*, pasando de cierta elipse *klmnop*, no se prolongará mas en el mismo sentido, porque las elipses siguientes *qrs*, *tuv*, en vez de salir de la elipse *klmnop* por el arco *lmno*, salen por el *lkpo*; asi la continuacion del referido contorno será el arco *orux*, y *o* un punto de retroceso del mismo.

Fig. 25. 95. Para hallar la perspectiva n'' de un punto *n* cuya altura sobre el plano geometral sea *rq*, se usa frecuentemente el medio que vamos á manifestar, fundado en que todos los sectores semejantes á otro $nt\theta't'$, y cuyos lados son paralelos á *nt*, y $\theta't$ tienen sus cuerdas paralelas á la $n\theta'$, de lo que resulta necesariamente que sus perspectivas concurren en un mismo punto *C*. Segun esto la perspectiva de la cuerda $n\theta'$, que encuentra al cuadro en θ, es $\theta n''C$; es asi que la de la recta *tn*, que pasa por el mismo punto *n* y corta al cuadro en *u*, es *uA*, luego el punto n'', interseccion de las *uA* y θC, será la perspectiva que se busca.

LECCION IV.

De las sombras de las perspectivas.

96. Siendo el objeto de una perspectiva completa representar perfectamente un cuerpo, antes de aplicar el pincel á su perspectiva lineal, es necesario marcar en esta los contornos de las sombras y los de las penumbras, que existirian si no considerásemos el cuerpo iluminado por rayos paralelos. Y correspondiendo la construccion de las perspectivas de los primeros contornos á la perspectiva lineal, vamos á manifestar los pormenores de esta operacion.

97. Por regla general, cuando se tienen las proyecciones del objeto, las de los contornos de sus sombras se determinarán por el método espuesto en la primera parte, y sus perspectivas como si fueran líneas aparentes del objeto, y con esto tendremos en la perspectiva buscada las partes sombrías é iluminadas del cuerpo que se representa. De aqui se infiere que sabiendo construir las proyecciones de las sombras de un cuerpo y su perspectiva por el método general, sabemos construir la de las sombras de este cuerpo.

98. Pero cuando se determina la perspectiva de un objeto por el método de los puntos de concurso, segun el cual no es necesario construir sus proyecciones, que es su mayor ventaja, entonces conviene tambien obtener las sombras sin contar con las proyecciones de los cuerpos que se representan. Veamos ahora como se consigue este fin por el método de los puntos de concurso, y como el mismo nos lleva á los contornos de las sombras buscadas.

99. Supongamos desde luego que se ha determina-

Lam. IX, fig. 27. do el punto de concurso C de los rayos luminosos y el C' de sus proyecciones sobre el plano geometral: el punto C' se hallará en la línea del horizonte del cuadro, y el C en una recta CC' perpendicular á la misma.

100. Sea P la perspectiva de un punto del objeto, y P' la de la proyeccion de este punto en el plano geometral: la perspectiva de la sombra arrojada por el primero sobre este plano se hallará en la recta $P'C'$, perspectiva de la proyeccion del rayo luminoso que pasa por el espresado punto; y como la del mismo rayo es PC, la perspectiva de su sombra sobre el plano objetivo será x.

101. Supongamos ahora que el mismo punto arroja sombra en un plano horizontal que no sea el objetivo. Búsquese la perspectiva p del punto en que la vertical cuya perspectiva es PP' encuentra dicho plano, y tirando por el punto p la pC', el x' en que encuentra á PC será la perspectiva de la sombra del punto de que tratamos.

102. Finalmente, si este punto arroja sombra sobre una superficie dada, se concebirá ésta y la vertical cuya perspectiva es PP' cortadas por una serie de planos horizontales, se buscarán las perspectivas p y abc, p' y $a'b'c'$, p'' y $a''b''c''$, &c. de sus intersecciones con la vertical y superficie dichas; y tirando por los puntos p, p', p'', &c. las rectas pC', $p'C'$, $p''C'$, &c., las cuales cortarán á las curvas correspondientes en los puntos b, b', b'', &c., la serie de éstos determinará una curva $bb'b''b'''$, que será la perspectiva de la interseccion de un plano tirado por la vertical cuya perspectiva es PP', paralelo al rayo luminoso con la superficie dada; y como la misma curva contiene la perspectiva de la sombra del punto que consideramos, ésta será la interseccion z del rayo PC con la curva $bb'b''b'''$.

Usar de este medio cuando se trata de un objeto de forma complicada sería incómodo, pero ya se ha dicho que el método de los puntos de concurso no suele apli-

carse sino á ejemplos de arquitectura, los cuales presentan comunmente superficies verticales prismáticas, cilíndricas y de revolucion. Pasando á determinar las líneas de separacion de luz y de sombra, veremos que éstas se obtienen facilmente respecto de dichas superficies.

103. Si consideramos la seccion de un plano horizontal con un objeto á la altura en que éste sea vertical prismático ó cilíndrico, y su perspectiva *mnpq*, tiradas por el punto *C'*, en que concurren las proyecciones horizontales de los rayos luminosos, todas las rectas posibles *mC'*, *pC'*, &c., tangentes ó rasantes á la *mnpq*, los puntos de contacto *m*, *p*, &c., determinados por ellas, corresponderán á las perspectivas de las líneas de separacion de luz y de sombra; y como estas líneas serán verticales, tendremos sus perspectivas en las rectas tiradas por los puntos *m*, *p* paralelas á *CC'*. *Fig.* 28.

104. Cuando la superficie del objeto es vertical y de revolucion en el punto de la seccion, esta será circular, y su perspectiva *m'q'p'* una elipse cuyo centro *o* se hallará sobre la perspectiva *os* del eje de revolucion: construida la perspectiva *s* del punto en que este eje encuentra á la tangente á la meridiana en un punto de la seccion, el punto del eje será el vértice de un cono tangente á la superficie del objeto en el círculo cuya perspectiva es *m'p'q'*. Sentado esto, si tiramos las *sC*, *oC'* perspectivas, la primera del rayo luminoso que pasa por el punto del eje, y la segunda de la proyeccion de este rayo en el plano de la seccion, estas dos líneas se cortarán en un punto *t*, que será la perspectiva de la traza del rayo luminoso en dicho plano: tiradas por este punto las tangentes *tm'*, *tp'* á la elipse *m'p'q'*, los puntos *m'*, *p'* corresponderán á la perspectiva de la separacion de luz y de sombra buscada. En efecto, los planos tangentes al cono citado tirados por el rayo luminoso cuya perspectiva es *sC* tocan á la superficie de revolucion en puntos de la seccion que se considera situados sobre es-

ta separacion de luz y de sombra; y como las trazas de dichos planos que pasan por el punto cuya perspectiva es t son tangentes á dicha seccion, las perspectivas de aquellos puntos son los m', p' que acabamos de hallar.

Por las perspectivas de algunas secciones, como $m'p'q'$, encontraremos una serie de puntos como m', p', que determinarán sencillamente la perspectiva que se busca de la separacion de luz y de sombra.

105. Supongamos ahora la superficie de un objeto cualquiera que ella sea: construiremos por el modo in-
Fig. 29. dicado (102) las perspectivas *bac*, *def*, *gih*, &c. de una serie de secciones horizontales hechas en este objeto; determinando las perspectivas de las sombras arrojadas $b'a'c'$, $d'e'f'$, $g'i'h'$, &c. por dichas secciones en el plano objetivo, y circunscribiéndolas por la línea $m\,i'e'a'n$, será la perspectiva de la arrojada por la separacion de luz y de sombra de la superficie del objeto. Tirando luego por los puntos de contacto de las líneas $b'a'c'$, $d'e'f'$, $g'i'h'$, &c. con la $m\,i'e'a'n$ al de concurso C las rectas $a'C$, $e'C$, $i'C$, &c., estas serán las perspectivas de una serie de rayos luminosos tangentes á la superficie de que tratamos, las cuales cortarán las curvas *bac*, *def*, *gih* en los puntos a, e, i, &c. de la perspectiva de la separacion de luz y de sombra que se busca.

Pero siendo dificil distinguir exactamente los puntos de contacto a', e', i', &c., no nos parece tan útil en la práctica el modo que acabamos de manifestar; baste saber que el método de los puntos de concurso se aplica bien á la construccion de las perspectivas y á la de sus sombras solares.

Hagamos ahora la aplicacion de este método en el siguiente

106. Problema. *Dada la perspectiva de la leguaria de que hemos tratado* (91), *determinar sus sombras.*

Lam. XI, fig. 30. Sea MN la perspectiva obtenida (*lam. X*), V el punto de vista, A el punto de concurso de las rectas parale-

las á *am*, *B* el de las paralelas á *ax*, y *AB* será la línea del horizonte del cuadro.

Sea *C* el punto de concurso de los rayos paralelos que iluminan el objeto; tirando por él la perpendicular *CC'* á la línea del horizonte, el punto *C'* en que la corta será el en que concurrirán las proyecciones horizontales de dichos rayos.

Y debiéndose repetir muchas veces *sombras y partes de la leguaria, cuyas perspectivas son*, por ejemplo, *p*, *q*, &c., para abreviar el lenguage diremos solamente sombras y partes de la leguaria *p*, *q*, &c.

107. Atendiendo á la direccion del rayo luminoso, que puede deducirse por los puntos *V*, *C*, *C'*, se ve desde luego que las caras del zócalo, cuyas perspectivas son los cuadriláteros *amtx*, *aMPm*, *mPt't*, estan iluminadas, la primera por ser horizontal y dirigirse el rayo de alto á bajo, y las otras dos porque uno de sus puntos *m* arroja su sombra hácia el interior del zócalo: de donde inferiremos que las aristas *Ma*, *ax*, *xt*, *tt'* serán las líneas de separacion de luz y de sombra del mismo zócalo.

Para determinar la perspectiva de la sombra que este arroja en el plano objetivo, se construirán las sombras de dichas aristas empezando por la vertical *aM*. Debiéndose hallar la sombra del punto *a* de esta vertical sobre el rayo *aC*, y en su proyeccion *MC'*, será *z*; y tirada la recta *Mz*, tendremos en ella la arrojada por la arista en dicho plano. Una construccion análoga respecto de la arista *tt'* dará la sombra arrojada *w* por el punto *t*, y *t'w* será la de esta arista. Si observamos ahora que las aristas horizontales deben tener sus sombras paralelas á ellas, las correspondientes á las *ax*, *xt* se hallarán tirando por *z* la *zB*, y por *w* la *wA*, y el punto de interseccion *s* de estas rectas será la sombra del *x*; de modo que el contorno de la arrojada por el zócalo sobre el plano objetivo será *Mzswt'x'M*.

108. Busquemos las perspectivas de las sombras del fuste de la leguaria. Se construirá por el medio espuesto (93) la perspectiva *ac'be'* de la proyeccion de este fuste, y tiradas por el punto *C'* las *C'b*, *C'e* tangentes á ella, estas determinarán los puntos de contacto *e'*, *b*, por los cuales tirando las verticales *bN*, *e'e*, sus partes situadas como *ee''* sobre dicho fuste serán sus separaciones de luz y de sombra.

Las perspectivas de las sombras arrojadas por estas en el plano objetivo serán las partes *dk*, *hy* de las rectas *C'b*, *C'e'* que han determinado las *Nb*, *ee'*.

Por la seccion horizontal, cuya perspectiva es *Nlec*, se hubieran podido determinar inmediatamente las separaciones de luz y de sombra *Nb*, *ee'*, siendo dadas estas por las tangentes *C'N*, *C'e* (103); pero entonces para tener las sombras arrojadas por dichas separaciones, sería necesario construir las perspectivas *b*, *e'* de los puntos en que ellas encuentran al plano horizontal; por esto hemos preferido el medio manifestado al principio de este número.

Para terminar la sombra arrojada por el fuste en el plano objetivo, nos resta hallar la de la separacion de luz y de sombra *ecN*, á cuyo fin se observará que la sombra del punto *e* está en *h*, interseccion del rayo *e C* y de su proyeccion *e'C'*, y que la del punto *c* es el *f*, interseccion del rayo *cC* con su proyeccion *c'C'*; asi tendremos los puntos que basten para determinar la curva *hfd*, que es la sombra buscada.

109. Las sombras del filete se obtendrán como las del fuste, con la diferencia de que en su elipse inferior *npn'*, perspectiva de la proyeccion del cilindro que forma el mismo filete sobre el plano *xam*, tenemos ya la perspectiva de la proyeccion auxiliar análoga á la *ac'be'*.

Para tener las sombras pedidas solo falta buscar las del caveto que une al fuste con el filete; pero estas no pueden determinarse bien sin dar mayor escala á la fi-

gura; en este caso, como el cavelo es una superficie de revolucion de eje vertical, teniendo presente lo manifestado (102 y 104), hallaremos sus sombras cuyos contornos, segun la inclinacion del rayo luminoso, podrán formarlos dos líneas, una de separacion de luz y de sombra, y la otra de sombra arrojada por esta y la del fuste.

110. Terminamos esta parte, advirtiendo que en los problemas complicados de perspectiva conviene muchas veces usar al mismo tiempo del método general y del de los puntos de concurso.

PARTE TERCERA.

De las imágenes de óptica.

111. Los efectos de las sombras y de la perspectiva que hemos examinado tienen el mayor influjo en la imitacion de los objetos; pero no son los únicos que se deben estudiar, porque la vista de los cuerpos nos presenta á veces otros mas notables; tales son, por ejemplo, algunos de los puntos brillantes cuya teoría debe conocer el dibujante-geómetra para representarlos con exactitud, y de la que vamos á tratar detenidamente, manifestando ademas las causas generales de la formacion de otras imágenes, las que llamaremos *imágenes de óptica.*

LECCION I.

De la luz, y de las imágenes producidas por las inflexiones que esperimenta en su propagacion.

112. La luz en el espacio ó en un medio homogéneo se propaga en línea recta.

Para convencerse de esta verdad no hay mas que encerrarse en un cuarto del todo oscuro, que tenga una de sus paredes espuesta al sol; haciendo en ella una abertura por la cual pueda entrar un rayo de luz, se observará que este se dirige en línea recta. Si se aplica á la abertura un paralelepípedo de cristal lleno de agua ó

vacío por la estraccion del aire, se verá tambien que la direccion del rayo en el agua ó en el vacío es una línea recta. Y del mismo modo atravesará cualquiera sustancia diáfana que se aplique á la abertura con tal que sea homogénea.

113. Si se le presentan cuerpos de madera, por ejemplo de piedra sin pulimentar, de paño, de papel, &c., no atravesará sus sustancias, quedando como aniquilado en su superficie, y á lo mas resaltarán de esta hilitos de luz casi imperceptibles, despedidos en todas direcciones. Llámanse *opacos* estos cuerpos, y *luz diseminada* los débiles hilitos que reflejan, y *diseminacion* el fenómeno que la despide.

114. Si el cuerpo espuesto al rayo de luz es de acero pulimentado, ó un espejo, le despedirá sin particular alteracion; esto es lo que se llama *reflexion*, y *espejos ó cuerpos reflectantes* los que la causan, y *reflejada* la luz que despiden.

115. Finalmente, si el rayo encuentra al agua ó al cristal, los penetrará quebrándose en su superficie; lo que llamamos *refraccion*, y *trasparentes* los cuerpos propios para producirla, y *refractados* los rayos que los atraviesan.

116. De estos tres fenómenos, diseminacion, reflexion y refraccion, el menos notable es el primero, pero el mas comun y tal vez el mas util para la vision; porque si la luz no fuese diseminada por los objetos, no los veríamos desde cualquiera posicion, como se verifica cuando ningun otro los oculta. Y como los rayos que recibimos directamente de los cuerpos luminosos, asi como los reflejados por los espejos, fatigan la vista, debemos juzgar que la luz diseminada es verdaderamente el medio que Dios ha dispuesto para ver los cuerpos.

117. Llámase *incidente* el rayo de luz que encuentra un cuerpo, y de *incidencia* el punto donde le encuentra. Si por este se concibe una normal al cuerpo, se verifica

siempre que el rayo incidente, la normal y el rayo reflejado ó refractado estan en un mismo plano que puede llamarse *de reflexion* ó *de refraccion*.

Se dice *ángulo de incidencia* el que forma el rayo incidente con la normal, y *ángulo de reflexion ó de refraccion* el de la misma normal con el rayo reflejado ó refractado.

El ángulo de incidencia es siempre igual al de reflexion: de modo que dado el rayo incidente se deduce facilmente el reflejado.

118. La alteracion de este es tanto menor cuanto mas pulimentado es el cuerpo reflectante, lo que causa la mayor analogía entre la reflexion y la diseminacion.

Se sabe por repetidos esperimentos que todos los cuerpos tienen muchos *poros*, y que sus partículas son sumamente pequeñas; de donde inferimos que las superficies en lo general están llenas de desigualdades cuyas caras se presentan á la luz en todas direcciones.

Por la tenuidad de la luz cada uno de sus rayos que sea perceptible se compone de hilitos muy sutiles que se reflejan necesariamente en varias direcciones, segun la inclinacion de las caras moleculares que encuentran, lo cual produce la diseminacion.

Concibiendo un cuerpo muy sólido y perfectamente pulimentado, presentará á la luz, en vez de tantas caras moleculares, una serie de elementos planos dispuestos por el pulimento en la direccion del plano tangente; estos elementos reflejarán toda la luz que reciban bajo el mismo ángulo y en el mismo plano de reflexion, esto es, en un mismo rayo; lo que se confirma por la esperiencia, pues la perfeccion de los espejos consiste en su mayor pulimento.

Asi es que en un cuerpo mas pulimentado disminuye la diseminacion y crece la reflexion; pero como las moléculas de cualquiera cuerpo siempre están separadas, y el polvo que se emplea en su pulimento siempre deja

rayas, este nunca puede ser perfecto, y por tanto no hay reflexion sin diseminacion.

119. Esta acompaña tambien á la refraccion, la cual tampoco existe sin la reflexion. Asi cuando un rayo de luz hiere un cuerpo trasparente, desde luego se disemina en parte y en parte se refleja, y el rayo refractado es siempre por lo mismo menos intenso que el incidente.

120. Dado este rayo y el plano tangente en un punto de incidencia, se hallará el rayo refractado, á lo menos para dos medios conocidos, porque *la razon de los senos de los ángulos de incidencia y de refraccion es constante.* Pero esta varía con la naturaleza de los medios. Para el aire y el agua es 1,336; para el aire y el vidrio de plomo es 1,987. No se conoce la ley de las variaciones de esta razon para todos los medios, pero se sabe que siendo mayor la densidad y combustibilidad del último respecto del primero, es mayor la refraccion.

Si la luz pasa del medio mas raro al mas denso, dicha razon es siempre mayor que la unidad, esto es, el ángulo de incidencia entonces es mayor que el de refraccion; quiere decir, que penetrando la luz en el medio mas denso se aproxima á la normal.

Cuando la luz penetra desde el medio mas denso al mas raro se aleja de la normal; pero la razon de los senos de los dos ángulos es la misma aunque inversa, porque el ángulo de incidencia ocupa el lugar del de refraccion y recíprocamente. Asi, tratándose del aire y del agua, por ejemplo, la razon 1,336 viene á ser $\frac{1}{1,336}$ ó 0,748.

121. Examinando atentamente la refraccion se descubre otra propiedad muy importante, cual es la composicion de la luz solar. Si un prisma triangular y trasparente, de cristal por ejemplo como el proyectado en
Lam. II, fig. 31. *ABC*, se espone en un cuarto oscuro al rayo luminoso *mn*, se verifica siempre que este se esparce en otros muchos *no*,... *np*,... *nq*, que vuelven á esparcirse atravesando la cara *AC*, y que fuera del prisma aparecen en hi-

llitos luminosos divergentes que presentan los colores del iris. El rayo inferior *qr* es rojo, este pasa insensiblemente al naranjado, el naranjado al amarillo, este al verde, el verde al azul, este al turquí, y el turquí al morado, que es el color del rayo superior *ov*.

Para distinguir bien estos colores se coloca un papel blanco á cierta distancia del prisma, y perpendicular al rayo *voqr*, en el cual se pinta una imagen prolongada, colorida como hemos dicho, la cual presenta con el resplandor del iris su misma degradacion de colores. Esta imagen se llama *espectro solar*.

De esta esperiencia confirmada por muchos hechos dedujo Newton que un rayo de luz solar se compone de otros infinitos de diversos colores, los cuales tienen la propiedad de refractarse diferentemente, y cuya separacion debe por lo mismo ejecutar el prisma.

122. La ley de la refraccion de los rayos colorados es la misma que la de los blancos, esto es, la razon de los senos de los ángulos de incidencia y de refraccion es constante siendo unos mismos el rayo y los medios. Pasando del aire al agua esta razon es $\frac{4}{3}$ para los rayos rojos y $\frac{109}{81}$ para los morados, y para los demas rayos comprendida entre $\frac{4}{3}$ ó $\frac{108}{81}$ y $\frac{109}{81}$. Por donde se ve que la mayor diferencia de los valores de esta razon es $\frac{1}{81}$.

123. La propiedad que tiene la luz de esparcirse en rayos colorados cuando penetra en un cuerpo trasparente se llama *dispersion*, y *refrangibilidad* la refraccion considerada en estos rayos; por lo que se dice que de todos los rayos dispersados por la refraccion, el rojo es el que tiene menos refrangibilidad, y el que mas el morado.

Consideremos ahora las modificaciones que esperimenta la luz, á lo menos por la diseminacion, la reflexion y la refraccion.

124. En cuanto á la diseminacion, si observamos una esfera de madera iluminada por un punto, cada ra-

yo de luz enviado á la esfera se diseminará en todas direcciones; pero siendo mas las caras moleculares que se dirigen como el plano tangente en el punto de incidencia y las próximas á su direccion, los hilitos diseminados que se acerquen mas á la de los rayos que serían reflejados si la esfera fuese pulimentada, serán los mas intensos: luego el punto mas resplandeciente de la esfera, suponiendo que su superficie es un espejo, será el que despida al ojo el rayo que reciba, y la claridad de los otros será menor cuanto mas disten de aquel punto.

El que reflejase al ojo el rayo que le hiriera, si el cuerpo fuese reflectante, se llama *punto brillante.*

Si la esfera es iluminada por un cuerpo presentará muchos puntos brillantes contíguos, los cuales forman una *imagen brillante.*

Cualquiera otro cuerpo que no sea esférico podrá ofrecer muchos puntos ó imágenes brillantes.

125. Estas tienen menos brillo cuanto mas se aproxima la superficie á ser mate, y mayor á proporcion que esta es pulimentada. El brillo es muy notable en una bola de villar, y en una caja de relox bien pulimentada espuesta al sol es tanto que fatiga la vista.

Los espejos, que devuelven la luz casi tan pura como la reciben, reflejan no solo la directa sino la diseminada, de modo que reproducen los cuerpos luminosos y los iluminados.

Si la superficie reflectante es plana, la imagen producida por la reflexion es igual al objeto, por lo que se llama *imagen reproducida.* En los espejos curvos es diferente de la imagen real, y se dice *imagen reflejada.*

126. La reflexion que varía la direccion de los rayos que emanan de un cuerpo brillante puede reunirlos en ciertos espacios que presentan entonces mucha claridad, y son como unas imágenes de dicho cuerpo, á las que damos el nombre de *espectros luminosos.* Una cuchara de plata espuesta verticalmente y por su concavi-

dad á la luz de una bujía, despide uno de estos espectros sobre los cuerpos situados debajo y á conveniente distancia de ella.

La refraccion produce efectos análogos: asi los rayos solares que penetran una gota de agua pendiente de la hoja de un árbol proyectan en las inmediatas imágenes brillantes que se llaman tambien *espectros luminosos.* Cuando es necesario distinguirlos, los primeros se dicen *reflejados* y los segundos *refractados.*

127. Las imágenes refractadas propiamente dichas son las falsas imágenes de los objetos mirados al través de los cuerpos trasparentes. Concibamos que una regla se sumerja en parte y oblícuamente en el agua, su parte sumergida despedirá rayos que serán refractados saliendo del líquido, y por consiguiente llegarán á nuestros ojos en diferente direccion de la que tendrian si el agua se quitase, y como si emanasen de otro cuerpo: asi la regla nos parecerá quebrada en su interseccion con el agua, y en esta solo la percibiremos por una falsa imagen.

128. La propiedad que tienen los espejos y cuerpos trasparentes de dar falsas imágenes de los objetos, alterando mas ó menos las reales segun la forma de la superficie de los cuerpos reflectantes y trasparentes, produjo la idea de representar imágenes llamadas *anamórfosis*, que vistas por reflexion ó refraccion se transforman en otras diferentes de las que se creia ver.

LECCION II.

De los puntos brillantes de las líneas.

---

129. Las que vamos á considerar son reales, como se ha manifestado (20), y presentan puntos brillantes cuando reflejan al ojo el rayo que reciben.

Para formar una idea exacta de estas líneas, supondremos sean terminadas por superficies envolventes, cuya involuta sea una esfera infinitamente pequeña: de aquí se sigue que toda recta perpendicular á la tangente de una línea será normal á su envolvente.

130. Sentado esto, el problema general que se ha de resolver es el siguiente. *Dado un punto luminoso, otro de vista y una línea, hallar en esta un punto en el que la tangente forme ángulos iguales con los rayos incidente y reflejado correspondientes.*

131. Cuando se trata de rayos solares podemos concebir: 1.º *Que hallándose el punto luminoso en el infinito, el de vista está á una distancia limitada de la línea dada.* 2.º *Que el punto luminoso y el de vista estén en el infinito.*

132. El primer caso tiene lugar cuando se construye la perspectiva de un objeto iluminado por el sol. Empezando por lo mas sencillo construiremos desde luego el punto brillante de una recta *MN*, suponiendo que esta, el punto de vista *V* y la direccion *LL'* de los rayos de luz, la única que puede dar el punto luminoso, están en un mismo plano.

Lam. XI, fig. 32.

Si por el punto *V* se tira la *VV'* perpendicular á *MN* y se toma *SV'*=*SV*, tirando luego por *V'* la *V'I* paralela á *LL'*, cortará á *MN* en *B*, que será el punto brillante que buscamos; porque los ángulos *IBR*, *RBV* formados por la normal *BR* y los rayos incidente y reflejado *IB*, *BV* son iguales.

133. Supóngase ahora que el punto luminoso es dado por la direccion (*LI*, *L'I'*), y que el de vista sea (*V*, *V'*) y la recta dada la (*A*, *A'C*): tirando por esta un plano *pq* paralelo al vertical de proyeccion cortará al rayo (*LI*, *L'I'*) en un punto (*L*, *L'*); si hacemos girar á este rayo y al punto de vista (*V*, *V'*) en direcciones opuestas y al rededor de las verticales (*L*, *L'F*), (*A*, *A'C*) hasta sobreponerlos al plano *pq*, aparecerán el

Fig. 33.

primero en *(LD, L'D')* y el segundo en *(q, q')*: tírese por *q'* la recta *q'E* paralela á la *L'D'* que cortará la *A'C* en un punto *B*, y este será la proyeccion vertical del punto brillante *(A, B)* de la recta dada *(A, A'C)*.

Para probarlo concibamos que la recta *(qp, q'E)*, girando al rededor del eje *(A, A'C)*, engendra una superficie cónica de revolucion: cuando se halle en el plano *AG*, su parte superior al punto *(A, B)* estará situada en *(AG, BR)*, y será paralela al rayo *(LI, L'I')*, y cuando se halle en el plano *VA*, su parte *(VA, V'B)* pasará por el punto de vista *(V, V')*; de donde se ve que en el punto *(A, B)* el rayo de luz *(AG, BR)* y el visual *(VA, V'B)* forman el mismo ángulo con la recta *(A, A'C)*; y como el plano que determinan, sea el que quiera, puede cortarse siempre por otro perpendicular á esta recta tirado por el punto *(A, B)* en que aquel la encuentra, y la interseccion de estos planos pasando por el mismo punto será perpendicular á la *(A, A'C)*, y ademas dichos rayos de luz y visual forman ángulos iguales con la perpendicular, se deduce que *(VA, V'B)* es el rayo reflejado cuyo incidente es *(AG, BR)*; luego &c.

134. De esto se sigue que el punto brillante de una recta es siempre el centro de un cono de revolucion á quien la misma sirve de eje, cuya superficie contiene el punto luminoso y el de vista.

135. Sabiendo hallar el punto brillante de una recta se podrán tener los de una curva plana ó de doble curvatura. En efecto, es facil conocer que el punto brillante de una curva es tambien el de su tangente; y si el punto brillante de una tangente lo es de su contacto, será el brillante de la curva en que toca. Tirando pues tangentes á la curva dada, y hallados sus puntos brillantes, la línea determinada por ellos pasará por los puntos brillantes que se buscan; de donde se sigue que estos son comunes á una y otra línea.

Fig. 34. 136. Dado el arco de círculo *MBN*, y el rayo luminoso *LL'* y el punto de vista *V* situados en un plano, se encontrará el punto brillante del arco por la construccion siguiente. Tomado en el arco un punto *a*, y tirando por él la tangente *al*, se determinará su punto brillante *b*; y repitiendo estas operaciones en otros puntos de *MBN*, trazada por los obtenidos, como el *b*, una línea auxiliar.... *HBVK*...., el punto *B*, comun á esta y al arco, será el buscado.

137. Es facil conocer que siendo la curva *MBN* plana ó de doble curvatura, y teniendo el rayo luminoso y el punto de vista cualquiera posicion en el espacio, el lugar geométrico.... *HBVK*.... de los puntos brillantes de las tangentes será una línea que tocará á la curva dada en los puntos que se buscan.

Pero es mas exacto determinarlos por una interseccion. Para esto tomemos en la curva *NMP* un punto *M*, y tirando por él la tangente *MB* y el plano normal *ab*, hallemos el punto brillante *B* de *MB*; tirado por este el rayo luminoso *LB* y el visual *BV*, se determinarán sus intersecciones *R*, *S* con el plano *ab*; tomando luego nuevos puntos en *NMP*, se construirán otros como los *R*, *S*, y las líneas tiradas por ellos cortarán la *NMP* en sus puntos brillantes. En efecto, se echa de ver que si el punto *M* es uno de los brillantes de *NMP* coincidirán los cuatro puntos *M*, *B*, *R*, *S*, y que las dos curvas auxiliares determinadas por los puntos como *R*, *S* serán secantes de la *NMP*.

Lam. XII, fig. 35.

138. Aun será mas exacto construir las tres curvas lugares de los puntos como *B*, *R*, *S*; pero en lo general bastará la curva lugar de los puntos brillantes de las tangentes, y una de las determinadas por los puntos como *R* ó *S*. La primera de estas se llama *secante de rayos luminosos*, y la segunda *secante de rayos visuales*.

139. Al describir estas secantes y la línea lugar de los puntos brillantes de las tangentes, es necesario aten-

der á que las condiciones que determinan el punto brillante de una recta (134) dan siempre dos soluciones *b* y *b'* del mismo punto; porque pudiendo tirarse desde el punto de vista *V* dos rectas *Vb*, *Vb'*, que formen con la *MN* ángulos iguales entre sí y al que forma esta recta con el rayo luminoso *LL'*, hay dos conos *C'bC*, *D'b'D* que satisfacen las condiciones de la cuestion; pero si atendemos á que en un punto brillante como *b* el rayo de luz está comprendido entre el punto luminoso y el de incidencia, y el reflejado, cayendo mas allá de la normal con relacion al punto luminoso, debe estarlo entre el punto de incidencia y el de vista, no verificándose esto en el punto *b'*, pues el rayo reflejado por él es *b'E* y no *b'V*, se deduce facilmente que el punto *b'* no es brillante, y que las construcciones del número 134 los da reales é imaginarios. *Fig.* 36.

140. Si concebimos que el punto *a* se mueve sobre *MBN* hácia el punto *N*, la tangente *at* vendrá á ser paralela á *LL'*, y entonces el punto brillante *b* estará en el infinito: continuando *a* su movimiento, la tangente *at* pasará entre el infinito y *V*, y los puntos brillantes que se obtengan serán imaginarios; de modo que el lugar.... *HBVK*.... de los puntos brillantes de las tangentes presentará arcos como el *HBV* correspondientes á resultados reales, y otros como el *VK* á imaginarios. *Lam. XI, fig.* 34.

De aqui se sigue que construidos por el método espuesto los puntos brillantes de una línea curva, es preciso distinguir bien entre las soluciones obtenidas las que son imaginarias de las que son reales. Esta teoría se aclarará con el ejemplo siguiente.

141. Sea *BbB'b'* un círculo, y *AD* un rayo luminoso y *V* el punto de vista situados en su plano; busquemos ahora sus puntos brillantes. Para esto tomado un punto *E* arbitrariamente en la circunferencia *BbB'b'*, le tiraremos la tangente *EF*: la normal correspondiente será *EK*: tirada por el punto *V* la recta *VG* perpendi- *Lam. XII, fig.* 37.

cular á EF, si tomamos $IG = VI$, y se tira la Gl paralela á AD, el punto H será el brillante de EF (134), y el K uno de la secante de rayos visuales (137).

Aplicando estas construcciones á otras tangentes se determinarán las dos ramas $LBVH'Mb'N$, $ObVHPB'Q$ lugar de los puntos brillantes de las tangentes y la secante $Kb'CbVBCB'K'$ de rayos visuales. Dichas ramas tendrán por asíntotas las tangentes XYZ, TUR, cuyos puntos brillantes estan en el infinito, y la recta WCW' será la asíntota de la secante $Kb'CbVBCB'K'$.

142. Estas construcciones dan los cuatro puntos brillantes B, B', b, b' del círculo; pero si bien dos de ellos satisfacen á la cuestion propuesta, no los otros dos. En efecto, demos que el rayo luminoso AD se dirija desde A hácia D, el punto H será realmente el brillante de la recta EF, porque el rayo lH se refleja en HV; pero no es asi respecto de la recta $E'F'$, porque el rayo $G'H'$ se refleja al lado opuesto de $H'V$; de modo que H' es un punto brillante imaginario. Si el rayo luminoso AD se dirigiera desde D hácia A, H' sería un punto brillante real, y el H imaginario. Por lo cual las construcciones anteriores corresponden simultáneamente á las dos direcciones opuestas que puede tener el rayo de luz AD, y nos dan cuatro soluciones, de las cuales dos solamente son reales dirigiéndose el rayo segun AD, y las otras dos lo serán si el rayo se dirige como DA.

143. Adviértase que se han trazado: 1.° por líneas mistas las partes $b'K$, $B'K'$ de las curvas auxiliares que corresponden al mismo tiempo á puntos brillantes reales ó imaginarios, ya sea AD ó DA la direccion del rayo luminoso; 2.° por líneas contínuas las partes de las mismas curvas que, en el caso de dirigirse el rayo de A á D, corresponden á puntos brillantes reales; 3.° por líneas de puntos las partes que, en la misma direccion del rayo, corresponden á puntos brillantes imaginarios.

144. Tambien se determinan los puntos brillantes

de una curva por medio de la línea lugar de los de sus normales que encuentran á la recta tirada por el punto de vista paralela al rayo luminoso, pues dicha línea auxiliar corta á la propuesta en los puntos brillantes que se buscan.

Dada una curva plana *PBQR*, y el punto de vista *V* y el rayo luminoso *LL'* situados en su plano, el método indicado es de facil uso. Construyendo las normales *ac, a'c'*, *a''c''*, &c., que cortan á la recta tirada por *V*, paralela al rayo luminoso, y sus puntos brillantes *r*, *r'*, *r''*, &c., trazada por estos la curva *rr'r''*...., el punto *B* de su encuentro con la *PBQR* es el brillante de esta. *Lam. XI fig. 37.ª*

Facilmente se ve que si las normales cortan á la recta tirada por *V* y el punto luminoso entre estos puntos, los brillantes *r, r', r''*, &c. serán imaginarios.

145. Si la curva propuesta es de doble curvatura, tirando por sus puntos planos normales, se determinarán sus intersecciones con la recta comprendida entre los puntos *V* y el luminoso; tiradas por estas las normales correspondientes, se construirán sus puntos brillantes imaginarios, y la línea que pase por ellos cortará á la curva dada en sus puntos brillantes.

El método espuesto, ya se aplique á las curvas planas ya á las de doble curvatura, á pesar de ser por lo general algun tanto mas sencillo que el del núm. 138, como da solamente una línea auxiliar, se suele preferir este último.

146. *Del caso en que el punto de vista y el luminoso están en el infinito*, el cual se verifica cuando se construye la proyeccion de un objeto iluminado por el sol. Entonces las rectas dirigidas á cada uno de dichos puntos forman dos sistemas de paralelas, uno de los rayos visuales y otro de los luminosos.

Concibiendo un punto brillante que pertenezca á cualquiera línea ó superficie, y por él el rayo luminoso y el visual correspondientes, tirada una recta que divida

en dos partes iguales el ángulo de estos rayos, será la normal que corresponda al mismo punto. Y es facil ver que si en la línea ó en la superficie hay muchos puntos brillantes, como en todos ellos son iguales los ángulos que forman dichos rayos, porque tienen sus lados respectivamente paralelos, las normales pertenecientes á estos puntos serán paralelas á la recta divisoria; y recíprocamente todas las normales paralelas á esta corresponderán á puntos brillantes.

A la recta que divide en partes iguales el ángulo del rayo visual con el luminoso la llamaremos *direccion de las normales.*

147. Conocida esta se tendrán facilmente los puntos brillantes de una curva dada; porque siendo las normales perpendiculares á las tangentes respectivas, los puntos buscados serán aquellos á que corresponden tangentes perpendiculares á la direccion conocida de las normales. Construyamos pues esta direccion.

Lam. XII, fig. 38. 148. Sea (OL, OL') la direccion de los rayos luminosos, y (OV, OV') la de los visuales; haciendo girar á los planos verticales OL, OV al rededor de su traza vertical OC en direccion opuesta hasta sobreponerlos al vertical de proyeccion, el punto (A, A') vendrá á M y el (B, B') á N; de modo que los rayos dados despues del giro serán los OM, ON. Llevemos OM sobre ON desde O á P, y determinadas las proyecciones D, D' del punto P, considerándolo sobre el rayo visual (OV, OV'), tírese $(AD, A'D')$. El triángulo $(OAD, OA'D')$ será isósceles; luego si construimos los puntos X, X' que dividen en dos partes iguales las rectas AD, $A'D'$, y se tiran OX y OX', la recta (OX, OX') será la direccion de las normales.

Veamos ahora cómo se podrán determinar los puntos brillantes de una línea dada.

Fig. 39. 149. Por la direccion OX de las normales se tirará un plano, y en él se construirá la proyeccion $MNPQR....$

de dicha línea: tiradas las tangentes pp' que admita la $MNPQR$.... perpendiculares á OX, serán paralelas á esta las normales en los puntos de contacto B, B', B'', &c.; luego en los puntos de la curva dada proyectados en B, B', B'', &c., tendremos los que se piden.

150. De donde se sigue que en el caso supuesto una recta no tiene ningun punto brillante ó los tiene todos. En efecto, si uno de sus elementos brilla será perpendicular á la direccion de las normales; y como lo mismo se verificará respecto de los otros elementos de la recta, todos sus puntos serán brillantes. Si dicho elemento no brilla es porque forma un ángulo agudo con la direccion de las normales; y como todos los otros elementos formarán el mismo ángulo, ningun punto de la recta brillará.

De aqui se ve que en el caso presente no pueden determinarse los puntos brillantes de las líneas como en el anterior (132) por medio de los puntos brillantes de las tangentes (135).

Aplicacion de la teoría espuesta á la resolucion de los siguientes problemas.

151. 1.° *Dado un punto de vista* (V, V′), *un rayo luminoso* (LO, L′O) *y un círculo* (CBDB′, C′D′) *de plano horizontal, hallar sus puntos brillantes.* *Lam. XIII, fig. 40.*

Tirada por un punto (r, r') de su circunferencia una tangente $(rX, r'X')$, se hará girar el plano determinado por la línea de tierra que le es paralela, y por el rayo $(LO, L'O)$ hasta sobreponerlo al horizontal de proyeccion, construyendo el ángulo gOc que forma dicho rayo con la línea de tierra; se hará girar tambien el plano determinado por la $(rX, r'X')$ y el punto (V, V') al rededor de esta como charnela hasta que sea horizontal, y el y será la posicion del punto (V, V') despues del giro; si tiramos ahora por y la yb que forme con la rX un ángulo $ybX = gOc$, tendremos en b el centro del cono, que es el punto brillante de la tangente $(rX, r'X')$.

Tirando á dicha circunferencia otra tangente (*b'B'*, *C'D'*) paralela á la (*rX*, *r'X'*), y marcada la posicion *y'* del punto (*V*, *V'*) despues que gire el plano determinado por este y la (*b'B'*, *C'D'*) al rededor de esta como charnela hasta que sea horizontal, si por el punto *y'* se tira la recta *y'b'* paralela á la *yb*, el punto *b'* de la (*b'B'*, *C'D'*) será el brillante de esta tangente.

Construcciones análogas respecto de otras tangentes, como las (*rX*, *r'X'*), (*b'B'*, *C'D'*), darán puntos brillantes como *b*, *b'*, que determinen la curva *BHGFEB'KTGIB* proyeccion horizontal de la que es lugar de los puntos brillantes de las tangentes, y los puntos de contacto (*B*, *s*), (*B's'*) de esta curva con la circunferencia dada serán los brillantes pedidos.

152. Para mayor exactitud se construirá la proyeccion horizontal *FRQSVTZ.... PNB'BVJUKME* de la secante de rayos visuales (137). Siendo vertical el plano normal correspondiente á las tangentes (*rX*, *r'X'*), (*b'B'*, *C'D'*), su proyeccion horizontal es la recta *rt*; tiradas por los puntos *b*, *b'* las *bV*, *b'V*, proyecciones horizontales de los rayos visuales que pasan por ellos, encontrarán á *rt* en los puntos *m*, *n* que pertenecerán á la proyeccion *FRQSVTZ.... PNB'BVJUKME* que se busca. La construccion de la proyeccion vertical nos parece supérflua.

Obsérvese que la secante de que se trata, considerándola en el espacio, es una curva de doble curvatura, como es facil conocer, que encuentra á la circunferencia dada en dos puntos; pero la proyeccion construida corta la de la circunferencia en seis, de los cuales solamente dos resuelven el problema.

153. Deseando que la figura manifieste la forma general de los lugares geométricos de los puntos brillantes, no es estraño aparezca complicada. En la práctica basta tirar un corto número de tangentes próximas á los puntos brillantes que se buscan, y guardando cierto orden

en las construcciones, se llega facilmente á la solucion pedida.

154. 2.° *Hallándose en el infinito el punto de vista y el luminoso, conocida la direccion* (rs, r's') *de las normales en los puntos brillantes, y dado el círculo* (ab, c'd'), *cuyo plano es perpendicular á la línea de tierra, construir sus puntos brillantes.* *Lam. XIV, fig. 41.*

Tirando por la proyeccion *r's'* de la direccion de las normales un plano vertical, le haremos girar al rededor de su traza vertical *c'a* hasta sobreponerlo al vertical de proyeccion. Concibiendo que el círculo *(ab, c'd')* se ha proyectado en dicho plano *r's'*, construiremos esta proyeccion despues del giro, asi como la posicion de la línea *(rs, r's')*.

Para esto, conociéndose desde luego que la proyeccion del círculo en el plano *r'c'* debe ser una elipse cuyos ejes, el mayor será vertical é igual al diámetro de dicho círculo, y el menor igual á *ec'*, determinada por la perpendicular *d'e* tirada por *d'* á *r'c'*; si tiramos por *a'* la recta *a'f* perpendicular á la *r'c'*, y haciendo centro en *c'* describimos los arcos *ff'*, *ee'*, tirando por *e'*, *f'* perpendiculares á la línea de tierra, y por los puntos *a*, *b*, y *c* mitad de *ab*, las horizontales *ag'*, *bg*, *cn*, los puntos de interseccion *g'*, *n*, *g* con dichas perpendiculares determinarán los ejes *gg'*, *nc* de la elipse buscada, con cuyos datos la construiremos.

En cuanto á la direccion de las normales *(rs, r's')* se hallará su traza horizontal *s'*, y esta, asi como un punto *(r, r')* de aquella vendrán despues del giro á *t* y á *x*, y la recta *tx* será la posicion que se busca. Tirando ahora las *pz*, *qz'* perpendiculares á esta, y tangentes á la elipse *gdg'n*, determinarán los puntos de contacto *p*, *q*, que referiremos sobre *(ab, d'c')*, para tener los puntos brillantes pedidos *(p'p'')*, *(q'q'')*.

LECCION III.

De los puntos brillantes de las superficies.

---

155. Si concebimos que una superficie se compone de curvas contíguas unas á otras, por ejemplo de secciones planas paralelas, considerándolas como en la leccion segunda (20), cada una tendrá sus puntos brillantes. Vamos á manifestar que el lugar geométrico de estos contendrá todos los puntos brillantes de la superficie dada, ó que esta no tendrá punto brillante que no corresponda á dicho lugar.

En efecto, uno de estos puntos que llamaremos *A* se hallará sobre una de dichas curvas elementales de la superficie; la normal á esta en *A* será perpendicular á la curva correspondiente; el ángulo de incidencia y el de reflexion, que son iguales para la superficie, lo serán respecto de la curva; luego *A* es uno de sus puntos brillantes; luego, &c.

156. De aqui se sigue que cortando la superficie dada por dos sistemas de planos ó de superficies auxiliares, si buscamos los puntos brillantes de estas secciones, y describimos los lugares geométricos de dichos puntos, el lugar correspondiente á un sistema de secciones cortará el que pertenece al otro sistema en los puntos brillantes de la superficie.

Sabiendo pues determinar los puntos brillantes de las líneas, sabremos tambien construir los de cualquiera superficie.

157. Si nos piden el punto brillante de una superficie reglada, ó de cualquiera otra por complicada que sea, este método general es el mas sencillo que puede usarse en la suposicion de que el punto de vista y el lu-

minoso no se hallan los dos en el infinito; pero hay soluciones mas fáciles para la mayor parte de los problemas usuales, como veremos en adelante.

158. *Del caso en que el punto luminoso se halla en el infinito, y el de vista á una distancia finita.* Para abreviar el lenguage llamaremos frecuentemente *V* al punto de vista, y *VL* al rayo de luz tirado por este y comprendido entre el mismo y el punto luminoso.

159. Desde luego se observa que hallándose siempre en un mismo plano el rayo incidente, el reflejado y la normal, la recta *VL* encontrará á las normales que corresponden á los puntos brillantes. Ademas sus puntos de interseccion se hallarán situados siempre entre *V* y el punto luminoso. De donde se deduce que tirando por la recta *VL* una serie de normales á la superficie que se nos dé (164), la curva que pase por sus pies contendrá los puntos brillantes que buscamos.

Determinados los puntos brillantes de una serie de líneas de un mismo sistema (155), tendremos dos curvas cuyos puntos de interseccion serán los brillantes de la superficie dada.

160. Tiradas las normales á esta y construidos sus puntos brillantes imaginarios, si describimos una línea que pase por ellos, esta y el lugar de los pies de las normales se cortarán tambien en los puntos brillantes buscados.

161. Si la superficie dada es desarrollable, tomando una serie de sus generatrices, determinados los planos normales que pasan por ellas, y construidos sus puntos de interseccion con la recta *VL*, tiraremos por estos perpendiculares á las generatrices correspondientes, las cuales serán las normales cuyos pies formarán una curva lugar de los puntos brillantes de la superficie dada. Y ya se tome por segunda curva auxiliar el lugar de los puntos brillantes de una serie de secciones (155), ya el de los puntos brillantes imaginarios de las norma-

les (160), las construcciones serán mucho mas sencillas en las superficies desarrollables que en otras en que es necesario bajar las normales por los puntos de VL (159).

162. Tambien lo son en las superficies de revolucion. En efecto, las normales en los puntos de un círculo de plano perpendicular al eje forman una superficie cónica, y tirado por su vértice y por la recta VL un plano cortará al cono en dos rectas que, siendo normales á la superficie dada, encontrarán la recta VL. De la construccion sencilla de estas normales se deduce la del lugar geométrico de sus pies.

163. Para hacer la aplicacion general de las soluciones de los números (159 y 160) es necesario saber determinar el pie de la normal tirada por un punto dado á una superficie conocida.

Veamos primero como se ha de tirar por un punto
Fig. 42. P del plano de una curva $ABCD$ una normal á esta.

Tomemos en $ABCD$ una serie de puntos A, B, C, D, &c., y tiradas por ellos las tangentes Aa, Bb, Cc, Dd, &c., y por el punto P las perpendiculares á estas Pa, Pb, Pc, Pd, &c., los puntos de interseccion a, b, c, d, &c. determinarán una línea $abcd$, la cual tocará á la $ABCD$ en el punto x correspondiente á la normal Px que buscamos.

Pero se tendrá este punto con mas exactitud por medio de una línea secante. Para esto tiraremos por los puntos A, B, C, D, &c. las normales Aa', Bb', Cc', Dd', &c., y tomando en ellas las magnitudes Aa', Bb', Cc', Dd', &c. iguales respectivamente á las Aa, Bb, Cc, Dd, &c., de modo que las que se hallan á diverso lado de los puntos respectivos A, B, C, D, &c. se lleven á diferente lado de la curva $ABCD$, la línea determinada por los puntos a', b', c', d' cortará á la dada en el punto x que se queria.

164. Será pues facil tirar por un punto dado la normal á una superficie conocida. Al efecto concebire-

mos por este punto dos sistemas de planos secantes, que sus intersecciones con la superficie dada están determinadas, y que se han tirado por dicho punto normales á cada una de estas intersecciones. Los pies de las normales correspondientes al primer sistema de secciones formarán una línea conocida; los de las normales del segundo sistema determinarán otra línea conocida tambien; y estas dos curvas se cortarán en el punto buscado, porque la normal á las dos secciones auxiliares que pasan por este lo es de la superficie.

165. *Del caso en que el punto de vista y el luminoso se hallan en el infinito.* Como lo que se ha manifestado (146) respecto de los puntos brillantes de las líneas se aplica exactamente á los de las superficies, la construccion de sus puntos brillantes depende de la solucion de este problema: *Dada una superficie curva, tirarle la normal paralela á una recta de posicion determinada;* ó de este otro: *Dada una superficie curva, tirarle un plano tangente y perpendicular á una recta conocida.*

166. Sentado esto, dada la direccion OX de las normales, se proyectará la superficie propuesta en un plano paralelo á la misma, y determinados los puntos de contacto B, B', B'', B''', &c. de su contorno $MNPQR$.... por tangentes perpendiculares á la OX, estos serán los que buscamos, sin mas que referirlos á las proyecciones de la superficie, lo que no presenta ninguna dificultad. *Lam. XII, fig.* 39.

167. Esta operacion es muy sencilla siendo la superficie de revolucion; entonces todos sus puntos brillantes se hallan en la curva meridiana, cuyo plano es paralelo á la direccion de las normales: luego tirando á esta curva tangentes perpendiculares á dicha direccion, en los puntos de contacto tendremos los buscados.

168. Si la superficie es plana, sus elementos forman el mismo ángulo con la direccion de las normales: luego todos ó ninguno serán brillantes.

169. Si es cilíndrica, sus normales son paralelas á un mismo plano perpendicular á sus generatrices: luego si la direccion de las normales no es paralela á este plano, la superficie no tendrá puntos brillantes. Pero si lo es uno de sus puntos, lo serán tambien los de la generatriz correspondiente, porque en todos ellos las normales son paralelas: asi esta generatriz brillará en toda su estension.

170. Como todas las normales de un cono de revolucion forman el mismo ángulo con su eje, solo tendrá esta superficie punto brillante cuando el ángulo de la direccion de las normales con el eje sea igual al complemento de la mitad del que forman las generatrices en el vértice del cono. Verificada esta condicion en uno de sus puntos, lo estará tambien en los demas de la generatriz correspondiente, y esta brillará en toda su estension

171. Hablando generalmente, en el caso que consideramos, una superficie carece de puntos brillantes si no presenta elementos planos perpendiculares á la direccion de las normales: si la superficie es desarrollable y alguno de sus puntos es brillante, lo será tambien su generatriz correspondiente en toda su estension.

De aqui se sigue que en lo general las superficies desarrollables no tienen partes brillantes. En efecto, demos que el plano generador de una de estas se pone en movimiento para engendrarla, y concibamos por un punto del espacio una serie de perpendiculares á todas las posiciones del plano móvil; es evidente que estas formarán una superficie cónica cuyas generatrices serán paralelas á todas las normales de la envolvente desarrollable; luego la superficie no tendrá puntos brillantes á no ser que la direccion de las normales sea paralela á alguna de dichas perpendiculares, lo que solo tendrá lugar en ciertos casos.

172. Pero esta superficie tiene siempre *unas generatrices mas iluminadas ó de mayor luz que otras y de igual*

claridad en toda su estension. Para probarlo concibamos por el vértice de la superficie cónica una paralela á la direccion de las normales, la cual formará cierto ángulo con cada perpendicular; y habiendo entre estos ángulos unos menores que otros, llamaremos *m* á los primeros, cada uno de los cuales corresponderá á una de las perpendiculares que componen la superficie cónica, y por consiguiente á una de las generatrices indefinidas de la envolvente. Y como estas se aproximan mas á ser perpendiculares á la direccion de las normales, serán las mas iluminadas; y como cada una de sus partes forma el mismo ángulo con esta direccion, todos sus puntos despedirán la misma cantidad de luz.

173. Por donde es facil ver que cuando una superficie desarrollable tiene puntos brillantes, los valores del ángulo *m* serán iguales á cero, y que las generatrices de mayor luz correspondientes pasan á ser brillantes.

174. Para construir las generatrices mas iluminadas de una superficie desarrollable, se proyectará en un plano paralelo á la direccion de las normales, y las generatrices que formen el contorno de la proyeccion obtenida serán las que se buscan.

Obsérvese que la eleccion del plano auxiliar de proyeccion no es indiferente, porque si la superficie dada fuera por ejemplo cónica y recta, y dicho plano perpendicular á su eje, ninguna de las generatrices de aquella formará el contorno de su proyeccion: inconveniente que se evitará eligiendo el plano en la direccion de las generatrices de la superficie.

Aplicacion de la teoría espuesta á la solucion de los problemas siguientes.

175. 1.º *Dada la superficie cónica cuyo vértice es* (v, v′) *y su traza horizontal el círculo* EKF, *determinar su punto brillante suponiendo sea iluminada por rayos paralelos á la recta* (LO, L′O), *y que el punto de vista es* (V, V′). *Lam. XIV, fig. 43.*

Despues de haber tirado por el punto (V, V') la recta $(Vr, V'r')$ paralela al rayo luminoso $(LO, L'O)$, determinaremos las proyecciones de la línea lugar geométrico de los pies de las normales tiradas á la superficie cónica por los puntos de la recta $(Vr, V'r')$, en la que debe hallarse el punto pedido.

176. Para esto, atendiendo á la direccion del rayo luminoso y posicion del punto de vista, por las cuales se deducirá hácia qué parte de la superficie se halla el punto brillante, tomado el A en la traza horizontal EKF de aquella, determinaremos las trazas AC, CD del plano que le es tangente en dicho punto, y la generatriz de contacto $(Av, A'v')$; tirada por el vértice (v, v') la recta $(vd, v'd')$ perpendicular á este plano, que con la generatriz $(Av, A'v')$ determinarán otro $d'Hl$ normal á la superficie cónica, se construirá el punto (m, m') de su interseccion con la recta $(Vr, V'r')$, y tirando por m, m' las mn, $m'n'$ perpendiculares respectivamente á las trazas AC, CD, tendremos en ellas las proyecciones de la normal tirada por un punto de la recta $(Vr, V'r')$ á la superficie cónica, y en los puntos o, o', en que cortan á las Av, $A'v'$, las proyecciones del pie de dicha normal, y por consiguiente un punto de la línea que se quiere.

Construcciones análogas en otros puntos de la traza EKF darán las proyecciones $...opq...$, $...o'p'q'...$ de dicha línea.

177. Como el punto brillante pedido debe hallarse tambien en la línea lugar de los puntos brillantes de los círculos secciones de una série de planos horizontales con la superficie dada, determinaremos las proyecciones vBK, $v'B'K'$ de dicha línea, construyendo los puntos brillantes correspondientes á las partes anteriores de aquellos círculos, como en el problema (151), y el punto (B, B'), interseccion de la línea $(...opq..., ...o'p'q'...)$ con la $(vBK, v'B'K')$, será el brillante que buscamos.

178. 2.º *Hallar los puntos brillantes de un pedestal*

iluminado por rayos paralelos, y visto á una distancia finita.

Tomemos por plano horizontal de proyeccion el inferior del pedestal, y por vertical uno paralelo á los rayos luminosos, y sean *(C, C'C'')* el eje del pedestal, *(Cb, C'b'xu'yzz'')* su generatriz, *(V, V')* el punto de vista, y *(A, A')* el rayo luminoso. *Lam. XV, fig. 44.*

179. Concibiendo que la superficie del pedestal engendrada por la curva *xu'y* la forman círculos horizontales, construiremos los puntos brillantes de sus partes anteriores como se ha visto (151); por las proyecciones verticales de estos puntos tiraremos la línea *aBkdf*, y en ella se hallará la proyeccion vertical de uno de los puntos que se piden (155).

180. Tirando por el de vista *(V, V')* la recta *(VL, V'L')* paralela al rayo luminoso *(A, A')*, como el punto buscado ha de ser uno de los de la línea lugar geométrico de los pies de las normales tiradas al pedestal por los puntos de la recta *(VL, V'L')* (159), se construirá la proyeccion vertical de esta línea.

Para ello, elegido un punto *(U'u')* en la generatriz *(Cb, C'b'xu'yzz'')*, determinaremos las proyecciones *UeU'o, uu'* del círculo que pasa por él; y tirada la normal *u's* á dicha generatriz, el cono cuyo vértice es *(C, s)* y su directriz el círculo *(UeU'o, uu')* será normal al pedestal en los puntos de esta directriz. Tirando un plano por la recta *(VL, V'L')* y el vértice *(C, s)* pasará por la *(CV, sV')* que le une con el punto *(V, V')*, y tambien por la recta *(DE, D'E')* tirada por un punto *(D, D')* de *(VL, V'L')* paralela á *(CV, sV')*; y encontrando esta recta y la *(DE, D'E')* al plano *uu'*, la primera en el punto *(n, n')*, y la segunda en el *(E, E')*, el primer plano corta al *uu'* en la recta *(En, E'n')*. Como la interseccion de esta con el círculo *(UeU'o', uu')* son los puntos *(e, e')*, *(o, o')*, se deduce que el plano que pasa por el de vista y por el vértice *(C, s)* del co-

no le corta en las normales correspondientes á dichos puntos, por lo que estas encuentran á la recta $(VL, V'L')$, y (e, e'), (o, o') pertenecen al lugar de los pies de las normales tiradas por los puntos de la $(VL, V'L')$ al pedestal.

181. Determinando del mismo modo otros puntos como (e, e'), (o, o'), tirada por sus proyecciones verticales una línea $o'Be'i$, la parte de ella que pasa por los puntos, e' por ejemplo, correspondientes á la parte anterior del pedestal, cortará la línea $aBkdf$ en la proyeccion vertical B del punto brillante que se busca. Para construir su proyeccion horizontal B' tiraremos por B la horizontal BH, y haciendo centro en C y descrito el círculo $I'B'N'$ de radio igual á IH, se tirará por B la BB' perpendicular á la línea de tierra.

El punto de interseccion k de los arcos Bd, $o'i$ de las líneas auxiliares no resuelve la cuestion, porque el arco $o'i$ corresponde á los pies, como (oo'), de las normales á la parte posterior del pedestal, de modo que la línea cuya proyeccion es $o'i$ está detrás de la que se proyecta en Bkd.

Ademas del punto (B, B') tiene el pedestal otros dos brillantes (h, h'), (a, a') en los círculos $(hz, h'h''z')$, $(ax, a'a''b)$, cuya construccion no es dificil (151).

Lam. XVI, fig. 45. 182. 3.º *Siendo* AFF′D′E′EA, G′IKH′ *los contornos de las proyecciones de una superficie cilíndrica iluminada por rayos paralelos á* (L′O, L″O), *se piden las partes brillantes de dichas proyecciones.*

Hallándose el punto de vista en el infinito para cada una de estas, y superior ó anterior á los planos de proyeccion, se deja ver que serán diferentes las partes brillantes de cada proyeccion.

183. Comencemos por la horizontal. Ya se sabe (165) que la direccion de las normales en los puntos brillantes es una recta que divide en partes iguales el ángulo de los rayos luminoso y visual: como este es vertical se

hallará en el plano proyectante de *(L'O, L''O)* sobre el horizontal de proyeccion; haciendo pues girar dicho plano al rededor de *L'O* como charnela hasta sobreponerlo al horizontal, y determinando la posicion *Ol*, *Ob* de los citados rayos, la recta *Oc* que divide en partes iguales el ángulo formado por estos será la direccion de las normales, la que, vuelto el plano del giro á su primera posicion, tendrá por proyeccion horizontal la *OL'*, y su vertical *Oc'* se deducirá facilmente.

Conocida la direccion *(L'O, Oc')* se verá si es perpendicular al plano de la base superior *(A'F'D'E', IK)* del cilindro y á sus generatrices, y como esto no se verifica en el presente problema, se deduce que dichos planos y la superficie convexa del cilindro no tienen partes brillantes, y asi buscaremos solamente las generatrices mas iluminadas de esta, y los puntos brillantes de la circunferencia de la base superior.

184. Con relacion á las primeras, conteniendo el plano vertical *L'OV* la direccion de las normales, si atendemos á que las generatrices que formarán el contorno de la proyeccion de la superficie cilíndrica sobre este plano pasarán por los puntos *a*, *d*, en que las rectas *aA*, *dD*, tangentes á la traza *AFDE* y perpendiculares á la *L'B*, encuentran á esta, se ve claramente que de los puntos de contacto *A*, *D* el primero es la traza horizontal de la única generatriz que hay de las buscadas, y que tirada por él la *AA'* paralela á la *EE'*, se tiene su proyeccion horizontal.

185. En cuanto á los puntos brillantes de la circunferencia de la base superior, si recordamos las construcciones que exigen (149), y la naturaleza de la superficie que termina esta arista, se ve que tirando tangentes al círculo *A'F'D'E'* y perpendiculares á la recta *L'B*, el único punto brillante que hay es el de contacto *A'*.

186. La direccion *(L''O, OC')* de las normales correspondiente á la proyeccion vertical de la superficie ci-

líndrica se hallará por una construccion análoga á la de su proyeccion horizontal indicada en la figura; y por razones tambien análogas á las ya manifestadas deduciremos respecto de las generatrices mas iluminadas de la proyeccion vertical de la misma superficie, que tirando tangentes á la traza *AFDE* y perpendiculares á la recta *OC′*, el primero de los puntos de contacto *M*, *N* es la traza horizontal de la única generatriz mas iluminada que hay; y determinando la proyeccion vertical *M′* de dicha traza, tirada por esta la *M′P′* paralela á *G′I*, tendremos en ella la proyeccion vertical de aquella generatriz. Finalmente, tirando tangentes al círculo *A′F′D′E′* y perpendiculares á la recta *OC′*, el punto de contacto *P* será proyeccion horizontal del brillante de la circunferencia de la base superior, y *P′* la vertical que se busca.

Lam. XVII, fig. 46. 187. *4.° Determinar los puntos brillantes de las proyecciones de una esfera cuyo centro es* (C, C′) *y su radio* CD *iluminada por el rayo* (A, A′).

En este problema como en el anterior es necesario considerar separadamente la proyeccion horizontal, que tiene su punto de vista en el infinito y superior al plano horizontal, y la proyeccion vertical cuyo punto de vista se halla en el infinito y anterior al plano vertical; por lo que se conoce facilmente que en cada proyeccion de la esfera no hay mas que un punto brillante visible.

188. Busquemos primeramente el de la proyeccion horizontal. La cuestion se reduce á determinar el punto de interseccion de la esfera con una recta que pase por su centro y sea paralela á la direccion de las normales. Para esto tiraremos por el centro *(C, C′)* un rayo luminoso *(CE, C′E′)* y el visual *(C, CC′)*, y haciendo girar el plano determinado por estos rayos al rededor de su traza sobre el horizontal *GC′* como charnela hasta sobreponerlo á este plano, el punto *(E, E′)* describirá un arco de círculo cuyo radio será igual á *GE′*, de modo

que llevando *GE'* desde *E* á *L* sobre la recta *EL* perpendicular á la *CE*, *L* será la posicion de dicho punto despues del giro, y *CL* la del rayo luminoso *(CE, C'E')*; y como el rayo visual aparecerá en la recta *CV* perpendicular á la *CE*, la direccion de las normales en el punto brillante será la recta *CN*, que divide en partes iguales el ángulo *LCV*; y encontrando esta á la superficie de la esfera en un punto que distará del *C* la magnitud *Cb* igual al radio, el punto *b* es el brillante de la esfera, cuya proyeccion horizontal *B* nos propusimos construir.

189. Para tener el punto brillante є de la proyeccion vertical concebiremos por el centro de la esfera un rayo luminoso y otro visual, y que el plano determinado por ellos gira al rededor de su traza sobre el plano *CI* hasta sobreponerse á este; despues del giro, dichos rayos serán los *C'e*, *C'v*, y la recta *C'n*, que divide en partes iguales el ángulo *eC'v*, la direccion de las normales; y por una razon análoga á la manifestada respecto de la proyeccion horizontal, se deduce que є es la proyeccion vertical del punto brillante buscado.

190. Prolongando lo que baste las normales *CN*, *C'n*, cada una de ellas encontraria á la esfera en otro punto, que sería el brillante de la parte cóncava de su superficie, si pudieran llegar á ella los rayos luminoso y visual.

191. 5.° *Dado el rayo luminoso* (A, A') *y la elevacion* PQ *de un nicho, cuyo corte horizontal tenemos, hallar en esta las partes brillantes de aquel.* *Lam. XVIII, fig. 47.*

El punto de vista se hallará en el infinito y anterior al plano vertical de proyeccion. Tirando pues por un punto *(C, C')* la recta *(CL, C'L')* paralela á *(A, A')*, y la *(CM, C')*, cuya proyeccion horizontal *CM* sea perpendicular á la línea de tierra, la recta *(CN, C'N')* que divide en dos partes iguales el ángulo de las *(CL, C'L')*, *(CM, C')* será la direccion de las normales.

192. Observando su posicion se deduce que la su-

perficie interior del nicho no tiene puntos brillantes. En efecto, las normales en estos deben ser paralelas á la recta *(CN, C'N')*; es asi que las correspondientes á la superficie cilíndrica son horizontales y las de la parte esférica inclinadas de alto á bajo desde el interior del nicho hácia el centro *(C, C'')*, en tanto que la inclinacion de la recta *(CN, C'N')* es contraria, luego la superficie interior del nicho no tiene normales paralelas á *(CN, C'N')*; luego, &c.

193. Pero la arista saliente *PB'RQ* presenta un punto brillante, y dicha superficie una generatriz de mayor luz.

Para determinarla tiraremos por la vertical *(C, C'C'')* un plano *CX* paralelo á la recta *(CN, C'N')*, el cual cortará la parte cilíndrica del nicho en la generatriz *(X, YZ)*: el ángulo formado por el plano tangente en esta á la superficie cilíndrica y la *(CN, C'N')* será un máximo entre todos los que forme la misma *(CN, C'N')* con los planos tangentes que corresponden á las demas generatrices (172): luego la *(X, YZ)* será la de mayor luz que se busca, cuya parte superior terminará en la sombra arrojada en el interior del nicho ó en el plano *C''D'*, y la inferior en el *C'a'*.

194. Para construir el punto brillante de la curva *DRD'* se proyectará esta y la recta *(CN, C'N')* en un plano *sm* paralelo á la última, el cual haremos girar al rededor de su traza vertical *sQ* hasta tomar la posicion *sn* paralela al vertical de proyeccion; entonces la proyeccion de dicha curva aparecerá en *D'rbp*, y la de la recta *(CN, C'N')* en *a'n'*; tirando ahora la *t t'* tangente á *D'rbp* y perpendicular á *a'n'*, el punto de contacto *b* dará el buscado *(B', B)*.

PARTE CUARTA.

De la Perspectiva aérea.

LECCION I.

Nociones generales.

195. Los efectos que la luz solar produce en los cuerpos, segun hemos manifestado, no son los únicos que deben estudiarse para su imitacion; es necesario ademas conocer la diferente degradacion de sus colores y sombras: por tanto, debemos examinar los efectos reales de la luz sobre los cuerpos, su apariencia tan diferente de la realidad, y la utilidad de cada uno de ellos, y asi juzgaremos de la forma, posicion, color, y hasta de la naturaleza de sus superficies, pues de otro modo no es posible matizar un cuadro de manera que sus partes parezcan planas, curvas, horizontales, inclinadas, blancas, rojas, mates, pulimentadas, &c.

196. Entre estos efectos es muy notable el del aire atmosférico; y como este envuelve á todos los cuerpos y reflejando la luz hace veces de cuerpo luminoso, modifica considerablemente los efectos de la misma luz sobre los cuerpos, y teniendo color modifica tambien sus colores propios.

197. Importa mucho en la pintura conocer bien los

efectos del aire y de la perspectiva, y por esto se llama *perspectiva aérea la ciencia que trata de la imitacion de los cuerpos, determinando los diferentes matices que estos presentan.*

Prescindiendo de lo que exige la pintura, aplicaremos los principios de esta perspectiva al lavado, tomando para ello las reglas necesarias de la física y de la geometría.

198. Ya sabemos que un rayo solar, que aparece blanco, se compone de otros rayos de color rojo, naranjado, amarillo, verde, azul, turquí y morado. Consta por esperiencia que estos rayos son elementales; que dejando el turquí, cada uno de los tres primeros unido á su homólogo de los tres últimos dan el blanco (*); que cualquiera de los siete colores es formado siempre por los dos mas próximos; asi el rojo y el amarillo dan el naranjado, este y el verde el amarillo, &c.

199. Los pintores que conocen bien estas combinaciones se sirven con mucha utilidad de las últimas; no asi de las otras, porque los mejores colores que suministran las artes nunca son tan puros como los de los rayos.

200. Si nos preguntan ahora en qué consisten los colores de los objetos, diremos que son blancos los cuerpos que despiden todos los rayos colorados; los que devuelven un solo rayo son de su mismo color, y negros los que no arrojan ninguno; aquellos cuyos puntos unos absorven todos los rayos y otros los repelen todos, presentan una mezcla de negro y blanco; finalmente, todos los cuerpos despiden rayos blancos.

Pero, ¿por qué los cuerpos reflejan unos rayos y absorven otros? Segun los esperimentos de Newton por la contestura molecular que tienen.

(*) Los colores que forman estas combinaciones se llaman *completivos.*

LECCION II.

Del aire y de los reflejos.

---

201. El aire que gravita al rededor de la tierra forma una capa de muchos miles de varas de espesor, al través de la cual llegan los rayos solares describiendo líneas de curvatura tan pequeña, que un rayo de 100 á 200 varas puede mirarse como recto.

202. Representando el círculo *egb* la tierra y el *hcdf* la superficie esterior de la atmósfera, sea *Aa* un rayo solar que refractándose en el aire describa la curva *aec* tangente en *e* al círculo *egb*. Siendo iluminado directamente por el sol el volumen de aire *aecd*, sus moléculas que despiden la luz en todas direcciones iluminarán la parte *cghi* de la atmósfera, asi como la *eg* del globo terrestre, la cual no tiene el sol sobre su horizonte. La parte *cghi* iluminará puntos de la tierra mas distantes de *e* que el *g*, y asi sucesivamente, hasta que la luz despedida llegue á ser imperceptible. *Lam. XVII, fig. 48.*

203. A esta luz procedente del aire la llamaremos *aérea ó atmosférica*, cuya intensidad es muy notable aun con relacion á la de la luz directa del medio dia; y sin embargo de que los rayos aéreos llegan en todas direcciones, las sombras resultan solo de la interceptacion de los solares, y la luz aérea no hace mas que modificarlas. En qué direccion será mayor su efecto con relacion á la del rayo luminoso lo veremos ahora.

204. Suponiendo que las moléculas del aire son esferas que reflejan los rayos que reciben sin alterarlos en nada, y *rdm* una de ellas, el rayo *ldnk* dirigido hácia su centro *o* se reflejará sobre sí mismo sin esparcirse, y por consiguiente perderá muy poco de su intensidad, en *Fig. 49.*

tanto que el *acmb* del mismo espesor é intensidad que el *ldnk*, cuanto mas se aleje de *o* escederá mas la magnitud *cm* á la *dn*, y mas se diferenciarán las direcciones de las normales en *c*, *m*, y su esparcimiento en la reflexion será mayor; y asi la luz despedida en cualquiera direccion *mq* será tanto menos intensa cuanto mayor sea el ángulo de incidencia *bmz*.

Fig. 50. 205. Ya pues examinemos el caso en que el punto (*M*, *M'*) sea iluminado por los reflejos de una série de moléculas aéreas situadas en el círculo horizontal (*aceo*, *a'e'*), cuyo centro (*M*, *c'*) se halle en la vertical (*M*, *M'c'*), y sea (*A*, *A'*) un rayo solar.

De los rayos (*aM*, *a'M'*), (*bM*, *b'M'*), (*cM*, *c'M'*), &c. que las moléculas despedirán al punto (*M*, *M'*), el (*eM*, *e'M'*), cuya proyeccion horizontal *eM* es paralela á la *A* del rayo luminoso, y que va de *e* á *M* en la direccion opuesta de este rayo, es el mas intenso en la suposicion que hacemos (204).

Para demostrarlo se tomará $e'l' = e'M'$, y tirando el plano horizontal *g'l'*, este cortará al cilindro de rayos luminosos, cuya directriz es el círculo (*aceo*, *a'e'*), en otro círculo igual (*gilm*, *g'l'*), y determinará en dichos rayos las partes (*ga*, *g'a'*), (*hb*, *h'b'*), &c. iguales entre sí y á los rayos reflejados (*aM*, *a'M'*), (*bM*, *b'M'*), &c. En los triángulos (*gaM*, *g'a'M'*), (*hbM*, *h'b'M'*), &c., isósceles, y cuyos ángulos en (*a*, *a'*), (*b*, *b'*), &c. son comprendidos por lados iguales, el menor de estos ángulos será el opuesto al menor lado, y como de las oblícuas (*gM*, *g'M'*), (*hM*, *h'M'*), &c., la (*lM*, *l'M'*) que está en el plano *ge*, y se aparta menos de la perpendicular (*M*, *M'n*) al plano *g'l'*, es la mas corta, el ángulo (*leM*, *l'e'M'*) opuesto será un mínimo; luego el rayo reflejado (*eM*, *e'M'*) que se aproxima mas á reflejarse sobre sí mismo, y por consiguiente forma el menor ángulo de incidencia con la molécula que lo despide, es el mas intenso.

Y como se verifica lo mismo respecto de todas las circunferencias como la *(aceo, a'e')*, cuyos centros se hallen en la vertical *(M, M'n)*, se ve que de todas las direcciones en que el aire despide luz al punto *(M, M')*, aquellas en que esta tiene mayor intensidad se hallan en el plano vertical *ae*, y del lado de la *(M, M'n)* opuesto al sol.

206. Pero caminando bajo el supuesto (204) de que los rayos reflejados por una molécula de aire no padecen ninguna alteracion en la reflexion, esto no es tan exacto (118), y es necesario modificar los resultados hallados.

En efecto, los esperimentos de Bouguer (*) manifiestan la existencia de dos causas que hacen variar la intensidad de un rayo *mq* reflejado por una molécula *rdm*: primera, el esparcimiento que ocasiona la curvatura, el cual disminuye la intensidad al paso que el ángulo de incidencia crece; segunda, la alteracion que disminuye en la reflexion la intensidad cuando el ángulo de incidencia decrece. *Fig.* 49.

207. Asi la luz que el punto *(M, M')* recibe de la circunferencia *(aceo, a'e')* presenta un máximo de intensidad en la direccion del rayo *(eM, e'M')*; aquella disminuye á medida que la direccion del rayo reflejado se aparta menos de la del solar *(A, A')* hasta el punto que corresponde al mínimo de intensidad, la cual aumenta al paso que se aproximan las direcciones del rayo reflejado y del solar, de modo que la intensidad vuelve á ser un máximo en la direccion *(aM, a'M')*. *Fig.* 50.

208. Considerando ahora un punto material como centro de una esfera de aire iluminada por rayos solares, los mas intensos de los que despide el aire serán los que sigan la direccion del rayo solar que pase por el punto material, y la del opuesto directamente á este rayo.

(*) Véase su tratado de Óptica.

Fig. 51. 209. Cuando un punto *M* se halle en el plano *HR* del horizonte recibiendo luz de las moléculas de aire superiores á este plano, podremos suponer sin mucho error que el volumen de aire que le ilumina es una esfera de centro *M*, y su radio la altura de la atmósfera.

Sentado esto, concibamos que las moléculas de aire se hallan sobre superficies esféricas, cuyos centros sean *M*, y que el rayo solar *A*, pasando por este punto, está en el plano de la figura que miraremos como vertical. Por los principios establecidos se ve que los rayos de mas intensidad despedidos por las moléculas de cada superficie esférica serán los que sigan la direccion del rayo solar *A* por una parte, y por la opuesta la de la horizontal *RM* situada en dicho plano.

Pero como las moléculas del aire se auxilian mútuamente con su luz para iluminar el punto *M*, la intensidad de la luz recibida en una direccion dada no depende solo de la de los rayos que vienen de las moléculas del aire situadas en esta direccion, sino tambien del mayor ó menor volumen de aire que la rodea.

Si la cantidad de luz aérea que llega al punto *M* fuese la misma en todas direcciones, la de mayor claridad atmosférica sería la de la vertical *PM* que pasa por *M* y por el centro del volumen de aire superior al plano *HR*; luego considerando al mismo tiempo el efecto de las cantidades influyentes de aire y de la intensidad causada por la reflexion molecular, las direcciones en que la luz aérea producirá mayor efecto serán comprendidas por el rayo *A* y la vertical *PM*, y por esta y *RM*.

210. Cuando la elevacion del sol sobre el horizonte pasa de 20°, el volumen de aire *AMH* que está de su lado es considerable, y el auxilio que presta á la luz en la direccion del rayo *A*, y el que esta recibe del volumen *AMR*, podrán mirarse como iguales, en atencion á que es muy debil el de las partes del último volumen situadas hácia *R*; de donde se sigue que del lado del sol

la mayor intensidad de luz atmosférica está próxima á la direccion del rayo luminoso.

En el lado *R* opuesto al sol, siendo pequeña la cantidad de aire comprendida entre el plano *HR* y la tierra, la influencia del volumen de aire superior á este plano será muy notable, de modo que la direccion de la mayor luz será una línea *NM* situada entre las *PM* y *RM*, bastante separada de la última.

211. De lo dicho se infiere que los rayos de luz que un punto (*M*, *M'*) del globo terrestre reciba de la atmósfera le llegarán en la direccion de las generatrices de conos de revolucion, cuyos ejes son verticales, y presentarán, como en la circunferencia de aire (207), dos máximas intensidades en el plano vertical que pasa por el rayo solar, y dos mínimas situadas simétricamente respecto de este plano; y como las direcciones de estas mínimas, segun Bouguer, distan poco del plano *cMo* perpendicular á la proyeccion horizontal *A* del rayo luminoso, las supondremos comprendidas en él; y aunque esto no sea del todo exacto, es á propósito para las aplicaciones. *Fig.* 50.

212. A la direccion *NM*, mas ó menos inclinada segun las elevaciones del sol y del cuerpo iluminado, que debe considerarse principalmente cuando se trata de la luz de sus partes sombrías, la llamaremos *rayo atmosférico principal*. *Fig.* 51.

213. Suponiendo ahora que el punto material *M* se va elevando sobre el horizonte, la parte inferior del volumen de aire que le ilumina por el lado opuesto al sol se aumentará continuamente, y como los rayos despedidos por sus moléculas son los mas intensos porque se aproximan mas á la direccion opuesta del rayo solar, el ángulo *NMR* del rayo atmsoférico principal con el horizonte irá disminuyendo.

Las variaciones del ángulo *NMR* son perceptibles aun en las pequeñas diferencias de altura: asi cuando

miramos un arbol, una torre ó cualquiera otro objeto de alguna elevacion, advertimos que sus partes inferiores reciben menos luz de la atmósfera que las superiores por el lado de la sombra, y por todos lados cuando el sol está cubierto.

214. De lo espuesto se sigue que la direccion é intensidad del rayo atmosférico principal variará necesariamente en cada punto de un cuerpo: para nuestro objeto basta examinemos las inclinaciones que toma dicho rayo con relacion á las del luminoso *A* cuando el punto *M* está en el plano *HR* del horizonte. Y como un cuerpo, aun de grandes dimensiones, puede considerarse como un punto respecto de la atmósfera, los resultados que obtengamos podrán aplicarse á todos los cuerpos situados en la superficie de la tierra.

215. Suponiendo que el rayo *A* es horizontal, los despedidos por las moléculas que se hallan en su prolongacion *RM*, opuestos directamente al solar, darán el máximo de intensidad; el efecto de la luz de las porciones de aire próximas á *RM* será el mayor posible; luego el ángulo *NMR* será menor que en cualquiera otro caso, y para fijar las ideas lo valuaremos en 20°.

216. Si el rayo luminoso *A* tiene la inclinacion de 45°, los arrojados por las moléculas situadas en la direccion horizontal *RM*, aunque menos intensos que en el caso precedente por no oponerse directamente al rayo luminoso, darán tambien el máximo de intensidad; pero su influencia será menor para atraer hácia sí la direccion *NM* de la mayor luz atmosférica, luego el ángulo *NMR* será mayor que cuando es horizontal el rayo solar, y le podremos dar el valor como de unos 45°.

217. Finalmente, si la direccion del rayo solar es vertical, los despedidos por las moléculas situadas en la direccion *RM* serán mucho menos intensos que en los casos anteriores; luego su influencia será menor para disminuir el ángulo *NMR*, que podrá ser de unos 60°.

218. Estos resultados bastan para la práctica, y si se objeta contra la suposicion que hemos hecho de que las moléculas de aire sean esféricas, diremos que si tuvieran la forma de poliedros regulares valdrian los mismos raciocinios, y si fueran de cualquiera otra forma irregular los vientos y demas fuerzas que pueden influir en ellas les darian una direccion comun que variaria respecto de la de la luz y segun la del viento, de suerte que de un instante á otro en que este cambiase, seríamos iluminados de dos modos diferentes, lo cual es contrario á lo que se observa.

219. Pasemos á considerar la luz aérea con relacion á su color.

Mirando al cielo un dia despejado vemos el color azul: si este no fuese el del aire recibiríamos la impresion del negro (200), porque nada veríamos á no suponer que los cuerpos celestes formen en el espacio una masa perceptible, y entonces esta presentaria el color de las estrellas; de lo que se deduce que el azul que vemos mirando al cielo es el color de la atmósfera.

220. Si un cuerpo blanco iluminado por el sol recibe la luz atmosférica en todas direcciones, presentará en lo general la superficie azulada; pero como esta luz es tan debil en comparacion de la solar, el color aéreo no se percibirá por lo comun sino en las partes sombrías de los cuerpos iluminados.

221. Hallándose estos en un aposento, la cantidad de aire que los envuelve es poco considerable; pero la luz aérea, que entrando por las ventanas es reflejada por las paredes, si estas son blancas hará sus sombras azuladas.

Cuando las paredes tienen colorido, la luz que estas envian á las sombras será una mezcla de su color y del azul de la atmósfera.

222. La luz despedida por cualquiera superficie es la que se llama propiamente *luz reflejada;* y aunque esta y la aérea es el resultado de la diseminacion, es nece-

sario distinguirlas una de otra, porque los reflejos de la atmósfera, sujetos á leyes generales, se unen de tal manera á los efectos de la luz directa que no parece tengan una causa particular; no asi los reflejos de los cuerpos, que estando siempre en relacion con las superficies que los despiden, manifiestan en cierto modo la causa accidental que los produce.

223. Tres cosas deben considerarse en la luz reflejada, su direccion, color é intensidad.

Respecto de su direccion observaremos que de los rayos despedidos por un cuerpo, los mas intensos son los que se aproximan mas á la direccion de los reflejados por dicho cuerpo.

Su color es una mezcla del de la luz directa, del de la superficie que la refleja, y del color del cuerpo que recibe el reflejo.

Finalmente, su intensidad depende: 1.° de la de la luz directa; 2.° de la magnitud del ángulo de incidencia (206); 3.° del pulimento del cuerpo reflectante; 4.° del color mas ó menos blanco y mas ó menos brillante de este mismo cuerpo, porque mientras mas lo sea menos luz absorve; y 5.° de la próximidad del cuerpo reflectante y del que recibe el reflejo, porque la luz se altera atravesando el aire, tanto por la divergencia de los rayos luminosos como por la opacidad del medio que atraviesan.

224. Pero la luz, ya sea reflejada ó directa, ilumina mas ó menos el elemento plano de una superficie, segun sea mayor ó menor el ángulo que forma con este el rayo que le hiere.

En efecto, concibamos que una columna de luz sea terminada por cuatro planos perpendiculares entre sí. Las secciones por dos planos oblícuos en dicha columna serán los cuadriláteros Q y Q', y la misma luz que pasa por el Q iluminará la seccion Q'. Si la superficie de esta es dupla por ejemplo de la de Q, cada punto suyo recibirá solamente la mitad de la luz que el punto cor-

respondiente á la última, y en lo general, la luz de las secciones Q y Q' estará en razon inversa de sus áreas; y como estas secciones son entre sí en razon inversa de los senos de los ángulos de incidencia de sus planos, se deduce que las intensidades de la luz recibida por estos son proporcionales á los mismos senos.

225. De aqui se sigue que los elementos planos mas iluminados de las superficies son los perpendiculares al rayo solar, y los menos los que le son paralelos, situados siempre en las líneas de separacion de luz y de sombra; y en fin, que abstrayendo los reflejos de los cuerpos, los elementos planos que se hallan en la sombra y son perpendiculares al rayo atmosférico principal son los mas iluminados por el aire.

226. La teoría que precede (224) aplicada á superficies exactamente determinadas daria, tratándose de rayos solares, la ley de la degradacion de intensidad de la luz en las partes iluminadas de un cuerpo; pero como la aplicacion es complicada, y no contamos con los reflejos, ni es posible aplicar la misma teoría á las partes que se hallan en la sombra, porque no se conocen bien la direccion del rayo atmosférico principal, ni su intensidad, ni las de los otros rayos despedidos por el aire, &c., es necesario sigamos otro camino diferente del de los cálculos para llegar á conocer los efectos de la luz en los cuerpos.

LECCION III.

De los efectos reales de la luz y de la sombra.

---

227. Lo que hemos visto en la leccion anterior y en la tercera parte nos manifiesta ya que los efectos reales de la luz y de la sombra son muy diferentes de lo

que aparecen. En efecto, aquella nos da á conocer que el puntó mas iluminado de un cuerpo, sin contar con el de vista, es el en que la normal coincide con el rayo solar, y por esta sabemos que de todos los puntos de un cuerpo el brillante es el que despide mas luz. Luego se verán otras diferencias entre los efectos reales y los aparentes; y deduciéndose estos de los primeros, vamos á manifestar como se aplican los principios espuestos para determinar los efectos reales.

Lam. XV, fig. 52. 228. *Primer ejemplo, en el que suponemos que el cuerpo opaco es un globo aerostático esférico que ha subido á la mayor altura.*

Sean *aecg* la proyeccion del globo, y *pq* la del rayo luminoso sobre un plano vertical.

El rayo atmosférico principal *rs* se opondrá directamente al *pq*, y el círculo *abcd* será la línea de separacion de luz y de sombra correspondiente á los rayos directos y á los atmosféricos principales.

229. Abstraida la luz aérea que no tiene la direccion de los rayos atmosféricos principales, sean *m*, *n* los puntos de interseccion de la superficie del globo con la recta tirada por su centro paralela al rayo solar: el punto *m* será el mas iluminado de los del hemisferio *abcdm* y de todo el globo, y el *n* de los del hemisferio sombrío *abcdn*.

230. Partiendo de los puntos *m*, *n* hácia el círculo *abcd*, la superficie del globo se presentará mas y mas oblícua á los rayos paralelos á *pq* y *rs*, disminuyéndose la luz á proporcion que sean mayores las secciones de los planos tangentes con el prisma recto de rayos luminosos que tiene por base un elemento plano de la superficie (224), secciones que son infinitas en los puntos del círculo *abcd*; la degradacion de la luz hácia este desde los puntos *m*, *n* se verificará insensiblemente hasta que desaparece en dicho círculo, que será por lo mismo el mas oscuro del globo. La degradacion será

mas rápida partiendo del punto *m* que del *n*, y los círculos perpendiculares á *pq* serán líneas de tintas iguales.

231. La relacion entre la luz de los hemisferios *mabcd*, *nabcd* depende de la pureza del aire, pues segun que la atmósfera está mas ó menos cargada, será mayor ó menor la diferencia de intensidad de los rayos *pq* y *rs*, aunque siempre es muy considerable.

232. Si atendemos ahora á los rayos aéreos que no siguen la direccion del atmosférico principal, como sus intensidades disminuyen al paso que mas se acercan á ser perpendiculares á *pq*, y en iguales circunstancias son mas intensos del lado del punto *m* que del *n*, dichos rayos no alterarán sensiblemente los efectos que acabamos de indicar, pero las sombras serán un tanto azuladas.

233. *Segundo ejemplo, en el que el cuerpo opaco es la esfera* afce *situada cerca de la superficie de la tierra.* *Fig.* 53.

Sea *pq* un rayo solar que pasa por su centro: el atmosférico principal *ut* dirigido hácia el mismo formará con el horizonte un ángulo comprendido entre 20° y 60°, porque la cantidad de aire inferior á la esfera es de poca consideracion. Sean *m*, *n* los puntos en que dichos rayos situados en un mismo plano vertical encuentran á su superficie.

234. Tiremos por el centro *o* de la esfera dos planos respectivamente perpendiculares á *pq* y *ut*, que la cortarán en los círculos máximos *abcd*, *bedf*, de los cuales el primero será la línea de separacion de luz y de sombra relativa á los rayos solares, y el segundo la correspondiente á los atmosféricos principales. Estos círculos dividirán la esfera en los cuatro husos *bcdeb*, *bedab*, *badfb* y *bfdcb* iluminados de diferente modo. El punto *m* del *bcdeb* recibirá el máximo de luz, y esta irá disminuyendo desde aquí hasta el círculo *abcd*, pero mas rápidamente hácia el punto *c* que hácia el *a*, porque el efecto de los rayos atmosféricos aumentará el de los so-

lares por este punto. En el huso *bedab* disminuirá la claridad desde el arco *bed* hácia el *bad* hasta llegar á cierta curva *bhd*, desde donde el efecto de los rayos solares será de muy poca influencia, y ya la tendrán los atmosféricos aunque en sí débiles. En el huso *badfb* el punto *n* será el mas iluminado, y no influyendo en él los rayos directos, la claridad disminuirá al rededor de *n* igualmente en todas direcciones. Finalmente, en el huso *bfdcb* la claridad se debilitará desde el arco *bfd* hasta una curva *brd* situada entre este y el arco *bcd*.

235. Vemos pues que el punto mas iluminado de la esfera será *m*, y *n* el menos oscuro del hemisferio sombrío; que los puntos *b*, *d* presentarán la sombra mas intensa; que la línea mas oscura será la *bhdrb*, y su parte *h* menos que la *r*; y que en toda la esfera irá degradando la intensidad de luz y de sombras insensiblemente desde un punto á su inmediato.

Si la distancia de la esfera á la tierra fuese tan corta que los reflejos de esta influyesen notablemente en aquella, sería principalmente en el huso *bfdcb*.

236. *Tercer ejemplo, en el que el cuerpo opaco es el*
Fig. 54. *cilindro de revolucion* (abcd, a′c″), *cuya base coincide con la superficie de la tierra.*

Sean *(A, A′)* el rayo luminoso que forma 45° con el horizonte, y *(B, B′)* el atmosférico principal perpendicular al primero.

237. En este supuesto es facil conocer que las generatrices *(b, b′b″)*, *(d, b′b″)* son las líneas de separacion de luz y de sombra relativas al rayo *(A, A′)* y tambien al *(B, B′)*, por lo que serán las mas oscuras del cilindro. Las generatrices *(a, a′a″)*, *(c, c′c″)*, á las cuales corresponden planos tangentes con quienes los rayos solares y los atmosféricos principales forman ángulos mas próximos á rectos que los análogos de las otras generatrices, serán las mas iluminadas de las partes respectivas proyectadas en *bad* y *bcd*.

238. La claridad disminuirá insensiblemente desde la generatriz *a* á las *b*, *d*, y desde la *c* á las mismas; y como la luz aérea que no tiene la direccion del rayo principal (*B*, *B'*) iluminará menos las generatrices del cilindro á medida que se alejen de las (*c*, *c'c''*), (*a*, *a'a''*), las variaciones de tinta no serán tan perceptibles en la parte sombría como en la iluminada.

239. Por lo que mira á los reflejos de la superficie *PQ* de la tierra, se verifica que los mas intensos corresponderán á la generatriz (*a*, *a'a''*), y sucesivamente á las menos distantes de esta, y que tendrán mas intensidad sobre la parte inferior del cilindro que en la superior, porque la luz atraviesa menos aire para llegar desde la superficie *PQ* á la primera. Los mismos reflejos no modificarán la claridad de la superficie sombría *bcd*, porque apenas serán sensibles los que despida la parte de tierra mas próxima á ella, y que recibe la sombra arrojada por el cilindro.

Si este tiene alguna elevacion, la generatriz (*c*, *c'c''*) no será iluminada igualmente, porque el rayo atmosférico principal correspondiente al punto *c''* se aproximará mas á ser directamente opuesto al (*A*, *A'*) que el de *c'*, y la claridad de los puntos de dicha generatriz se aumentará al paso que sea mayor su altura.

En cuanto á las degradaciones de la sombra arrojada nos remitimos á los ejemplos siguientes.

240. *Cuarto ejemplo, en el que se supone que el cuerpo opaco es el cubo* (ac, a'c'), *situado en la superficie de la tierra sobre el plano horizontal* a'x. *Fig.* 55.

Demos que el rayo solar *Ac'* forme 45° con el plano *a'x* y sea paralelo á la cara *ab* del cubo, en cuyo caso tambien lo es el rayo atmosférico principal, y su proyeccion vertical *B* será perpendicular á *Ac'*.

241. Sentado esto, si construimos sobre la línea *bc* el cuadrado *befc*, se tendrá el contorno de la sombra arrojada por el cubo sobre el plano horizontal; pero los

puntos de esta no serán igualmente iluminados por el aire. Para probarlo consideremos la línea *bc*; esta solo recibirá luz aérea de la parte de atmósfera comprendida por el ángulo *ib'x*, en tanto que otra línea *gh*, paralela á *bc*, los recibe no solo del volumen *ib'x* sino tambien del *ic'k*; y como al paso que la recta *gh* se aproxima á la *ef* es mayor el ángulo *ic'k*, la claridad se aumentará desde *bc* á *ef*. Observando que la línea *cf* es iluminada por todas las moléculas de aire comprendidas en los ángulos diedros proyectados en *bcf*, *fcb'*, *b'cd*, y la *cm* no recibe luz del ángulo *ncd* porque lo impide el cubo, se ve que las líneas *cm*, *co*, &c. son menos iluminadas al paso que mas se alejan de la *cf*: y como se verifica lo mismo respecto de la línea *be*, se deduce que la intensidad de la sombra *befc* disminuye á medida que *gh* dista mas de *bc* y que las *cm* y *bl* se apartan de *cb*, girando la primera al rededor del punto *c* y la segunda del *b*.

Si examinamos bien el efecto general de la degradacion de dicha sombra en estas tres direcciones, veremos que los puntos en que tiene igual claridad determinarán curvas como las *cpb*, *cqb*, *crb*, tales que la pirámide variable que tenga por base el cuadrado (*bc*, *b'c'*), y cuyo vértice recorra los diferentes puntos de cualquiera de ellas, comprenderá siempre un volumen de aire de igual claridad para todas las posiciones de dicho vértice. La penumbra que circuye la sombra de que se trata hace que su contorno *befc* no aparezca bien marcado, y que el paso de esta á la parte iluminada se verifique por una degradacion mas ó menos rápida, pero de muy poca latitud, que es lo regular.

242. Las caras *ab*, *ad*, *dc* darán sombras aéreas cuyas líneas de igual claridad serán análogas á las *cpb*, *cqb*, &c., las cuales apenas perceptibles junto á dichas caras desaparecen insensiblemente.

243. En cuanto á las caras del cubo se ve: 1.° que

recibiendo la $a'd'$ los reflejos del plano za', disminuirá su claridad de a' á d' á proporcion que estos sean mas débiles; 2.° que la cara $c'd'$ que recibe los rayos solares, los atmosféricos principales y los aéreos en todas direcciones, será la mas iluminada del cubo, pero no tanto como la parte $a'z'$ del plano za' que recibe el vivo reflejo de la cara $a'd'$; 3.° que la cara $c'b'$, recibiendo solo los rayos atmosféricos principales y los aéreos comprendidos en el ángulo $c'b'e'$, será mucho menos iluminada que las anteriores, y como su punto c' recibe mas luz aérea que el b', disminuirá su claridad desde el punto c' al b'; y 4.° que siendo el efecto de los reflejos y el de los rayos solares y atmosféricos sobre las caras *ab, dc* el menor posible, estas serán las mas oscuras del cubo en el supuesto de que los rayos solares sean paralelos. Pero como algunos rayos encontrarán estas caras, suponiéndolas igualmente iluminadas, ambas se hallarán en la penumbra, y los rayos menos oblícuos formarán con ellas un ángulo de 16′, por lo cual su claridad será próximamente la de la cara $b'c'$.

244. *Quinto ejemplo, en el que el cuerpo opaco es la semi-esfera* (abcd , d′e′b′) *situada sobre un plano horizontal.* Lam. XVI, fig. 56.

Sea este el horizontal de proyeccion, y $(Aa'', A'a')$ el rayo luminoso paralelo al plano vertical. El rayo atmosférico principal (hM, B) formará con el $(Aa'', A'a')$ un ángulo comprendido entre 30° y 160° (215 y 217).

245. Segun esto, habrá en la semi-esfera una separacion de luz y de sombra $(aec, a'e')$ que arrojará sombra sobre el plano horizontal en *amhm′c;* y como el rayo $(Aa'', A'a')$, que pasa por el centro de la esfera cuya mitad consideramos, es normal en el punto (f, f') á su superficie, este será el mas iluminado de la semi-esfera. La claridad disminuirá al rededor de este punto hasta las curvas *adc*, $(aec, a'e')$; tendrá su mínimo en

(a, a') y *(c, a')*, y en el huso *(abcea, a'b'e')* se aumentará, aunque débilmente, al paso que se aproxime al punto *(o, o')*, en el que el plano tangente á la semiesfera es perpendicular á *(hM, B)*.

246. Si nos piden el grado de claridad de un punto *(o, o')* de la parte sombría de la semi-esfera, para formar idea de él es necesario examinar dos cosas: primera el volumen de aire superior al plano tangente *M'R'*, correspondiente á este punto; segunda la posicion del rayo atmosférico principal respecto de dicho plano, porque cada molécula de aire de aquel volumen despedirá un rayo al punto *(o, o')*, y la claridad de los arrojados será tanto mayor cuanto mas se aproxime el atmosférico principal que pasa por este punto á ocupar el centro del espresado volumen y á ser normal al plano tangente *M'R'*. Aplicando estas consideraciones á los puntos de la línea *aNbPc* iluminados por iguales volúmenes de aire, se ve que cuanto mas disten del punto *b*, distará mas el rayo *(hM, B)* de formar un ángulo recto con los planos tangentes en estos puntos, y pasará mas lejos de los centros de los mismos volúmenes; de lo que se deduce que la claridad de *aNbPc* disminuye desde *b* á *c* y hasta *a*.

247. En cuanto á la sombra arrojada *amhm'cba* su punto mas oscuro será *b*, en torno del cual se irá debilitando. En efecto, la claridad de un punto *(M, M')* de esta sombra no solo depende del volumen de aire contenido en el cono circunscripto *RMQ*, cuyo vértice es *(M, M')*, sino tambien de la posicion del rayo aéreo *(Aa'', A'a')* con respecto al mismo; porque segun la observacion de Bouguer acerca de la intensidad de la luz que se recibe de la atmósfera por la parte del sol (210), el volumen de aire comprendido por el cono *RMQ* influye menos en la claridad del punto *(M, M')* que la posicion del rayo *(Aa'', A'a')* mas ó menos próxima al centro de este volumen. Suponiendo pues que el pun-

to (M, M') se mueve rectamente desde h á b, el volumen de aire contenido en el cono RMQ se irá aumentando poco á poco, y al paso que se adelante su vértice comprenderá rayos aéreos de mayor intensidad, porque sus direcciones se aproximarán cada vez mas á la del rayo $(Aa'', A'a')$; luego la claridad disminuirá de h á b, verificándose lo mismo respecto de todas las líneas paralelas á la hb. Si el punto (M, M'), cualquiera que sea su posicion en la recta bh, se mueve sobre la m, m' perpendicular al plano vertical, la cantidad de aire contenida en el cono RMQ variará insensiblemente; pero á medida que dicho punto se aproxime á bh, este cono contendrá rayos aéreos mas intensos, los cuales serán interceptados por la semi-esfera, por lo que se irá disminuyendo la claridad del punto movil; luego la intensidad de la sombra arrojada $amhm'cba$ se debilitará desde M á m', y á m en todas las líneas como mm', y desde abc hasta ahc en las paralelas á hb.

En cuanto á los reflejos nos remitimos á los ejemplos precedentes.

LECCION IV.

De los efectos aparentes de la luz y de la sombra.

248. Supongamos que uno considera desde cualquiera punto el globo aerostático de que hemos hablado: de todos los rayos que el disco aparente de este globo despide hácia su ojo, el mas intenso será el solar reflejado por su punto brillante, y á proporcion que se alejan de este los demas puntos del globo, la luz que despidan será menos intensa; y como la procedente de los puntos situados hácia el que realmente está mas ilumi-

nado es de mayor intensidad que la que corresponde á los que se hallan hácia la separacion de luz y de sombra, la claridad aparente del globo disminuirá por esta parte con mas rapidez que por la del punto mas iluminado.

249. El rayo atmosférico principal dará tambien un punto brillante en la parte sombría del globo, que será el menos oscuro de ella, en torno del cual se irá debilitando la claridad, pero mas rápidamente hácia la separacion de luz y de sombra que hácia el punto realmente menos oscuro.

250. Estos efectos aparentes variarán si varía el punto de vista del espectador, porque entonces serán diferentes la posicion de los puntos brillantes que corresponden á los rayos solar y atmosférico, la perspectiva de la línea de separacion de luz y de sombra, y la intensidad de la luz y de la sombra.

151. Las degradaciones aparentes de luz y de sombra de que tratamos se manifestarán del mismo modo, pero con grados diferentes, segun la naturaleza de los cuerpos.

Supongamos, por ejemplo, que á un globo de papel barnizado se le sustituye una esfera de piedra mate. El punto brillante de esta tendrá mas claridad que sus inmediatos, pero no la viveza que tiene el del globo; y como la superficie tosca de la esfera diseminará mucha luz, la oscuridad en sus sombras será menor que en las del globo.

Trasformándose la piedra mate sucesivamente en marmol ó en acero pulimentados, irá en aumento la claridad del punto brillante, de modo que llegue á ofender la vista; y si su parte sombría no recibe reflejos de ningun cuerpo, la oscuridad de la tinta de separacion de luz y de sombra se aumentará mas y mas á proporcion del pulimento.

252. Si suponemos que el diámetro del globo va disminuyendo, cuanto menor sea este tanto menor será la

imagen brillante (*); y como esta se compone de todos los puntos brillantes que corresponden á los diferentes puntos del disco solar, se deduce que aquellos se hallarán mas juntos al paso que la imagen sea menor; por lo que su claridad se aumentará en iguales circunstancias si disminuye el globo.

Cualquiera que sea su diámetro, la intensidad de la sombra siempre será la misma; por lo que el paso de la luz á esta es tanto mas rápido cuanto menor sea el radio de la esfera; y siendo este muy pequeño, puede decirse que se hallan contíguas la claridad del punto brillante y la tinta oscura de la sombra. Esto se demuestra por una esperiencia muy sencilla: dividiendo de golpe una porcion de mercurio en globitos, que comunmente resultan desiguales, se ve que cuanto mayores son estos menos claridad tienen.

253. Examinando ahora un cuerpo de caras planas, un cubo por ejemplo, tendremos respecto de sus aristas consideradas como superficies (20), que toda interseccion de dos caras iluminadas por el sol podrá presentar una imagen brillante producida por los rayos solares. Ademas, en toda la estension de esta superficie las caras de sus moléculas variarán mas en sus direcciones que las de una superficie plana de la misma materia; por consiguiente habrá en aquella mas puntos brillantes producidos por la reflexion de los rayos solares en dichas caras que en las iluminadas del cubo: y como respecto de los rayos aéreos cada uno de los puntos de la arista será tambien el brillante correspondiente á uno de estos rayos, dicha arista será en lo general mas iluminada en toda su longitud que los puntos de las caras contíguas, y en ella disminuirá poco á poco su claridad por una y otra parte de la imagen brillante.

(*) No decimos punto brillante, porque solo puede llamarse asi cuando se supone como hasta ahora que el sol es un punto.

254. La interseccion de dos caras sombrías podrá presentar una imagen brillante producida por el rayo atmosférico principal, y cada uno de sus puntos será el brillante que corresponde á cierto rayo; luego los puntos de dicha arista serán en lo general mas iluminados que los de las caras inmediatas.

255. Toda interseccion de una cara iluminada y otra sombría presentará una línea de separacion de luz y de sombra, que será siempre mas oscura que esta última.

256. Pasemos á examinar el efecto de la luz sobre las caras del cubo. Para esto supongamos que el punto
Fig. 57. *V* ilumina el plano *ABCD*, el cual recibirá en la pirámide *VABCD* la luz enviada por dicho punto. Si este ilumina tambien el plano *abcd* comprendido en la pirámide y paralelo al primero, recibirá la misma luz que el *ABCD;* las intensidades de esta luz respecto de ambos planos estarán en razon inversa de sus superficies; y siendo estas entre sí como los cuadrados de sus lados homólogos, ó como los de las alturas de las pirámides *VABCD*, *Vabcd*, las intensidades de la luz recibida por los planos *ABCD*, *abcd* están en razon inversa de los cuadrados de sus distancias al punto *V*.

257. Y considerando al sol como un punto por su gran distancia de la tierra, sus rayos que en cualquier instante del dia lleguen á planos paralelos de dimensiones regulares y situados á la misma altura de la atmósfera serán de igual intensidad.

258. Supongamos ahora que desde *V* se consideran los planos *ABCD*, *a'b'c'd'* paralelos, iguales é iluminados del mismo modo, y que el aire no tiene influencia ninguna. Atendiendo á la razon en que se altera la luz que despiden estos planos hácia *V*, y á la de sus imágenes en la retina, tendremos que la intensidad de la luz disminuye en cierta relacion por el espacio que ha de atravesar, y que se aumenta en la misma por reconcentrarse en la pequeña imagen de la retina: luego la cla-

ridad de los dos planos *ABCD*, *a'b'c'd'* será la misma; y esto se aplica igualmente á las caras sombrías é iluminadas.

259. Mas atendiendo á los efectos del aire, su interposicion entre el ojo y los objetos debe revestirlos de una tinta azulada cuya intensidad, aunque poco perceptible á corta distancia, es siempre proporcional á esta.

260. Turbada su trasparencia por los corpúsculos estraños que suspende, los objetos son menos perceptibles cuanto mas distan de nosotros. Y como las capas inferiores del aire son comunmente las mas cargadas, se ven mucho mejor las partes elevadas de los objetos que las inmediatas á la superficie de la tierra.

261. De aqui se infiere que no será uniforme el color que presente en sus caras el cubo de que hemos hablado (253), particularmente si tiene grandes dimensiones. Las iluminadas perderán de claridad al paso que se alejen, pero menos en la direccion vertical que en la horizontal, y sus partes mas distantes tomarán una ligera tinta azul si es de consideracion la distancia. En cuanto á las caras sombrías, su parte mas próxima al espectador será mas oscura; la intensidad de la sombra se irá debilitando por la opacidad del aire, y tales pueden ser las dimensiones del cubo que la sombra llegue á tomar una tinta azul perceptible.

262. Estos efectos apenas serán modificados si el cuerpo que se considera presenta un color particular. Si es esférico y de superficie bien pulimentada ofrecerá la imagen brillante del blanco; si es mate, su imagen brillante, siempre mas blanca que las partes próximas, tendrá un poco del color del cuerpo que se observa, y este será mas perceptible á proporcion que las partes iluminadas se alejen de la imagen brillante; luego le ofuscará de un modo sensible la fuerza de la sombra, particularmente cerca de la separacion de luz y de sombra,

y mas allá irá apareciendo mezclado con el azul débil de la sombra.

263. Si suponemos que el cuerpo de que se trata sea cúbico, su color se verá principalmente en las partes anteriores de las caras iluminadas, como estas no presenten puntos brillantes ni se acerquen mucho á ser paralelas al rayo solar. A larga distancia el color del cuerpo se unirá al azul del aire; en las caras sombrías le ofuscará la sombra á medida que estas se aproximen á ser paralelas al rayo luminoso; y á gran distancia, debilitada la sombra dará lugar á una mezcla del azul del aire y del color particular del cubo.

264. El color de la sombra que este arroja variará mucho, componiéndose del negro, blanco, azul, y de los colores de los cuerpos que la producen y reciben, y de los inmediatos que le enviarán un poco de sus tintas.

265. Los resultados que hemos visto respecto de los cuerpos esféricos y cúbicos pueden estenderse á otros cualesquiera, porque los efectos aparentes de las superficies planas y curvas y los de sus aristas serán del todo análogos á los de aquellos cuerpos, escluyendo la accion de los reflejos que es facil de apreciar.

LECCION V.

De los efectos de la luz blanca.

---

266. Ya hemos observado que las partes brillantes de un cuerpo pulimentado, cualquiera que sea su color, despiden la luz que reciben casi sin alterarla, y como la solar es blanca, lo será tambien la que despidan aquellas. Y presentando las superficies mates infinitas concavidades y asperezas que tienen sus puntos brillantes, es necesario convenir en que la luz diseminada por

cualquiera superficie contiene siempre muchos rayos blancos.

Vamos á desenvolver esta idea segun las observaciones de Monge.

267. Puesta al sol una barra de lacre de cualquier color, aparece en ella una línea blanca muy brillante. Si se la concibe dividida en dos, la barra presentará dos líneas blancas. Si cada una de las dos se divide en otras dos, y asi sucesivamente, aparecerán 4, 8, 16, &c. líneas blancas. Finalmente, suponiendo la barra dividida en hilos muy sutiles y entretegidos formarán una especie de tela que despedirá mucha luz blanca.

Siendo pues la seda y los pelos de los animales hilos muy brillantes, los tejidos que formen, como el paño, el terciopelo, el tafetan, los fieltros, &c. darán mucha luz blanca.

268. Otro tanto se puede decir del lienzo; y si nos objetan que sus hilos no son brillantes como los de la lana y seda, contestaremos que cualquier cuerpo colorado puesto en un cuarto oscuro é iluminado por un rayo de otro color no le absorve del todo, y puede devolver sucesivamente los rayos de cualquier color, y por consiguiente todo cuerpo debe despedir el blanco.

269. Pasemos ahora á manifestar el modo con que la luz blanca contribuye para que se pueda juzgar de la forma de los cuerpos.

Si concebimos en el espacio una esfera blanca, de marfil por ejemplo, su punto brillante aparecerá blanco y lo mismo los demas, aunque no tanto, al paso que se acerquen á la separacion de luz y de sombra, y muy poco y comunmente mezclado con algun azul mas allá de esta línea; finalmente, á medida que sus puntos se aproximen al brillante que corresponde á los rayos atmosféricos principales, la intensidad del blanco despedido se aumentará, aunque débilmente, hasta este punto. Ahora bien, si las degradaciones de la luz blanca que

aparecen en la esfera de marfil se representan en el papel por medio del lapiz negro, este dibujo dará al espectador situado en el punto de vista la idea de dicha esfera, y aun llegará á causarle ilusion si está bien ejecutado.

270. Si en lugar de esta esfera consideramos dos bolas de marfil, una blanca y otra roja por ejemplo, la forma de la primera se distingue mejor que la de la segunda, y cualquiera que sea el color de esta sucederá lo mismo.

Y como estos resultados son los mismos cualquiera que sea la forma de los cuerpos, se deduce que regularmente juzgamos de ella por medio de la luz blanca; y los colores particulares de los cuerpos, si bien contribuyen para distinguirlos unos de otros, no sirven para juzgar de la direccion del plano tangente en cada punto de sus superficies.

271. Sin embargo, en una habitacion que recibe la luz por medio de cristales de color, distinguimos bien las formas de los cuerpos, y lo mismo puesto el sol, á pesar de que entonces son iluminados por la luz azulada del aire.

La verdadera razon de esto consiste, segun Monge, en que siendo la luz blanca la que nos hace distinguir las formas, tomamos por tal la que la reemplaza cuando falta aquella.

272. Si alguno dijere que solo pueden distinguirse los rayos colorados por la impresion que cada uno hace en nuestra vista, le contestaremos que no es asi, porque á cada instante nos engañamos en el juicio que se forma de los colores. Las observaciones que vamos á referir refutan á un mismo tiempo esta objecion, y confirman la buena teoría de Monge.

273. Puestos en una habitacion cerrada que recibe la luz al través de cortinas de color, por ejemplo de tafetan verde, aquella será de este mismo color; los cuer-

pos que existan en dicha habitacion se distinguirán todos, y si hay entre estos una esfera de marfil, su punto brillante devolverá luz verde, y esta será la que cause todos los efectos de la blanca. Pero se observa que habiendo en la habitacion un cuerpo del mismo color de la luz que la ilumina, este aparece blanco al espectador que no se halla prevenido. De donde se infiere que la luz que ilumina cualquier medio se reputa por blanca.

274. Lo mismo se verifica mirando los objetos por un cristal de color, sea el rojo por ejemplo. Colocado este de manera que no lleguen al ojo otros rayos, todos ellos serán rojos, y juzgando por este medio de la forma de los cuerpos, el rojo se tomará por el blanco, y blancos parecerán los objetos del mismo color rojo, y negros los de otros colores, escepto los blancos, que despidiendo tambien rayos rojos siempre parecerán blancos.

LECCION VI.

De las causas de la visibilidad.

---

275. Nuestra vista adquiere por hábito una sensacion muy delicada de la apariencia de los cuerpos, y comunmente juzgamos por esta de las formas y posiciones que la producen. Y consistiendo la *visibilidad* en aquella cualidad que tiene un objeto para ser visto segun su apariencia, todos los efectos físicos que la constituyen se comprenderán bajo el título de *causas de la visibilidad.*

Recordaremos brevemente los que ya nos son conocidos, pasando luego á examinar aquellos de que no hemos hablado.

276. Entre las causas de la visibilidad se cuenta como primera la luz blanca, por la cual aparecen mas ó

menos oscuras las caras de una superficie, y por ella juzgamos principalmente de sus curvaturas.

277. Como generalmente hablando los puntos mas oscuros de los cuerpos son los de las líneas de separacion de luz y de sombra, por aquellos se juzga de la posicion de estas.

278. Las sombras arrojadas contribuyen para que conozcamos por sus degradaciones y contornos la posicion y forma de los cuerpos que las arrojan y de los que las reciben, y la penumbra que las termina indica la distancia que media entre una separacion de luz y de sombra y la sombra arrojada correspondiente.

279. Por la accion del aire las sombras oscurecen los cuerpos sin ocultarlos, produciendo lo que los pintores llaman *claro-oscuro*, y vienen á ser como un nuevo fondo en que la luz aérea da otras sombras, y matiza las partes sombrías de modo que se distingan á la vista.

280. La mútua presencia de los cuerpos se indica por la luz que unos reflejan sobre otros.

281. Cuando la luz reflejada proviene de superficies mates los reflejos son débiles, y si de pulimentadas muy vivos, y por ellos juzgamos del pulimento de los cuerpos.

282. La mayor ó menor viveza de las imágenes brillantes indican mejor el pulimento de las superficies; y como este depende de la organizacion molecular de los cuerpos, muchas veces se juzga de ella por dichas imágenes. Asi se distingue por su brillo el diamante del metal, este de la madera, &c.

283. Por la diferencia de las imágenes brillantes que el sol produce en las superficies apreciamos los radios de su curvatura.

284. Véase una prueba de ello. Colocada una caja con perdigones de varios tamaños en un cuarto que recibe la luz por una ventana, la imagen brillante de esta aparecerá en cada uno de aquellos. Si la claridad no

es mucha, con dificultad se distinguirán los contornos y sombras de los perdigones, y sin embargo no nos equivocaremos en la diferencia de su tamaño; pues la exactitud del juicio que formamos de este se debe únicamente á las imágenes brillantes.

285. El ejemplo que cita Monge en su Geometría descriptiva de los puntos brillantes que presentan los globos de los ojos, prueba que distinguimos bien la direccion de los elementos planos á que corresponden dichos puntos.

286. Las superficies mates no ofrecen imágenes brillantes, pero aquellas partes en que estas existirian si fuesen pulimentadas presentan mayor claridad que las otras, lo que junto á la degradacion mas ó menos rápida al rededor de dichas partes, sirve aun para que juzguemos de la direccion de los elementos planos mas iluminados, y de la curvatura de las superficies á que corresponden.

287. Las imágenes brillantes producidas por los rayos atmosféricos principales tienen tambien alguna claridad, y por ella distinguimos, como en el caso precedente, la curvatura de las superficies.

288. Cuando los cuerpos presentan aristas, su claridad y su oscuridad mayor ó menor (253 y 255) es la *Lam. XVIII, fig.* 58. que principalmente las indica. En prueba de esto supongamos el muro *aa'* y la pilastra *bmnc* de materias enteramente homogéneas, de marmol blanco por ejemplo, y que no se note su salida del muro por la perspectiva. Teniendo los planos *mn* y *aa'* la misma claridad (258), porque el aire nada influye estando el observador á corta distancia de ellos, veamos cómo este podrá distinguir la salida del *mn*.

La sombra *cs* arrojada por *cn*, y mas intensa (241) á lo largo de la arista *n*, basta para que esta se note é indique la salida *cn*; pero como la sombra atmosférica *br* del plano *bm* y su reflejo pueden destruirse mútua-

mente, solo por la claridad de la arista *m* se conocerá que el plano *ab* no es prolongacion del *mn*.

289. Si á la pilastra que hemos considerado se sustituye la *bcdee'd'c'b'*, tendremos por lo que se acaba de manifestar que las aristas *c*, *e* se distinguirán por su claridad, y la *e'* por la intensidad de su sombra. En cuanto á la arista *c'* la hará visible la claridad que le dan los rayos atmosféricos principales.

290. Si el muro *aa'* y la pilastra *bmnc* fuesen de jaspe ó esta de materia diferente, las manchas y los colores bastarán para distinguir las aristas *m*, *n*.

291. Finalmente, si el cuerpo *abmnca'* es formado de sillares, sus juntas, tanto en el muro como en la pilastra, no aparecen en perspectiva sobre unas mismas líneas, y por aqui deducimos mejor la forma de dicho cuerpo.

292. Generalmente hablando, la perspectiva lineal sirve de mucho para distinguir bien las formas y posiciones de los objetos y sus distancias respectivas.

293. El aire atmosférico, que oscurece mas ó menos los objetos principalmente cuando tienen poca elevacion (260), contribuye tambien para calcular la distancia y distinguir la situacion respectiva de los cuerpos: este mismo efecto produce el azul mas ó menos intenso del aire que reviste las superficies de los cuerpos cuando se hallan muy distantes.

294. Los espectros luminosos y las imágenes reflejadas y refractadas indican en los cuerpos que las producen, ó la trasparencia de un medio refringente situado por lo comun entre la imagen y el cuerpo que ilumina, ó el pulimento de un espejo colocado detrás de la recta que une el ojo y el objeto reflejado, y por ellas formamos alguna idea de los cuerpos.

295. Se ve por la esperiencia que entre las causas de la visibilidad las que mas importa conocer para el dibujo son las sombras en general y las partes mas ó me-

nos claras de los objetos. Atendiendo ahora á que las fajas iguales y alternativamente blancas y negras aparecen como si estas fuesen mas estrechas que aquellas, y á que la oposicion de colores hace parecer lo blanco mas vivo junto á lo negro y lo negro mas intenso junto á lo blanco que un poco mas lejos, deduciremos que las sombras y las partes iluminadas no tienen en realidad tanta fuerza como en la apariencia.

296. En general la *irradiacion*, que consiste en la emision de una luz viva, aumenta las dimensiones del cuerpo que la envia.

Asi el disco de la luna en sus primeros dias está dividido en dos partes, de las cuales la mas iluminada parece, por efecto de la irradiacion, corresponder á un círculo mayor que la otra que apenas se distingue.

297. Y por lo mismo todos los objetos que tienen un color muy vivo parecen mas abultados. De donde resulta que los puntos é imágenes brillantes y todas las partes de los cuerpos muy iluminadas deben parecer de mayor magnitud que la que realmente tienen, y mas claras por la proximidad de las sombras, y estas mas oscuras de lo que son, atendiendo á la oposicion de que hemos hablado (295) que se llama *contraste*.

LECCION VII.

De las reglas del lavado.

---

298. Llámase *dibujo de lavado ó de aguada* el que se hace en papel, de perspectiva ó proyeccion, aplicándole por medio del pincel los colores disueltos en agua.

Las partes oscuras del dibujo resultan por lo comun de las muchas tintas que se dan sucesivamente unas so-

bre otras, dejando secar la una antes de dar la siguiente. Las degradaciones de colores y sombras se espresan, ó con tintas débiles que terminan en líneas de intensidad correspondiente á cada una, ó suavizándolas hácia las partes mas claras con el pincel mojado en agua.

Veamos las reglas que deben seguirse en este dibujo.

299. 1.ª *Imágenes brillantes.* La principal, ó la que por la intensidad del rayo que recibe y por el pulimento y la curvatura de la superficie debe presentar mayor brillo, será regularmente la parte mas clara del dibujo, y se espresará con lo blanco del papel. Las demas imágenes se cubrirán con una ligera tinta de sombra, pero que será mas ó menos fuerte á proporcion de su menor ó mayor brillo, estableciendo asi la armonía que debe haber entre las imágenes secundarias y la imagen y sombra principal.

300. Esto mismo debe practicarse respecto de los puntos brillantes y de las partes mas iluminadas de los cuerpos no pulimentados.

301. En cuanto á las imágenes correspondientes al rayo atmosférico principal, su claridad siempre debil se espresará gradualmente partiendo de la sombra.

302. 2.ª *Sombras.* La principal es la que corresponde á la separacion de luz y de sombra que recibe de las superficies próximas y del aire menos luz reflejada; su intensidad será tanto mayor cuantas mas sean las tintas que se han de interponer entre ella y lo blanco del papel, pero sin perder jamás aquella trasparencia que presenta el claro-oscuro. Asi en una pendiente labrada, por ejemplo, debe permitir dicha sombra se distingan las partes mas ó menos oscuras que indiquen los surcos.

Si los objetos presentan superficies negras sombrías ó agujeros profundos del todo oscuros, se hallarán comunmente en la sombra principal, y su intensidad podrá aumentarse hasta el negro mas perfecto.

303. Las tintas que indiquen las demas sombras se

aproximarán mas ó menos á la fuerza de lá principal segun sea la intensidad de aquellas.

304. Las sombras arrojadas disminuirán en general de intensidad al paso que se acerquen á la parte de su contorno mas distante del cuerpo que las da: este contorno no será *duro*, como suele decirse, sino cuando es poca la penumbra, y á medida que esta aumente se percibirá menos el contorno.

Si muchos planos paralelos reciben la sombra de un mismo cuerpo, al paso que se aparten mas de este se irá debilitando su tinta.

305. Las sombras atmosféricas se marcarán con tintas ligeras que terminen insensiblemente, y aunque apenas son perceptibles alguna vez producirán su efecto.

306. 3.ª *Desvanecimiento de las tintas en las partes iluminadas y sombrías de las superficies.* Los límites que presentan las imágenes brillantes se espresarán por medio de débiles tintas, y las que cerquen las partes de mayor claridad de las superficies no pulimentadas, sin marcar aquellos, se confundirán poco á poco con las sombras.

307. Junto á las líneas de separacion de luz y de sombra se suavizan las sombras segun la curvatura de las superficies, tanto hácia las partes iluminadas como hácia las opuestas, pero con menos rapidez por este lado.

308. El desvanecimiento de las tintas debe manifestar en lo posible la naturaleza pulimentada, granosa, lisa, &c. de las superficies.

309. 4.ª *Aristas de los cuerpos.* Todas las iluminadas se espresarán por una línea clara y determinada por las tintas que las comprendan. Estas harán resaltar la claridad de las aristas, y junto á ellas serán un poco mas fuertes que en lo restante, á fin de que el efecto del contraste, que tiene lugar tanto en el dibujo como en la naturaleza, sea en lo posible poco exagerado.

310. Las aristas de separacion de luz y de sombra se representarán siempre por una línea fina oscura.

311. Las aristas sombrías se espresarán por una línea clara que debe determinarse al dar las últimas tintas inmediatas.

312. 5.ª *Reflejos.* Su parte mas viva es aquella en que el ángulo de incidencia y el de reflexion son iguales, y la tinta que le corresponde debe participar del color del cuerpo que despide la luz y del que la recibe.

313. 6.ª *Diminucion de claridad por la opacidad de las capas inferiores del aire.* Cuanto mas próximos á la superficie de la tierra y distantes de nosotros se hallen los objetos, las tintas correspondientes á sus partes claras deben ser mas oscuras, y las de sus sombras menos fuertes.

314. 7.ª *Coloracion aérea.* Cuando los objetos estan á mucha distancia deben cubrirse con una tinta azul.

315. 8.ª *Declivios.* En uno iluminado, las tintas correspondientes á las partes mas distantes del punto de vista deben ser mas oscuras que en las próximas, y al contrario en un declivio sombrío.

316. 9.ª *Perspectiva.* Cuando esta es exacta no es necesario dar á las sombras mucha fuerza, porque perderian de su trasparencia, ni avivar los efectos del contraste y de la irradiacion.

317. 10.ª *Proyecciones.* Son unas perspectivas cuyo punto de vista está en el infinito, y por lo mismo, hablando rigorosamente, no pueden causar ilusion. Para evitar pues este inconveniente se avivan todas las tintas en la ejecucion del lavado; no asi cuando las partes de un objeto apenas sobresalen de un mismo plano, porque entonces su perspectiva y proyeccion ofrecen poca diferencia.

318. 11.ª *Acabado de los objetos* (*). Como este sirve

(*) *El acabado de un objeto ó de un dibujo* es propiamente el bulto ó espresion de sus mas pequeñas partes visibles; asi en la pintura se dice que el dibujo de un edificio, por ejemplo, es *demasiado acabado* cuando indica pequeñas formas que no son visibles á la distancia en que se le supone.

para juzgar de su distancia, es necesario representarlo exactamente. Asi en los objetos lejanos solo se indicarán sus gruesas masas; á una distancia regular, otras menores; y en los planos de frente próximos, todas las partes aun las mas pequeñas de los objetos.

319. 12.ª *Delineacion.* Para tener un buen dibujo es necesario lavar su diseño de lapiz, dando luego de tinta las aristas de separacion de luz y de sombra, mas ó menos fuerte segun la intensidad de dichas aristas.

Pero siendo mas costoso y dificil lavar un diseño hecho de lapiz que de tinta, suele preferirse el último. Entonces las líneas deben ser de tinta ligera y muy finas, avivando las que han de ser mas fuertes concluido que sea el dibujo.

320. 13.ª *Coloracion de los cuerpos.* Lo último que se hace en un dibujo es aplicar los colores, habiendo conseguido con lo blanco del papel y la tinta de las sombras que aparezcan las formas lo mejor que sea posible, porque de otro modo los colores quedarian oscurecidos.

Los que se emplean comunmente son el rojo, amarillo, azul, y la tinta de china, con los cuales se forman el naranjado, verde, morado y otros muchos.

Las tintas de color deben suavizarse mas ó menos cuando se aproximan á las imágenes brillantes, y en sus contornos se detienen si los cuerpos son pulimentados. Si no lo son, terminan insensiblemente y aun son visibles en sus partes mas claras. Pasando dichas tintas sobre las sombras, solo se distinguen en el caso de que estas conserven la trasparencia que presenta el claro oscuro.

321. 14.ª *Coloracion de las sombras.* Aunque su color varía mucho, en lo general es una mezcla de negro, blanco y azul; pero para conservar la trasparencia de las sombras se suele preferir la tinta de china que se les da desde luego, y aun mezclarse con esta un poco de

amarillo y carmin, de lo que resulta un color que, á pesar de no ser el mas comun en la naturaleza, hace sin embargo buen efecto. El *bistre*, que se llama *tierra de sombra*, y la *sepia*, que se sustituye muchas veces á la tinta de china, tienen un color muy parecido al que resulta de agregar á esta un poco de carmin.

322. 15.ª *Degradaciones.* Por efecto del aire resulta que dos diferentes tintas en iguales circunstancias deben parecer correspondientes á superficies que distan desigualmente. Segun esto, si se representan en un dibujo dos
Fig. 58. planos *mn*, *ab* iluminados, para que el último aparezca mas lejano se le cubrirá con una tinta ligera, pero mas fuerte que la del *mn*, la cual se llama *una degradacion*.

Si estos planos están en la sombra no se empleará degradacion; bastará que la tinta del plano *mn* sea mas fuerte que la del *ab* para producir el efecto del aire.

Al usar las degradaciones es necesario atender muchas veces á la regla núm. (324).

323. 16.ª *Contraste é irradiacion.* Construida exactamente la perspectiva de un objeto, y lavándola con tintas semejantes á las que este presenta, el contraste y la irradiacion aparecerán á la vista del dibujo como á la del modelo de modo que haya lugar á la ilusion. Sin embargo, siendo comunmente el blanco que se deja en las partes brillantes menos vivo en el dibujo que en el objeto, dichos efectos son tambien por lo regular menos perceptibles en la imitacion que en el modelo. Por esto se avivan siempre en el lavado los efectos del contraste y la irradiacion, dando un poco mas de estension á las imágenes brillantes y á todas las partes claras, y avivando las tintas de oposicion junto á los límites en donde contrastan.

No es lo mismo cuando se dibuja al natural, porque como los objetos que tienen brillo parecen mayores de lo que son, el bosquejo presenta ya una parte de la exageracion que debe tener el dibujo.

324. En el uso de la degradacion es cuando mas se deben exagerar los efectos del contraste. Supongamos por ejemplo que se representa la proyeccion horizontal *MFEN* de una escalera: cada escalon deberá ser mas oscuro al paso que se aproxime al plano *NE*, pero á poco que se distinga la degradacion de uno á otro escalon, la tinta del plano *NE* llegaria á ser demasiado fuerte respecto de la del plano *MF*. Para evitar este inconveniente se observará que el efecto del contraste hace parecer cada escalon mas claro de lo que es respecto del siguiente, y mas oscuro con relacion al anterior, por lo que cada degradacion deberá suavizarse hácia el escalon inferior; de este modo se distinguirán bien todos los escalones á poco que se diferencien las tintas de los planos *MF*, *NE*. *Fig.* 59.

Si la escalera está en la sombra, los escalones serán menos oscuros desde *MF* hácia *NE*, y por el contraste la tinta de cada uno de ellos deberá suavizarse hácia el escalon superior.

325. Terminaremos este tratado aconsejando al lector que consulte los dibujos de los mejores profesores, ya nacionales ya estrangeros, y comparándolos con las reglas que acabamos de esponer, con el estudio de la naturaleza, y sobre todo con mucha práctica, adquirirá los conocimientos que solo hemos indicado, y que no creemos suficientes para formar un buen dibujante.

CORRECCIONES.



Páginas.	*Líneas.*	*Dice.*	*Debe decir.*
4	8	línea de	*línea de*
7	18	alrededor	al rededor
20	8	vendrá á C′	se proyectará en C′
44	30	que le sea	que les sea
58	4	C′ e	C′ e′
70	2	un plano	su plano
76	13	(B′ s′)	(B′, s′)
77	34	(p′ p″), (q′ q″)	(p′, p″), (q′, q″)
85	21	(U′ u′)	(U′, u′)
85	34	(UeU′ o′, uu′)	(UeU′ o, uu′)
86	18	(o o′)	(o, o′)
87	13 y 14	dichos planos	dicho plano
97	33	atmsoférico	atmosférico
109	9	la m, m′	la mm′

TABLA DE LAS MATERIAS.

PAGINAS.

PARTE PRIMERA.

De las Sombras.

PARTE SEGUNDA.

De la Perspectiva lineal.

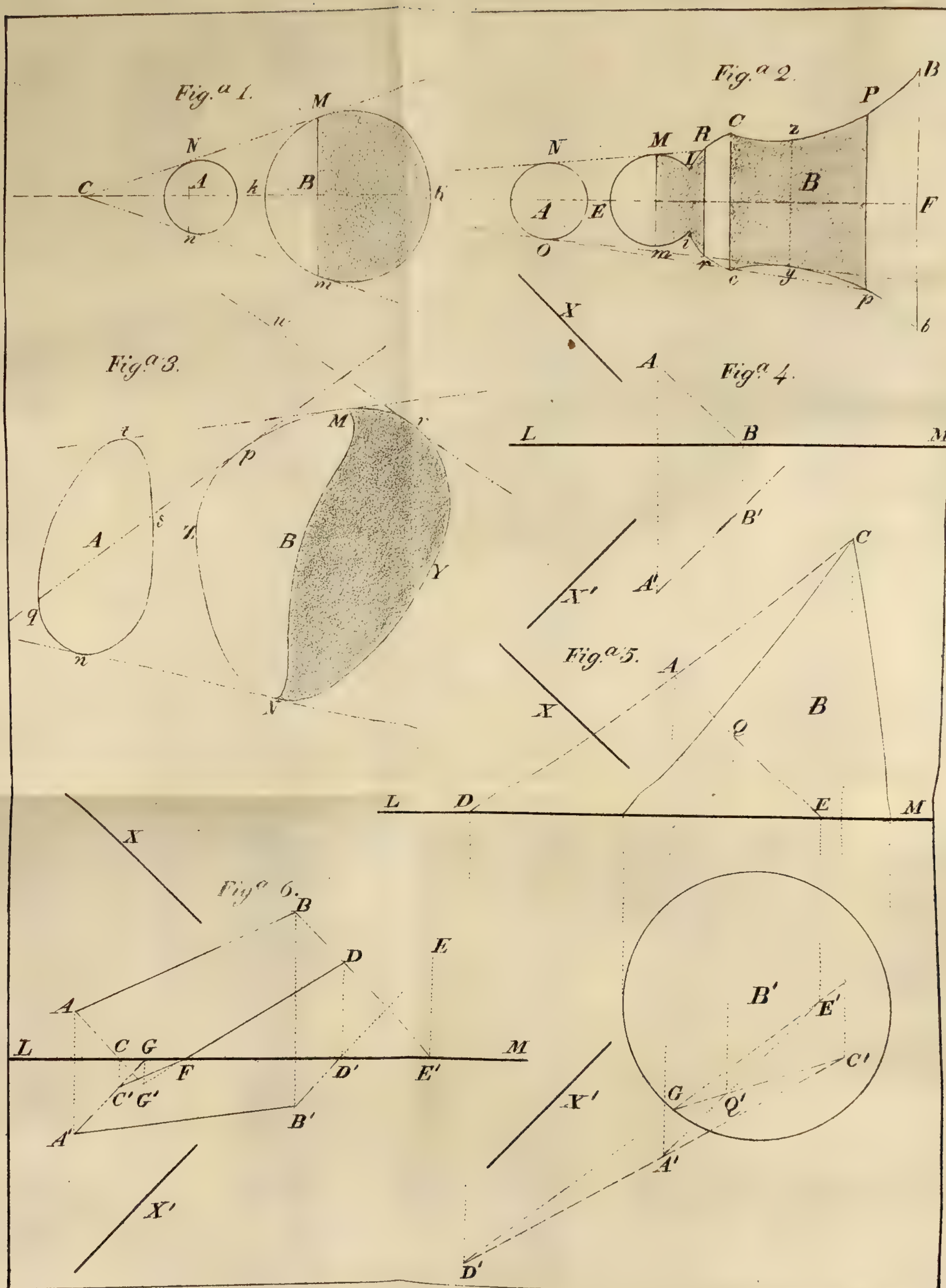
PARTE TERCERA.

De las Imágenes de óptica.

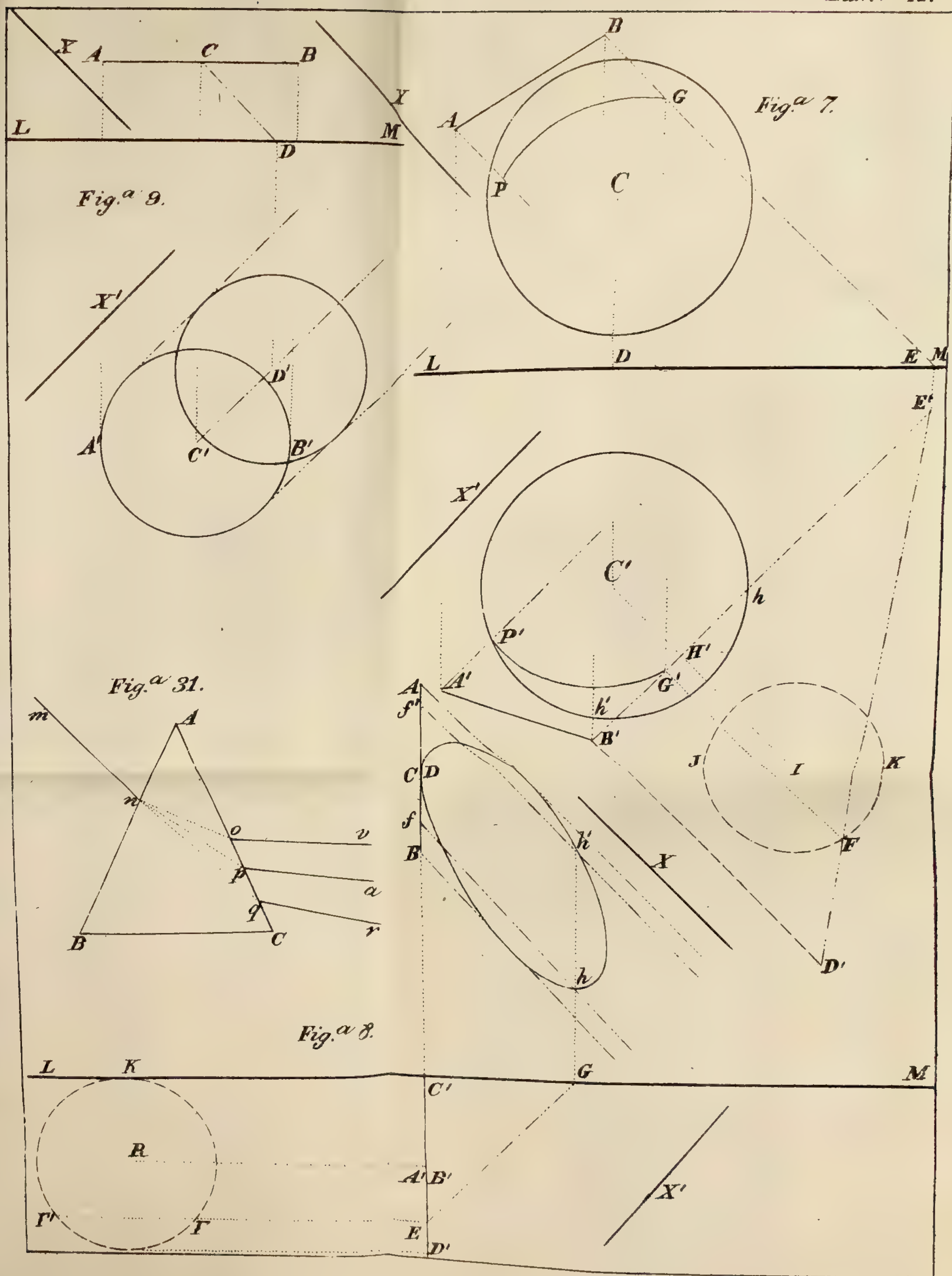
PARTE CUARTA.

De la Perspectiva aérea.

Lam.ª 1.



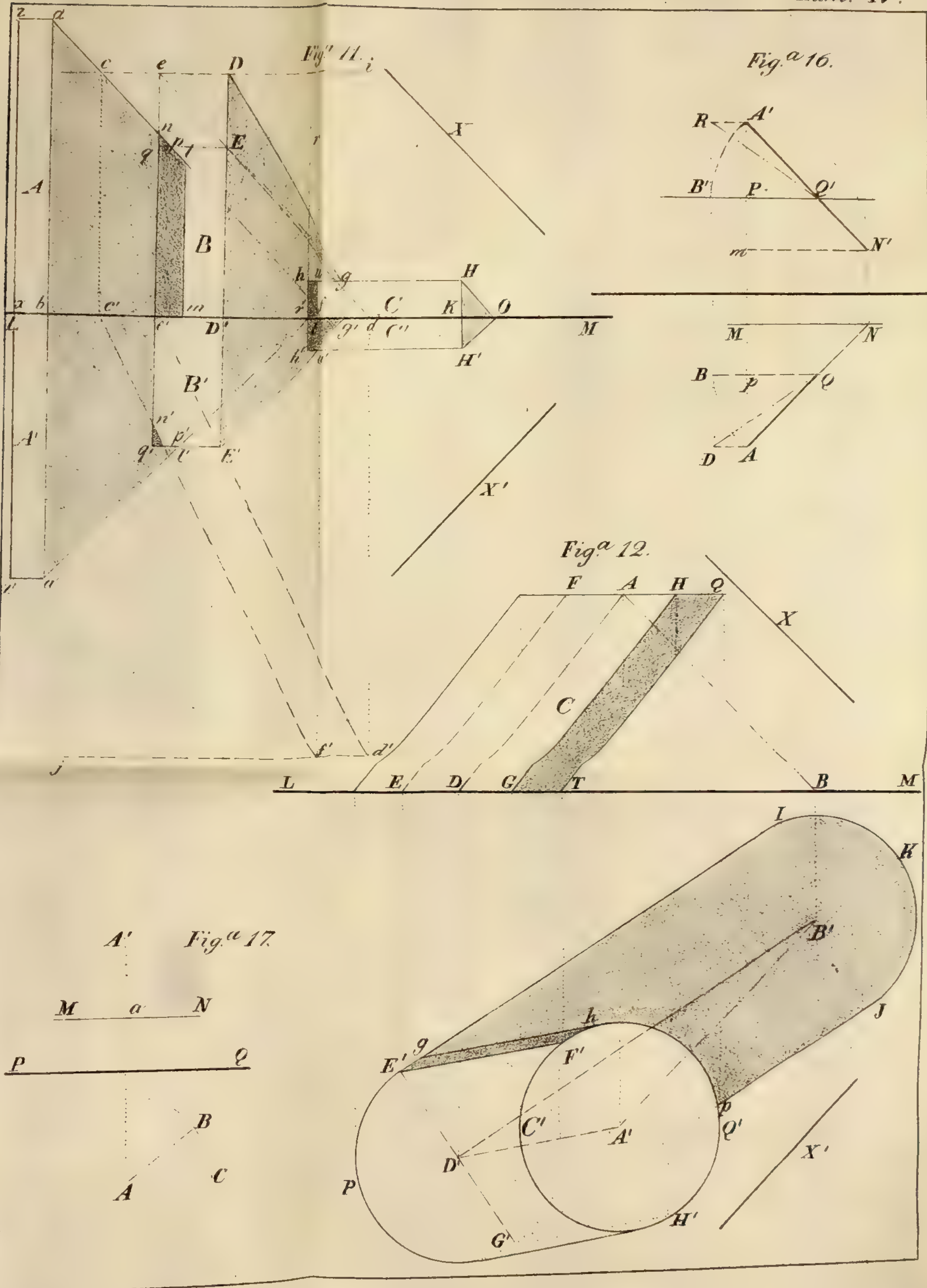
Lit.ª de Bachiller, Calle de Preciados

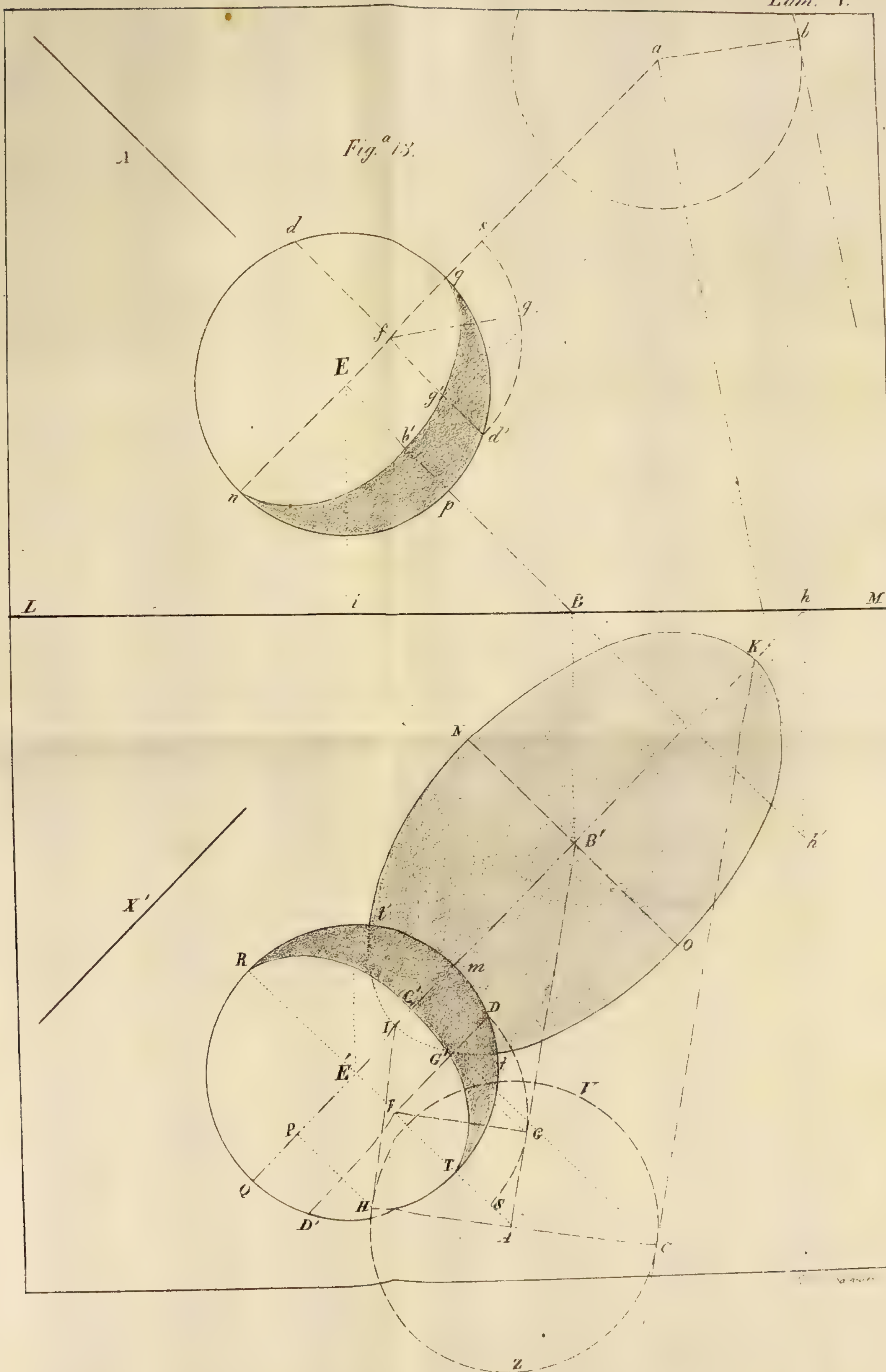

Fig.ª 7.
Fig.ª 9.
Fig.ª 31.
Fig.ª 8.

Lam.ª III.

Fig.ª 10.

x I
Z A
X
P
O
D
Q
L F D G E M
E'
x'
P'
Q'
D'
I'
X'
D'
O'
Z'
G'
A'
F'


Lam.a IV.
Fig.a 11.
Fig.a 16.
Fig.a 12.
Fig.a 17.


Lam.a V.
Fig.a 13.
L
i
B
h
M
E
E'
X'

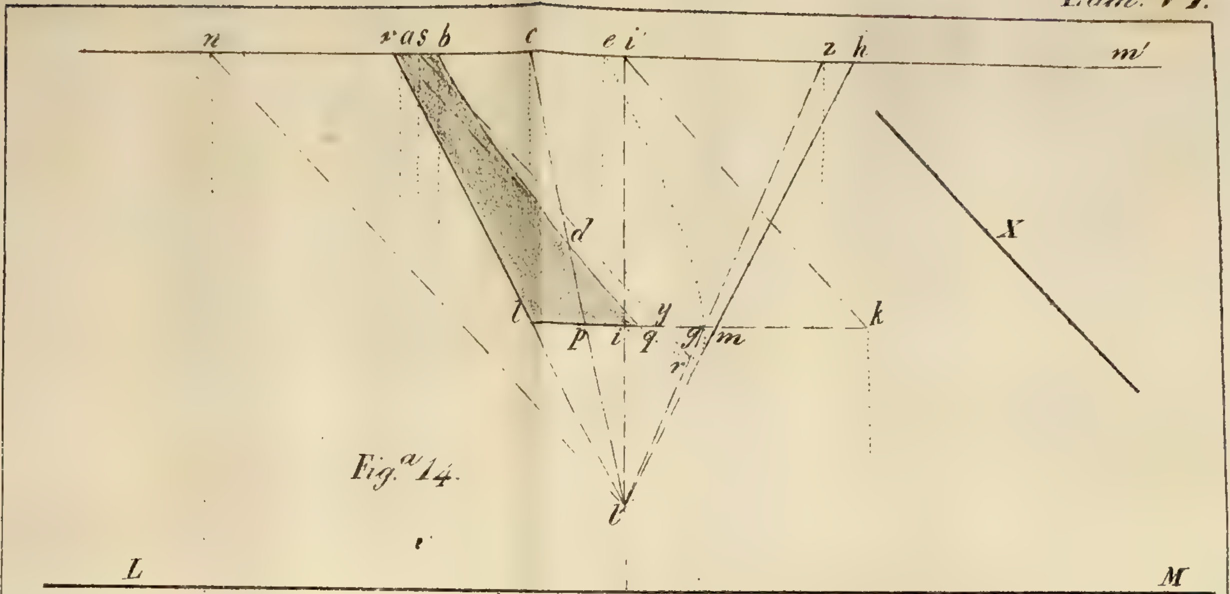
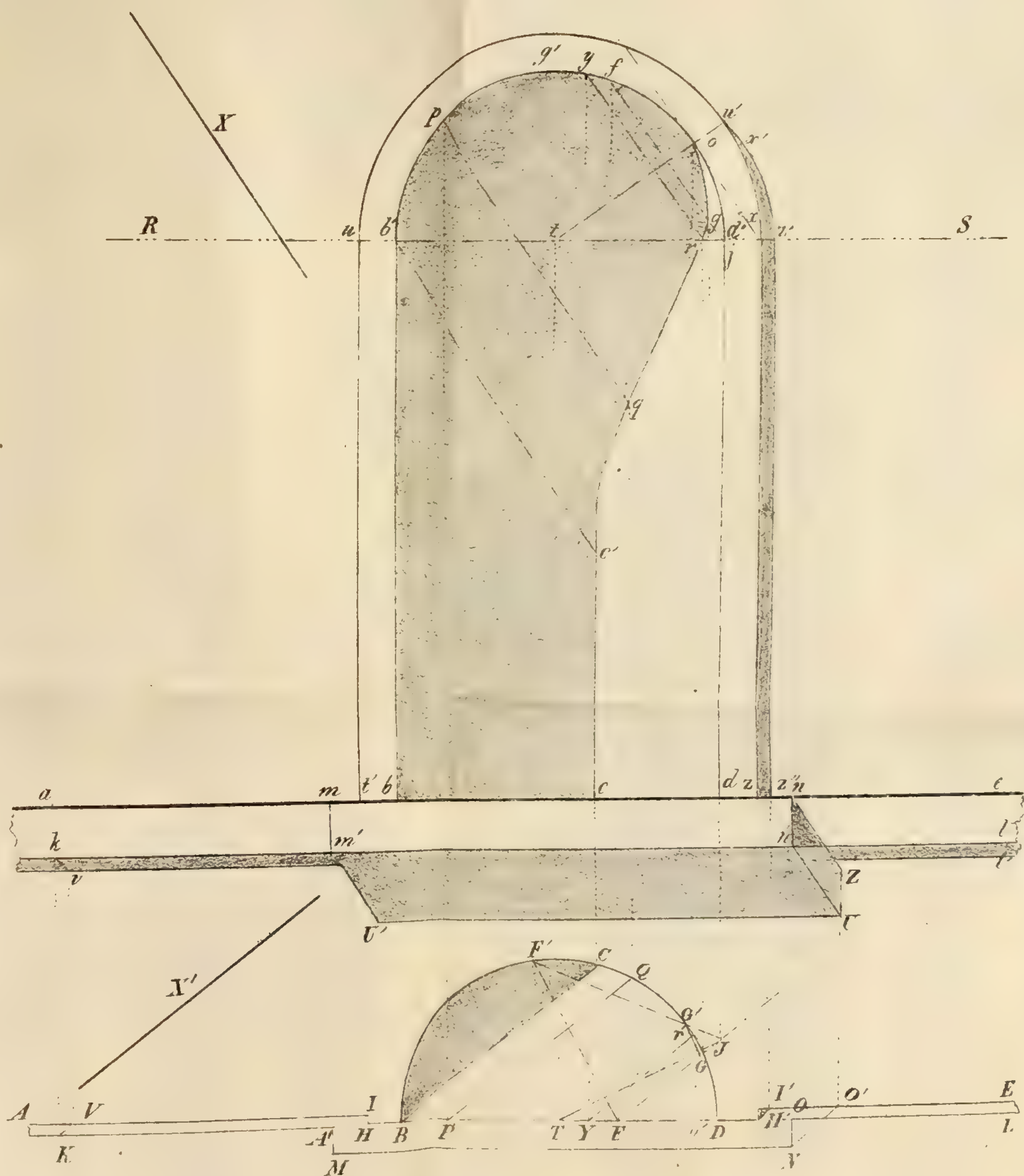


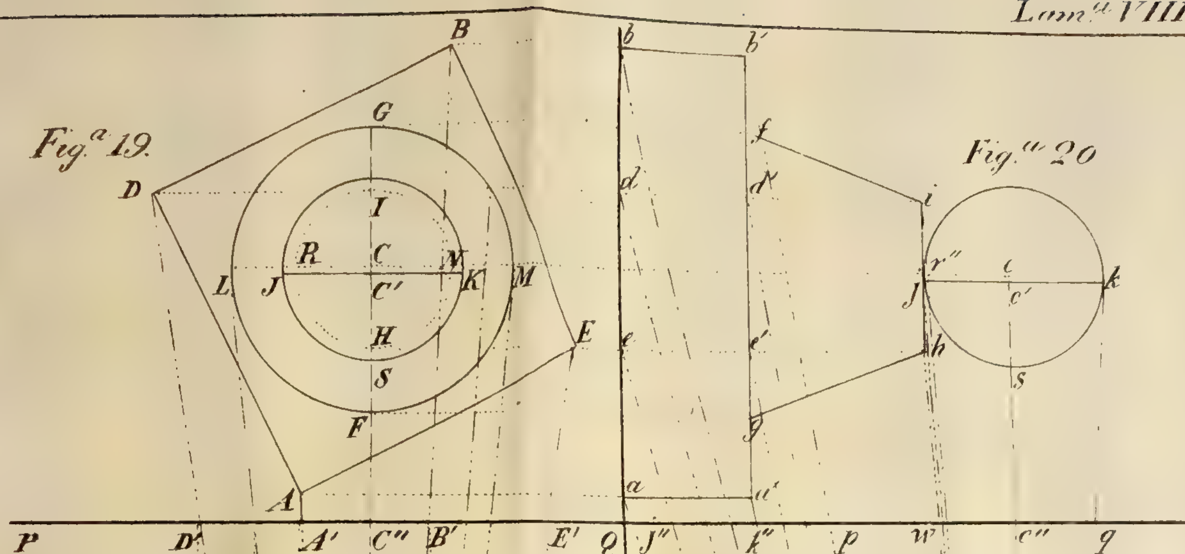
Fig.a 14.

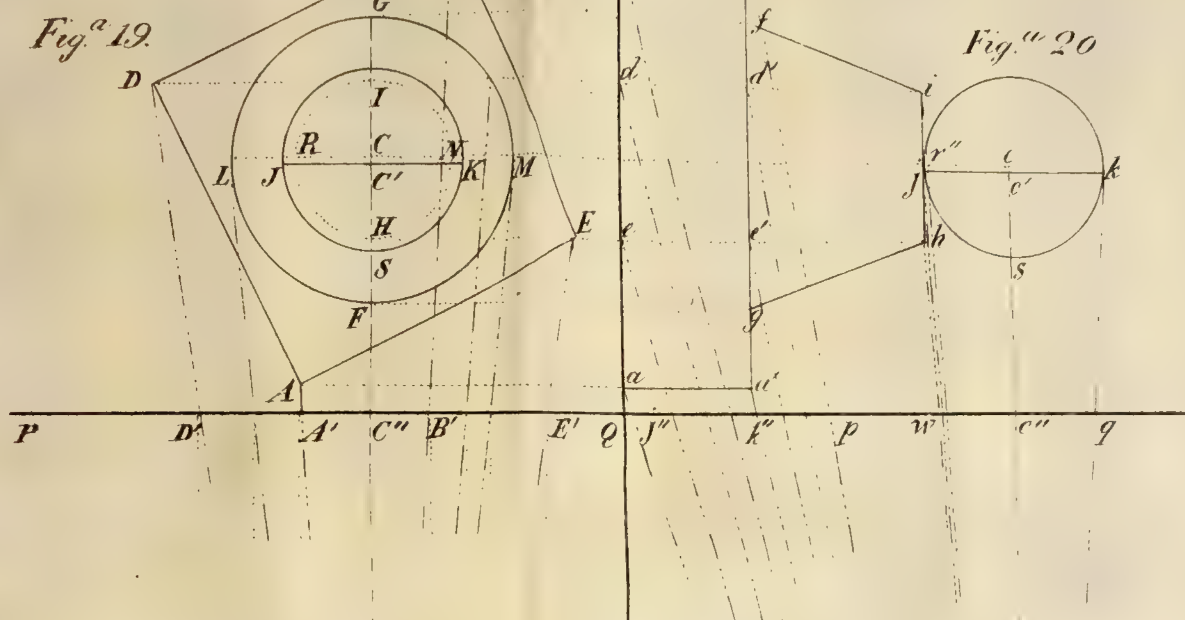
Fig.a 18.

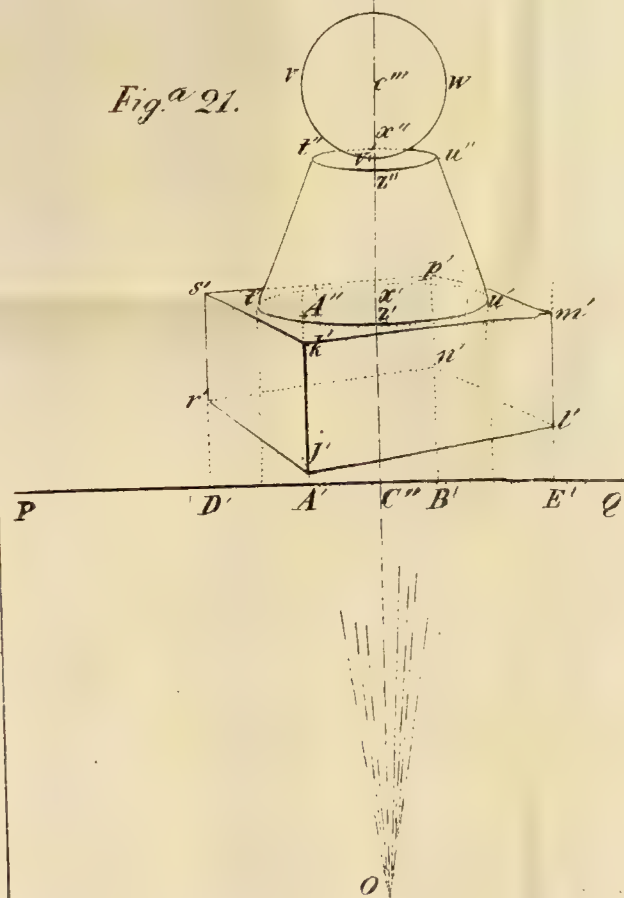
Lit.a de Bachiller

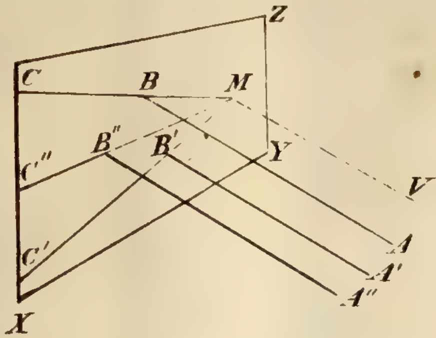

Fig.ª 15.

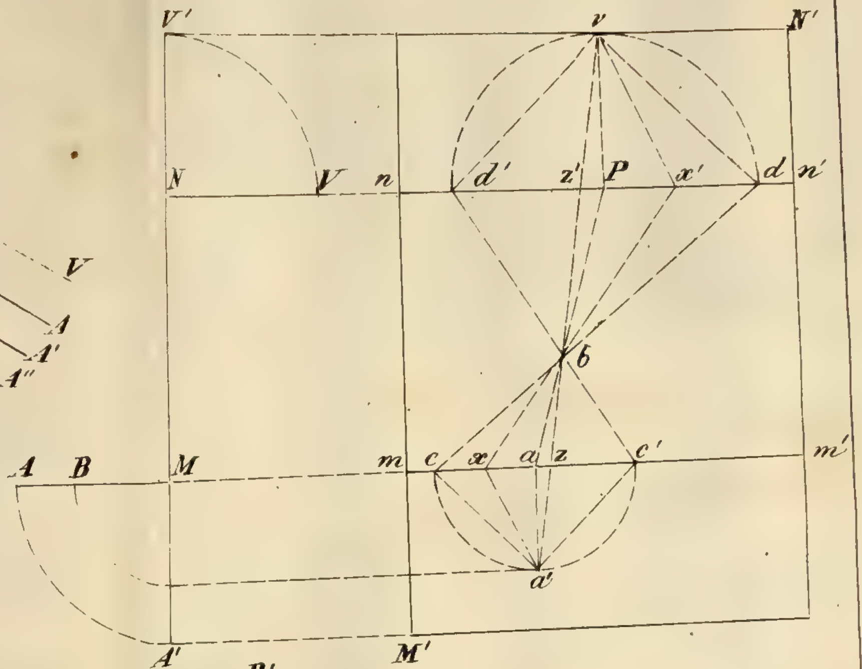
Lam.a VIII.


Fig.a 19.
B
G
D
I
R
C
N
L
J
C'
K
M
H
E
S
F
A
P
D'
A'
C''
B'
E'
Q
b
b'
f
d
d'
e
e'
g
a
a'
J''
k''
p
w
c''
q
Fig.a 20
i
r''
c
J
c'
k
h
s

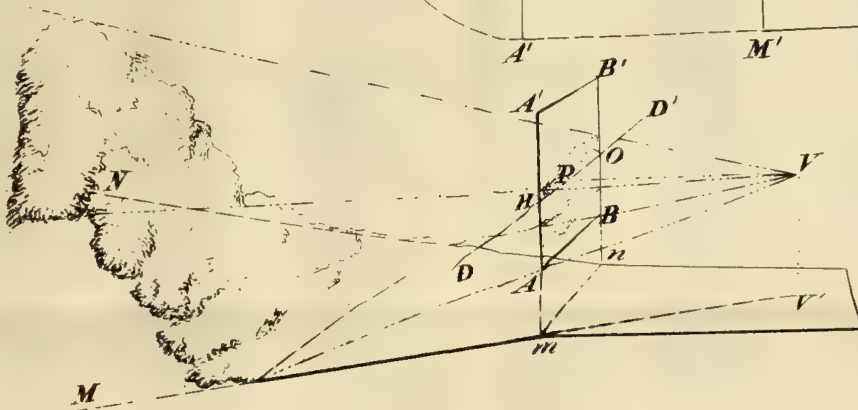


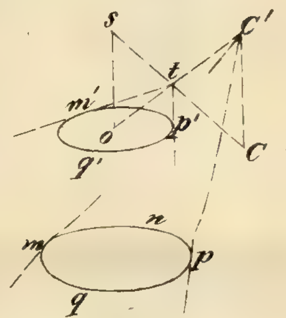

Fig.a 21.
r
c'''
w
x''
t''
v
u''
z''
p'
s'
t'
A''
x'
u'
z'
m'
k'
n'
r'
l'
j'
P
D'
A'
C''
B'
E'
Q
O



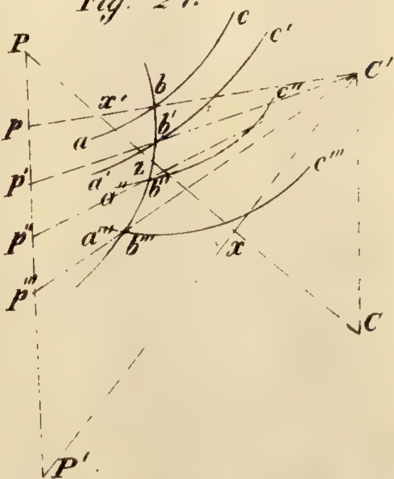


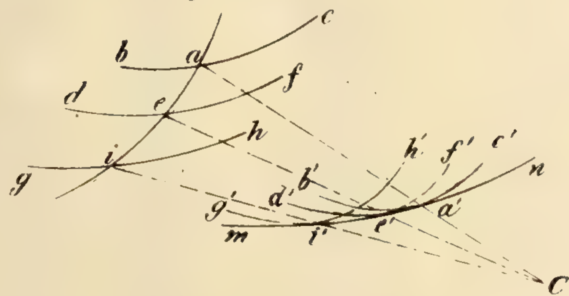
Figª 24.





Figª 28.





Lam.ª X.

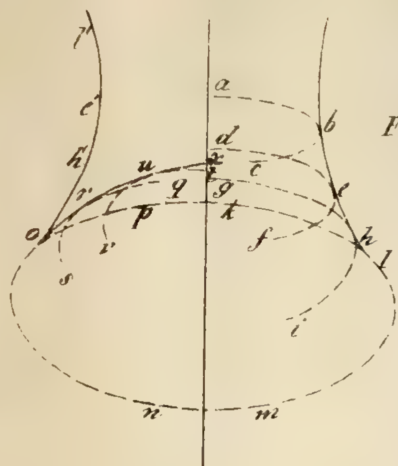
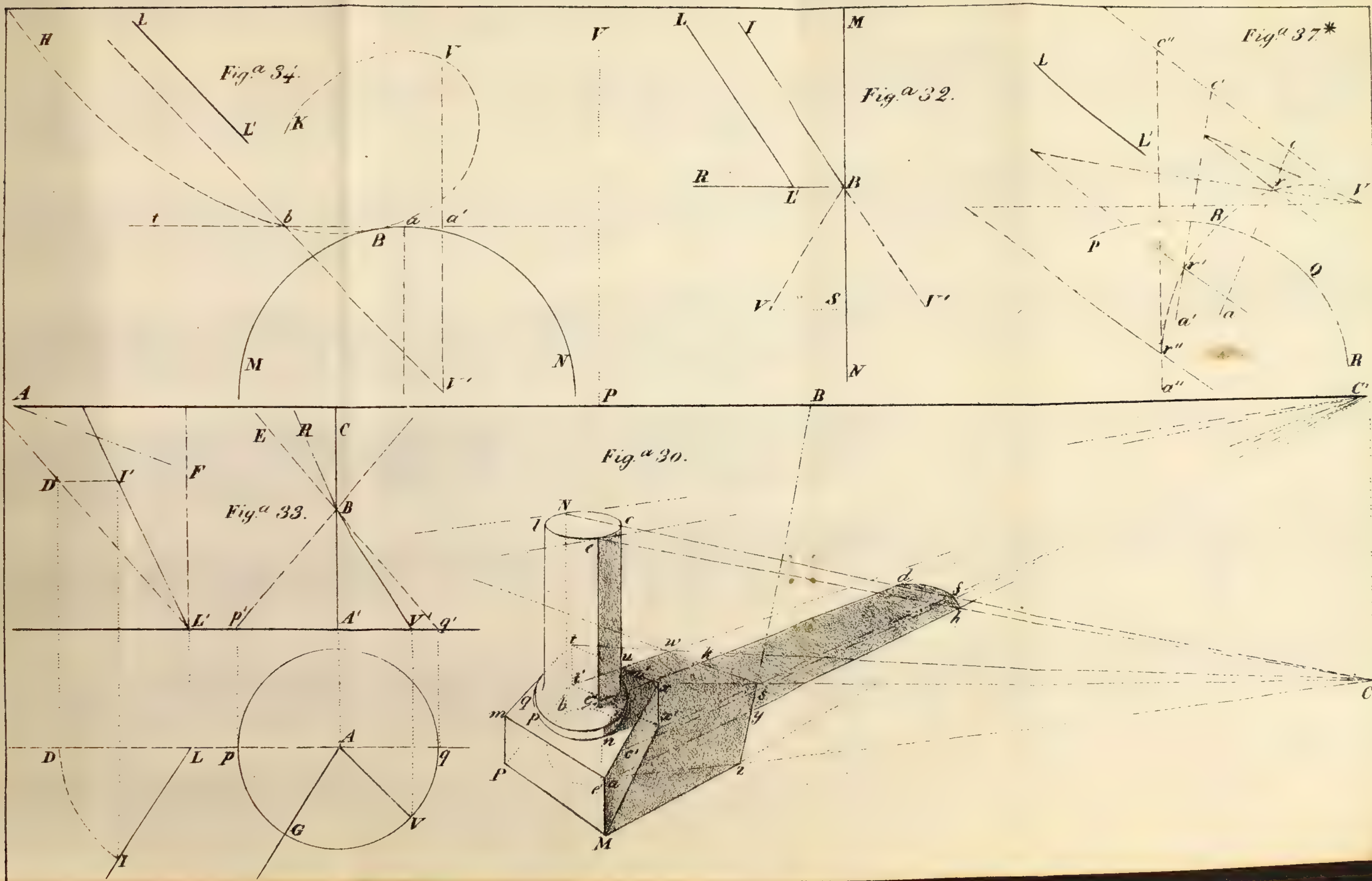


Fig.ª 26.

Fig.ª 25.


Figª 34.
Figª 32.
Figª 37*
Figª 30.
Figª 33.

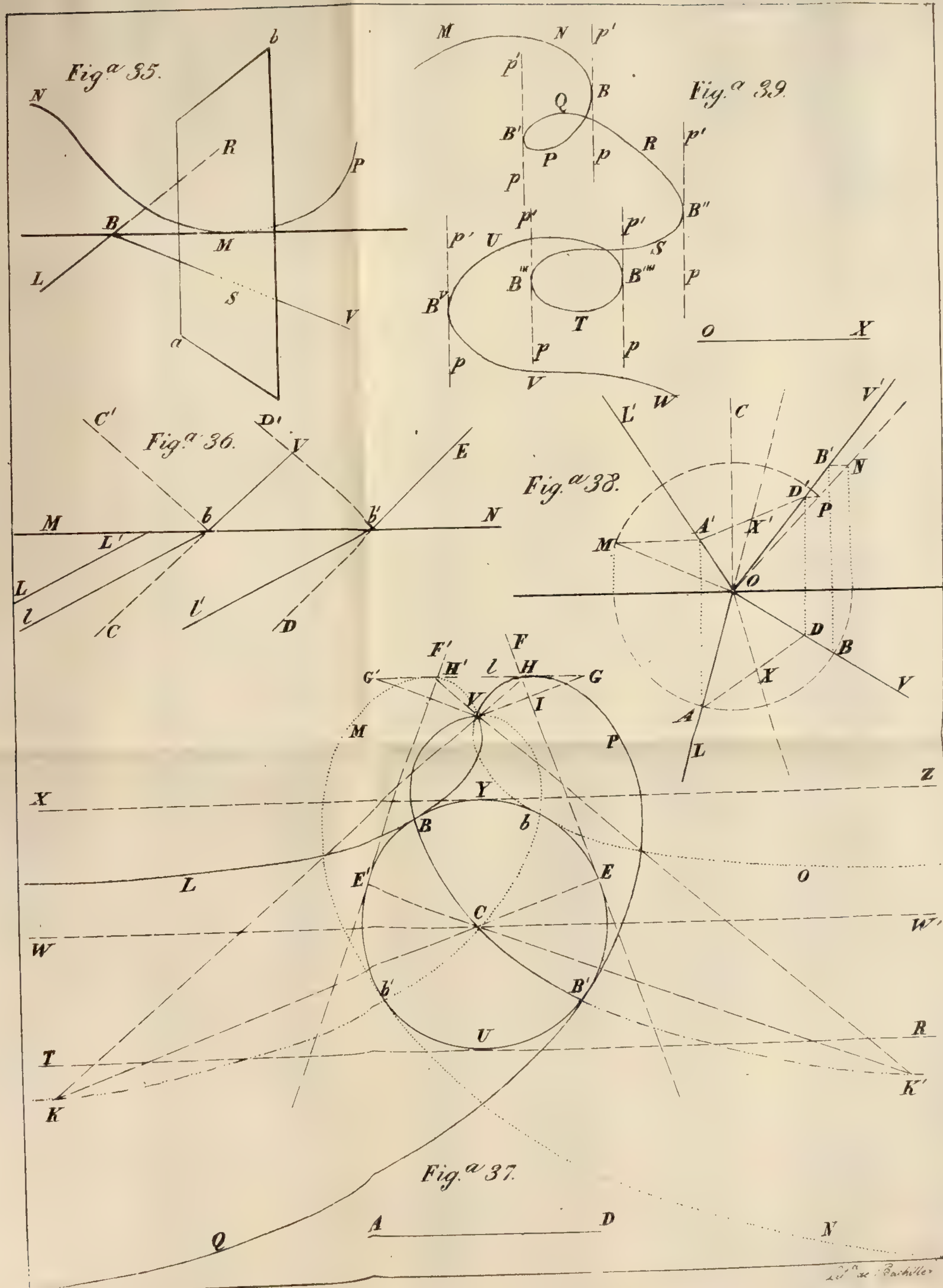

Figª 35.
N
b
R
P
B
M
L
S
V
a
M
N
p'
p'
B
Q
Fig.ª 39.
B'
P
p
R
p'
p
B''
p'
p'
U
S
B'''
B''''
B^v
p
T
O
X
p
p
p
V
W
C'
D'
Figª 36.
V
E
M
b
b'
N
L'
L
l
l'
C
D
L'
C
V'
B'
N
Fig.ª 38.
D'
P
A'
X'
M
O
D
B
X
V
A
L
F'
F
G'
H'
l
H
G
V
I
M
P
X
Y
Z
B
b
L
E'
E
O
C
W
W'
b'
B'
U
R
T
K
K'
Fig.ª 37.
A
D
N
Q

Fig.ª 40.

Fig.ª 43.

Fig.ª 41.

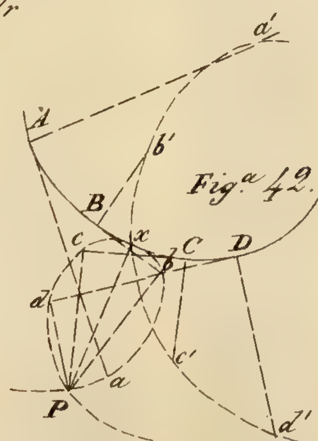
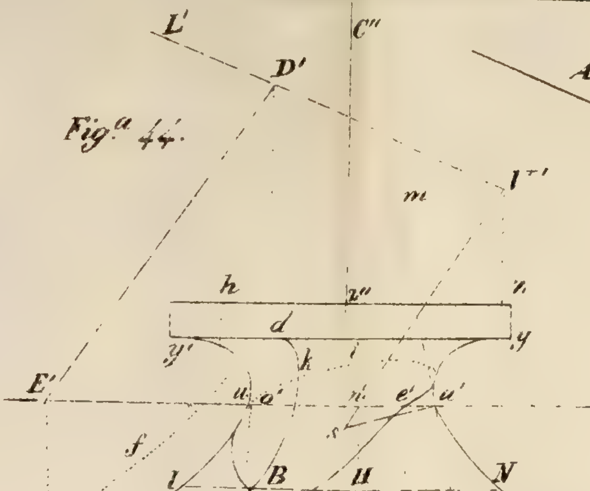
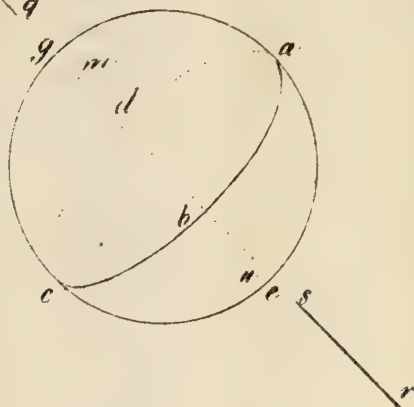


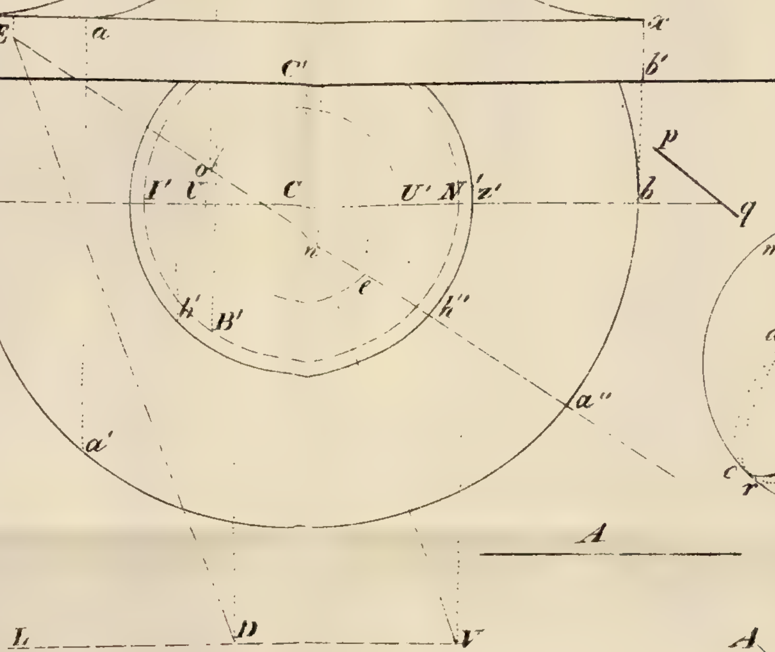
Fig.ª 42.



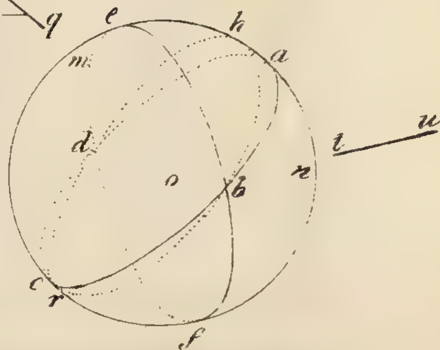
Figª 44.
L'
C''
D'
A'
V'
m
h
z''
z
d
y'
y
k
E'
u
o'
n'
e'
u'
f
l
B
H
N



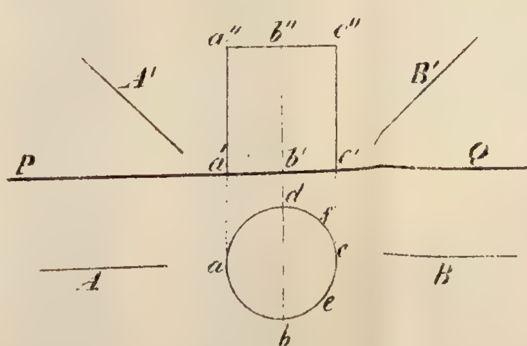
Figª 52.
p
q
g
m
a
d
b
c
n
e
s
r



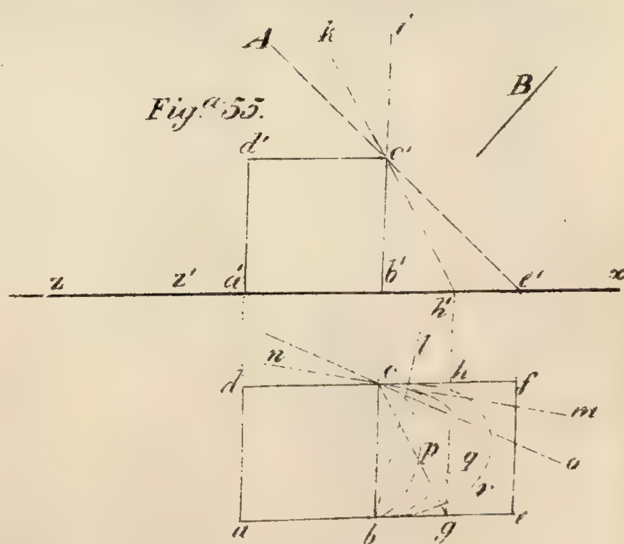
E
a
x
C'
b'
p
q
I'
U
C
U'
N
z'
b
n
e
h'
B'
h''
a''
a'
A
L
D
V



Figª 53.
e
h
a
m
d
o
b
n
t
u
c
r
f



Figª 54.
a''
b''
c''
A'
B'
P
a'
b'
c'
Q
d
f
a
c
e
b
A
B



Figª 55.
A
k
i
B
d'
c'
z
z'
a'
b'
e'
x
h'
l
n
c
h
f
d
m
p
q
r
o
a
b
g
e

Fig.ª 45.

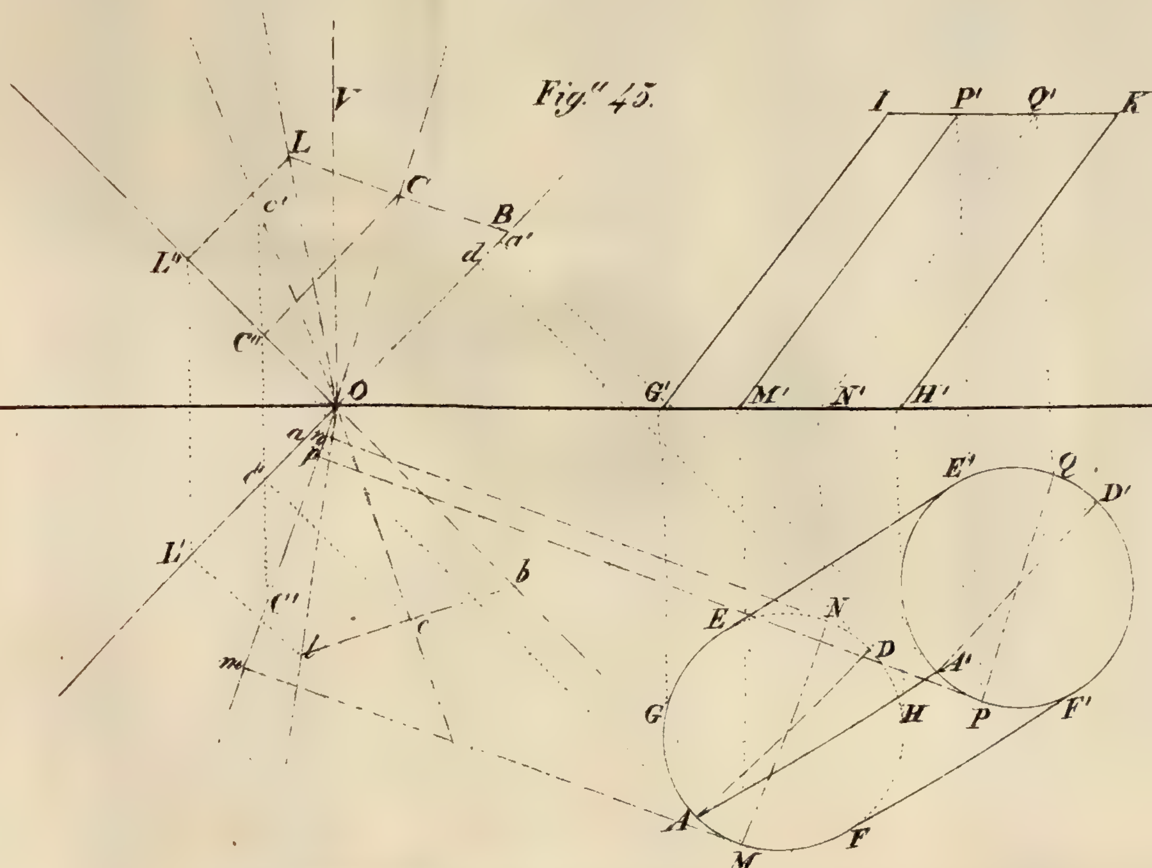


Fig.ª 56.

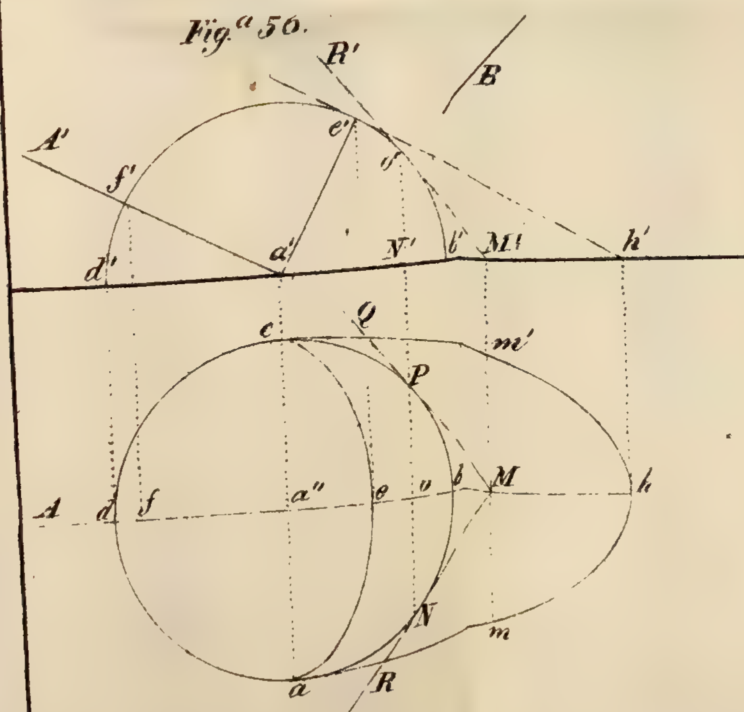
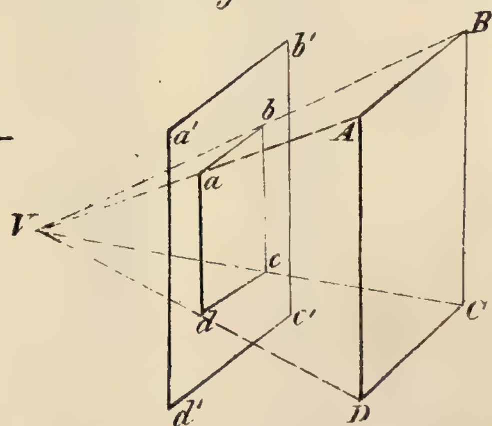
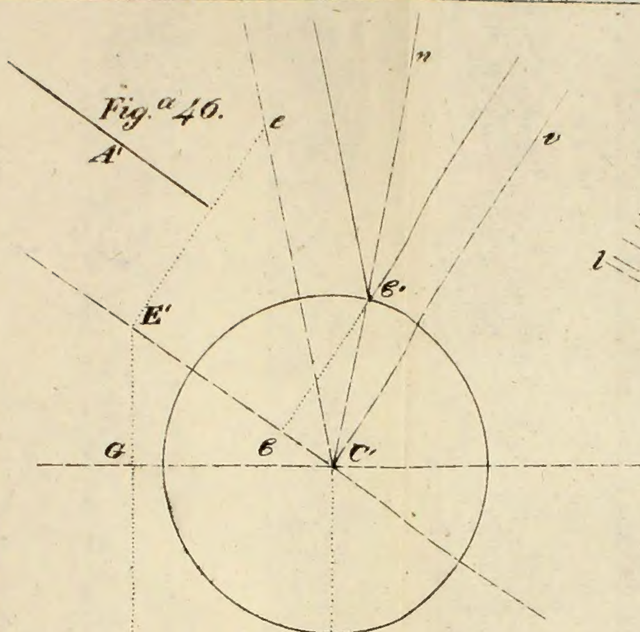
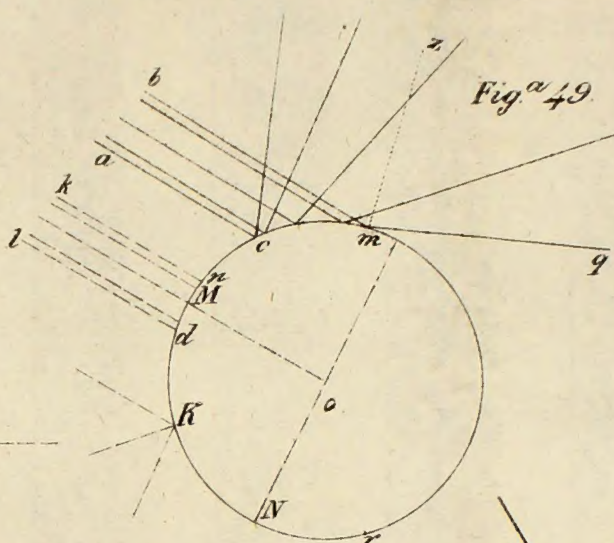
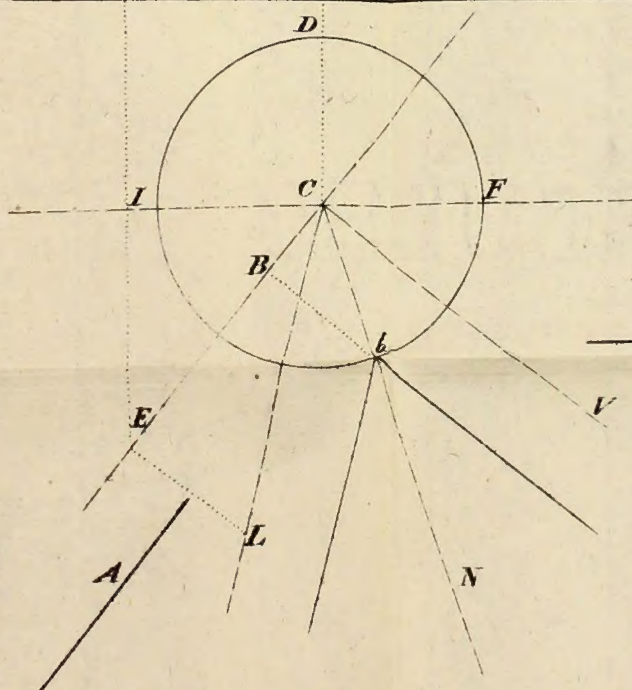


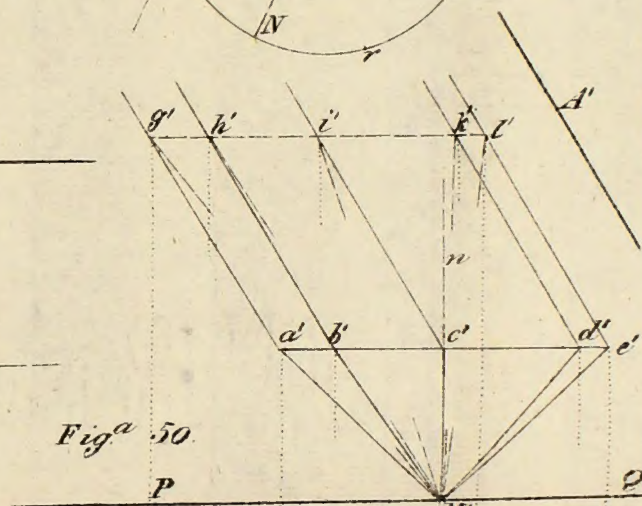
Fig.ª 57.

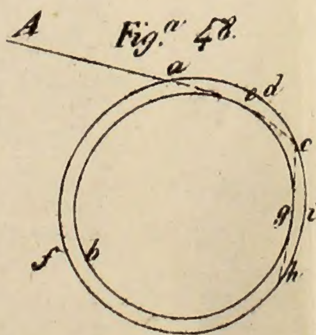



Fig.ª 46.
A'
e
n
v
E'
G
C'


Fig.ª 49.
b
a
k
l
z
c
m
q
n
M
d
K
o
N
r


D
I
C
F
B
b
V
E
L
A
N


A'
g'
h'
i'
k'
l'
n
a'
b'
c'
d'
e'
Fig.ª 50.
P
Q
M'


A
Fig.ª 48.
a
d
c
g
i
f
b
h

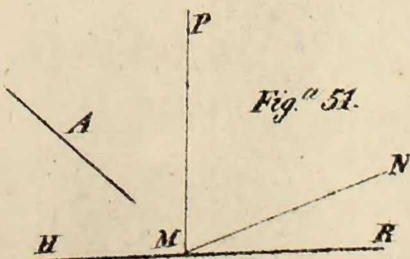

P
Fig.ª 51.
A
N
H
M
R

Fig.a 47.

Fig.a 59.

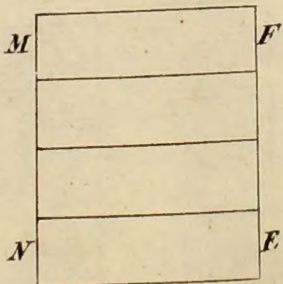
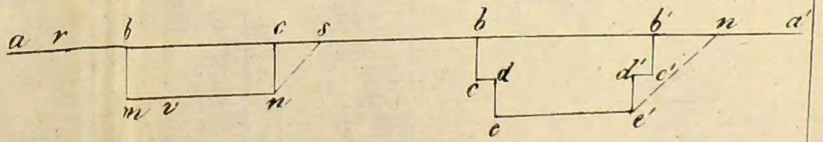


Fig.a 58.



Lit.a de Bachiller